

【FdData 中間期末：中学数学 1 年：体積と表面積】

[[角柱・角錐の表面積](#) / [円柱の表面積](#) / [円錐の表面積](#) / [柱の体積](#) / [錐の体積](#) / [錐と柱の体積比較](#) / [立体の切断など](#) / [球の表面積・体積](#) / [FdData 中間期末製品版のご案内](#)]

[[FdData 中間期末ホームページ](#)] 掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧

※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

数学：[\[数学 1 年\]](#)，[\[数学 2 年\]](#)，[\[数学 3 年\]](#) ([Shift]+左クリック)

理科：[\[理科 1 年\]](#)，[\[理科 2 年\]](#)，[\[理科 3 年\]](#) ([Shift]+左クリック)

社会：[\[社会地理\]](#)，[\[社会歴史\]](#)，[\[社会公民\]](#) ([Shift]+左クリック)

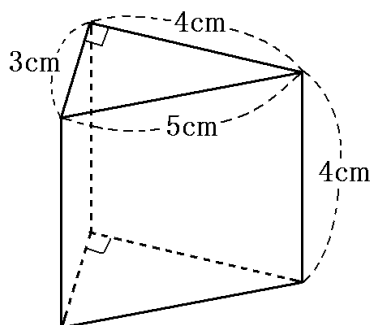
※全内容を掲載しておりますが、印刷はできないように設定しております

【】 立体の表面積

【】 角柱・角錐の表面積

[問題](3 学期)

次の図の三角柱の底面積，側面積，表面積を求めよ。



[解答欄]

底面積：	側面積：	表面積：
------	------	------

[ヒント]

底面：底辺 4cm 高さ 3cm の三角形(または、底辺 3cm 高さ 4cm の三角形)

側面：3 つの長方形(正方形)(縦 4cm 横 5cm，縦 4cm 横 4cm，縦 4cm 横 3cm)

(表面積)=(底面積) \times 2+(側面積)

[解答]底面積：6 cm² 側面積：48 cm² 表面積：60 cm²

[解説]

$$(\text{底面積}) = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6(\text{cm}^2)$$

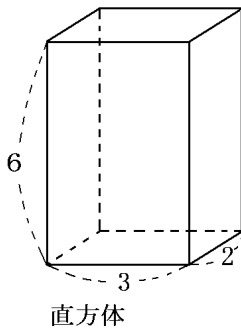
$$(\text{側面積}) = 4 \times 5 + 4 \times 4 + 4 \times 3 = 48(\text{cm}^2)$$

$$(\text{表面積}) = (\text{底面積}) \times 2 + (\text{側面積}) = 6 \times 2 + 48 = 60(\text{cm}^2)$$

[問題](3学期)

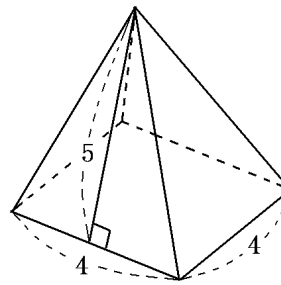
次の立体の表面積をそれぞれ求めよ。ただし、単位は cm とする。

(1)



直方体

(2)



正四角すい

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

(2)底面：1辺が 4cm の正方形

側面：底辺 4cm 高さ 5cm の三角形

[解答](1) 72cm^2 (2) 56cm^2

[解説]

(1) (底面積) $= 3 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$, (側面積) $= 6 \times 3 + 6 \times 2 + 6 \times 3 + 6 \times 2 = 60(\text{cm}^2)$

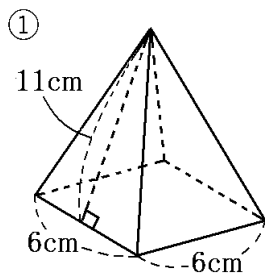
よって, (表面積) $= (\text{底面積}) \times 2 + (\text{側面積}) = 6 \times 2 + 60 = 72(\text{cm}^2)$

(2) (底面積) $= 4 \times 4 = 16(\text{cm}^2)$, (側面積) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times 4 = 40(\text{cm}^2)$

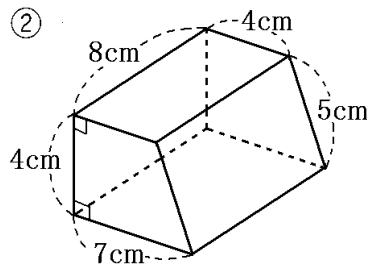
よって, (表面積) $= 16 + 40 = 56(\text{cm}^2)$

[問題](後期期末)

次の図の立体の表面積を求めよ。



(正四角錐)



(四角柱)

[解答欄]

①	②
---	---

[解答]① 168cm^2 ② 204cm^2

[解説]

① (底面積) $= 6 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$, (側面積) $= \frac{1}{2} \times 6 \times 11 \times 4 = 132(\text{cm}^2)$

よって, (表面積) $= 36 + 132 = 168(\text{cm}^2)$

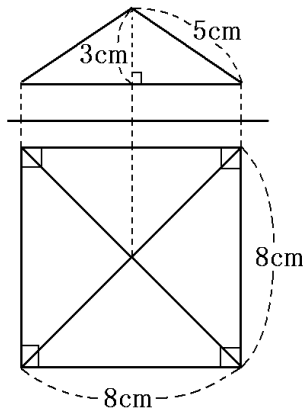
② 底面は台形なので, (底面積) $= \frac{1}{2} \times (4 + 7) \times 4 = 22(\text{cm}^2)$

(側面積) $= 8 \times 7 + 8 \times 4 + 8 \times 4 + 8 \times 5 = 160(\text{cm}^2)$

よって, (表面積) $= (\text{底面積}) \times 2 + (\text{側面積}) = 22 \times 2 + 160 = 204(\text{cm}^2)$

[問題](後期期末)

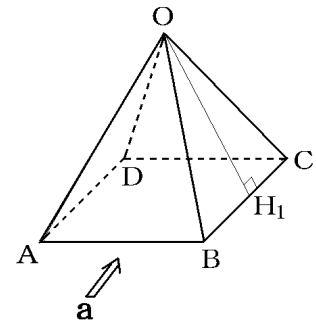
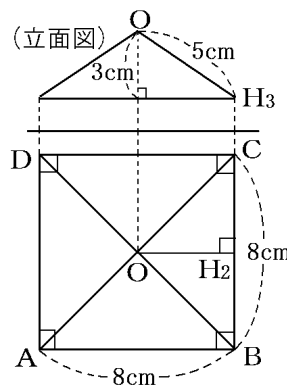
次の投影図で表わされる立体の表面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

右の見取図の OH_1 が $\triangle\text{OBC}$ の高さであるが, OH_1 は立面図の OH_3 と等しい。



[解答]144cm²

[解説]

この立体は正四角錐である。

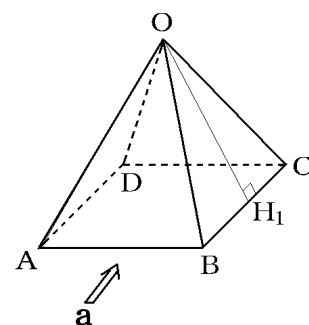
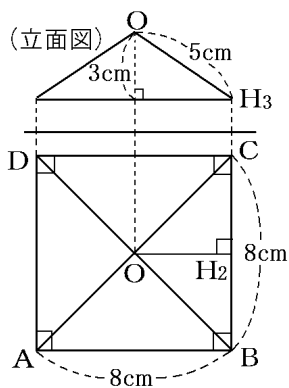
(底面積) $=8 \times 8 = 64(\text{cm}^2)$ である。

側面積について、右図の $\triangle OBC$ に注目する。底辺の長さは $BC=8\text{cm}$ である。右の見取図の OH_1 が $\triangle OBC$ の高さであるが、 OH_1 は立面図の OH_3 と等しい。したがって、 OH_1 の長さは 5cm である。

このことから、側面の三角形の底辺は 8cm で、高さは 5cm であることがわか

る。したがって、(側面積) $=\frac{1}{2} \times 8 \times 5 \times 4 = 80(\text{cm}^2)$

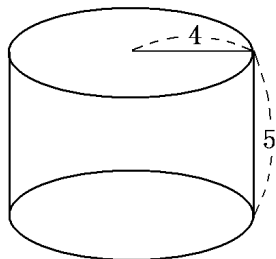
よって、(表面積) $=(\text{底面積})+(\text{側面積})=64+80=144(\text{cm}^2)$ となる。



【】 円柱の表面積

[問題](3 学期)

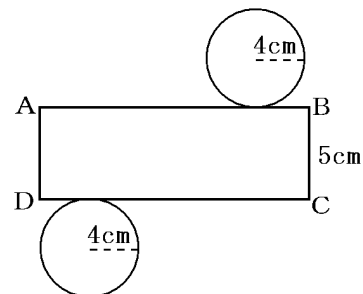
次の円柱の表面積を求めよ。ただし、単位は cm とする。



[解答欄]

[ヒント]

右図において、 CD の長さと底面の円の円周の長さは等しい。



[解答] $72\pi \text{ cm}^2$

[解説]

右図のような展開図をかくとわかりやすい。

右図において、 CD の長さと底面の円の円周の長さは等しい。

(円周の長さ) $= 2\pi \times 4 = 8\pi \text{ (cm)}$ なので、

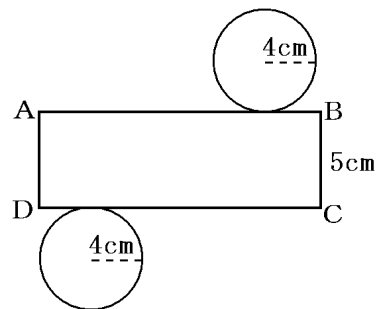
$$CD = 8\pi \text{ (cm)}$$

$$\text{よって、(側面積)} = 5 \times 8\pi = 40\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{(底面積)} = \pi \times 4^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{よって、(表面積)} = \text{(底面積)} \times 2 + \text{(側面積)}$$

$$= 16\pi \times 2 + 40\pi = 72\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

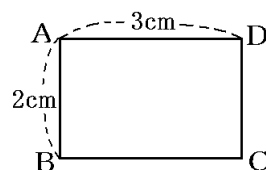


[問題](3 学期)

AB が 2cm 、 AD が 3cm の長方形 $ABCD$ の辺 AB を軸として回転させてできる立体をア、辺 AD を軸として回転させてできる立体をイとする。このとき、次の各問いに答えよ。

(1) 辺 AB を軸として回転させてできる立体アの表面積を求めよ。

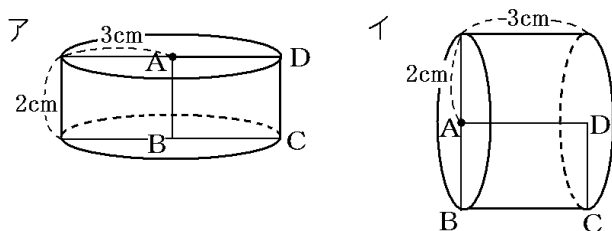
(2) 辺 AD を軸として回転させてできる立体イの表面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



[解答](1) $30\pi \text{ cm}^2$ (2) $20\pi \text{ cm}^2$

[解説]

(1) 辺 AB を軸として回転させてできる立体アの見取図は右のようになる。

底面は半径 3cm の円なので、(底面積) $= \pi \times 3^2 = 9\pi (\text{cm}^2)$

円周の長さは、 $2\pi \times 3 = 6\pi (\text{cm})$ なので、

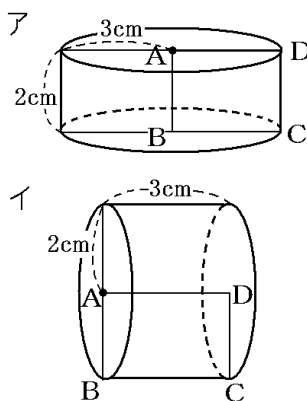
(側面積) $= 2 \times 6\pi = 12\pi (\text{cm}^2)$

(表面積) $= (\text{底面積}) \times 2 + (\text{側面積}) = 9\pi \times 2 + 12\pi = 30\pi (\text{cm}^2)$

(2) 辺 AD を軸として回転させてできる立体イの見取図は右のようになる。底面は半径 2cm の円なので、(底面積) $= \pi \times 2^2 = 4\pi (\text{cm}^2)$

円周の長さは、 $2\pi \times 2 = 4\pi (\text{cm})$ なので、(側面積) $= 3 \times 4\pi = 12\pi (\text{cm}^2)$

よって、(表面積) $= (\text{底面積}) \times 2 + (\text{側面積}) = 4\pi \times 2 + 12\pi = 20\pi (\text{cm}^2)$ となる。

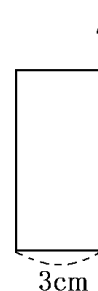
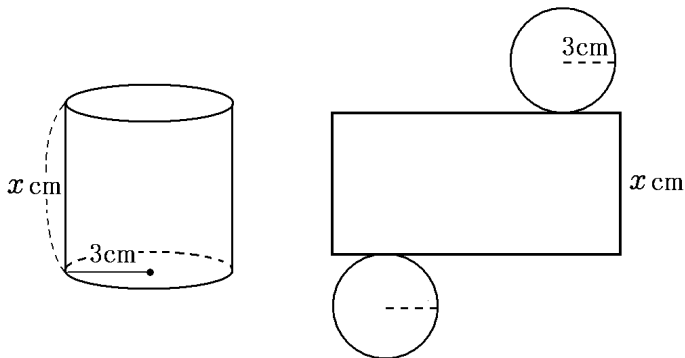


[問題](後期期末)

右の長方形を、直線 l を軸として 1 回転させてできる立体の表面積が $48\pi \text{ cm}^2$ であるとき、長方形のたての長さを求めよ。

[解答欄]

[ヒント]



[解答]5cm

[解説]

この立体のたての長さを x cm とする。底面の半径が 3cm なので、円周の長さは、 $2\pi \times 3 = 6\pi$ (cm)である。

よって、(側面積) = $x \times 6\pi = 6\pi x$ (cm²)である。

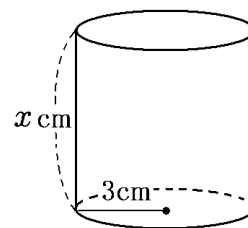
また、(底面積) = $\pi \times 3^2 = 9\pi$ (cm²)

(表面積) = (底面積) $\times 2$ + (側面積) = $18\pi + 6\pi x$ (cm²) なので、

$$18\pi + 6\pi x = 48\pi, \quad 18 + 6x = 48, \quad 6x = 48 - 18, \quad 6x = 30$$

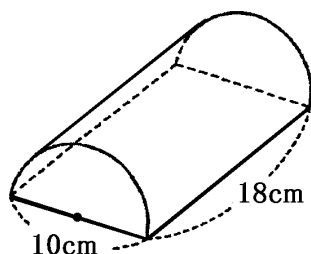
両辺を π で割ると、 $18 + 6x = 48$, $6x = 48 - 18$, $6x = 30$

よって、 $x = 30 \div 6$, $x = 5$ となる。



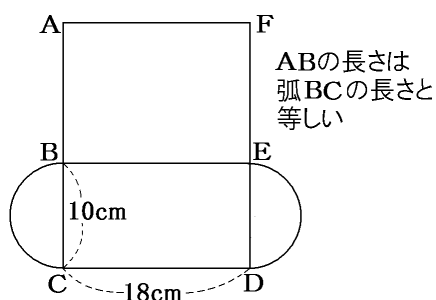
[問題](後期期末)

次の図の立体の表面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $115\pi + 180$ (cm²)

[解説]

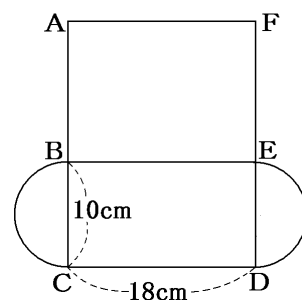
右図のような展開図をかくとわかりやすい。

2つの底面の半円を合わせると、直径が 10cm の円になるので、(底面積の合計) = $\pi \times 5^2 = 25\pi$ (cm²) となる。

(BCDE の面積) = $10 \times 18 = 180$ (cm²)

AB の長さは弧 BC の長さと等しいので、

(AB の長さ) = $10 \times \pi \div 2 = 5\pi$ (cm)

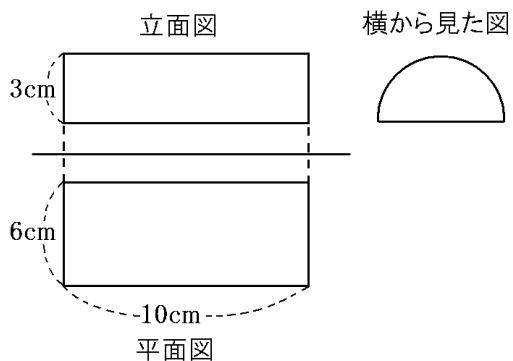


よって、(ABEF の面積) = $AB \times BE = 5\pi \times 18 = 90\pi (\text{cm}^2)$

以上より、(表面積) = (底面積の合計) + (BCDE の面積) + (ABEF の面積)
 $= 25\pi + 180 + 90\pi = 115\pi + 180(\text{cm}^2)$

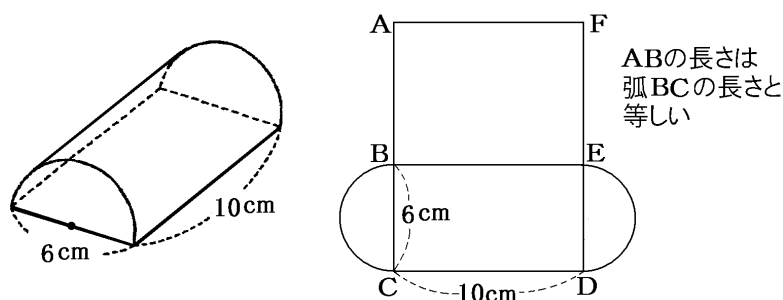
[問題](3 学期)

次の投影図で表わされる立体の表面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $39\pi + 60(\text{cm}^2)$

[解説]

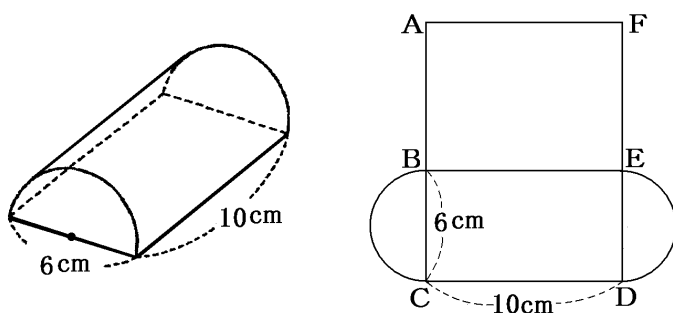
この立体の見取図と展開図は右図のようになる。2つの底面の半円を合わせると、直径が6cmの円になるので、(底面積の合計) = $\pi \times 3^2 = 9\pi (\text{cm}^2)$ となる。

(BCDE の面積) = $6 \times 10 = 60(\text{cm}^2)$

AB の長さは弧 BC の長さと等しいので、(AB の長さ) = $6 \times \pi \div 2 = 3\pi (\text{cm})$

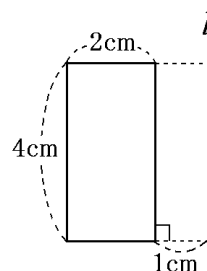
よって、(ABEF の面積) = $AB \times BE = 3\pi \times 10 = 30\pi (\text{cm}^2)$

以上より、(表面積) = (底面積の合計) + (BCDE の面積) + (ABEF の面積)
 $= 9\pi + 60 + 30\pi = 39\pi + 60(\text{cm}^2)$



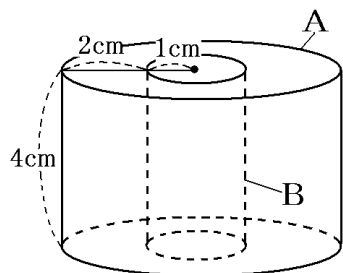
[問題](1学期中間)

右図のような長方形を、直線 l を軸として1回転させてできる立体の表面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $48\pi \text{ cm}^2$

[解説]

直線 l を軸として1回転させてできる立体は、右図のように、外側の円柱 A から内側の円柱 B をくりぬいた形になる。

(A の底面積) $= \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

(B の底面積) $= \pi \times 1^2 = \pi \text{ (cm}^2\text{)}$

なので、底面の面積は、 $9\pi - \pi = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ となる。

A の円周の長さは、 $2\pi \times 3 = 6\pi \text{ (cm)}$ なので、

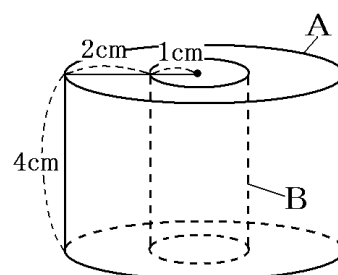
(A の側面積) $= 4 \times 6\pi = 24\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

B の円周の長さは、 $2\pi \times 1 = 2\pi \text{ (cm)}$ なので、

(B の側面積) $= 4 \times 2\pi = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

よって、(側面積) $= (\text{A の側面積}) + (\text{B の側面積}) = 24\pi + 8\pi = 32\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

したがって、(表面積) $= (\text{底面積}) \times 2 + (\text{側面積}) = 8\pi \times 2 + 32\pi = 48\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

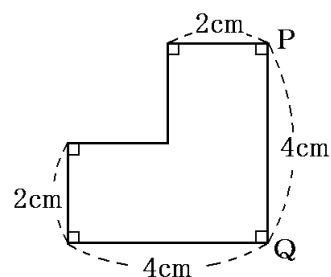


[問題](入試問題)

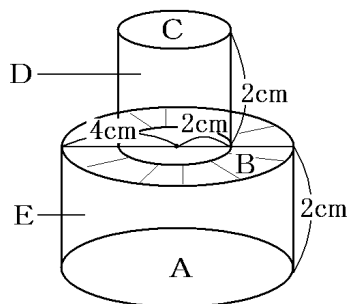
右の図形を、辺 PQ を軸として1回転させてできる立体の表面積を求めよ。

(千葉県)

[解答欄]



[ヒント]



(表面積)=(Aの面積)+(BとCを合わせた面積)+(側面積D)+(側面積E)

[解答] $56\pi \text{ cm}^2$

[解説]

右の図で、この回転体の表面積は、Aの底面の円の面積、Cの底面の円の面積、Bのドーナツ状の部分の面積、Dの側面積、Eの側面積を合わせたものになる。

BとCを合わせた面積はAと同じになる。

よって、(A, B, Cの面積の合計) $= \pi \times 4^2 \times 2 = 32\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

Dの側面を展開したものは長方形で、

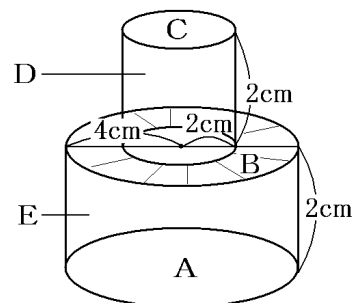
縦が 2cm, 横が $2\pi \times 2 = 4\pi \text{ (cm)}$ である。

よって、(Dの部分の面積) $= 2 \times 4\pi = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

Eの側面を展開したものは長方形で、縦が 2cm, 横が $2\pi \times 4 = 8\pi \text{ (cm)}$ である。

よって、(Eの部分の面積) $= 2 \times 8\pi = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

したがって、(表面積) $= 32\pi + 8\pi + 16\pi = 56\pi \text{ (cm}^2\text{)}$



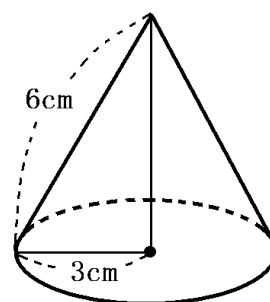
【】円錐の表面積

[問題](3学期)

右図は底面の円の半径が 3cm, 母線の長さが 6cm の円錐である。

次の各問いに答えよ。

- (1) 側面を展開したおうぎ形の弧の長さを求めよ。
- (2) 側面を展開したおうぎ形の中心角の大きさを求めよ。
- (3) この円錐の表面積を求めよ。



[解答欄]

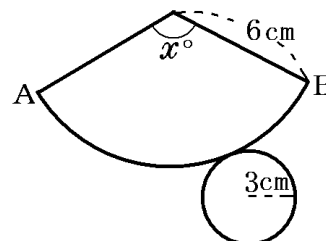
(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

(弧 AB の長さ)=(底面の円周の長さ)

$$(\text{弧 AB の長さ}) = (\text{円周}) \times \frac{x}{360}$$

→ $\frac{x}{360}$ が計算できる。



[解答](1) 6π cm (2) 180° (3) 27π cm²

[解説]

問題の立体の展開図は右のようになる。

(1) おうぎ形の弧 AB の長さと底面の円周の長さは等しくなるので、
 (弧 AB の長さ)=(底面の円周の長さ)
 $= 2\pi \times 3 = 6\pi$ (cm)

(2) 中心角の大きさを x° とすると、

$$(\text{弧 AB の長さ}) = (\text{円周}) \times \frac{(\text{中心角})}{360} = 2\pi \times (\text{半径}) \times \frac{(\text{中心角})}{360}$$

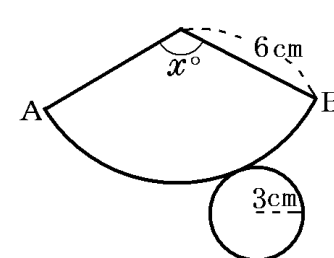
$$= 2\pi \times 6 \times \frac{x}{360} = \frac{\pi}{30} x \text{ (cm)} \quad (1) \text{より (弧 AB の長さ)} = 6\pi \text{ cm なので、}$$

$$\frac{\pi}{30} x = 6\pi, \quad x = 6\pi \div \frac{\pi}{30} = 6\pi \times \frac{30}{\pi} = 180$$

(3) (底面の円の面積) = $\pi \times 3^2 = 9\pi$ (cm²)

$$(\text{側面のおうぎ形の面積}) = (\text{円の面積}) \times \frac{(\text{中心角})}{360} = \pi \times (\text{半径})^2 \times \frac{(\text{中心角})}{360}$$

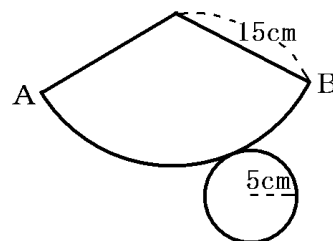
$$= \pi \times 6^2 \times \frac{180}{360} = 18\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{よって、(表面積)} = 9\pi + 18\pi = 27\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



[問題](3 学期)

右図は、底面の半径が 5cm で、母線が 15cm の円錐の展開図である。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 弧 AB の長さを求めよ。
- (2) おうぎ形の中心角を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $10\pi\text{cm}$ (2) 120°

[解説]

(1) おうぎ形の弧 AB の長さと底面の円周の長さは等しくなるので、

$$(\text{弧 } AB) = (\text{底面の円周}) = 2\pi \times 5 = 10\pi (\text{cm})$$

(2) 中心角を x° とすると、

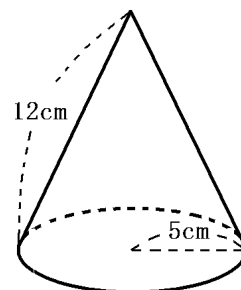
$$(\text{弧 } AB) = (\text{円周}) \times \frac{(\text{中心角})}{360} = 2\pi \times (\text{半径}) \times \frac{(\text{中心角})}{360} = 2\pi \times 15 \times \frac{x}{360} = \frac{\pi}{12}x$$

$$(1) \text{より, } \frac{\pi}{12}x = 10\pi, \text{ よって } x = 10\pi \div \frac{\pi}{12} = 10\pi \times \frac{12}{\pi} = 120$$

[問題](3 学期)

右図のような、底面の半径が 5cm で、母線の長さが 12cm の円錐がある。この円錐について、次の各問いに答えよ。

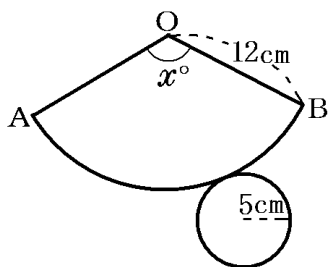
- (1) 底面積を求めよ。
- (2) 側面積を求めよ。
- (3) 表面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]



[解答](1) $25\pi\text{ cm}^2$ (2) $60\pi\text{ cm}^2$ (3) $85\pi\text{ cm}^2$

[解説]

(1) (底面の円の面積) $= \pi \times 5^2 = 25\pi (\text{cm}^2)$

(2) まず中心角を x° とおく。

おうぎ形の弧 AB の長さと底面の円周の長さは等しくなるので、

$$(\text{弧 AB の長さ}) = 2\pi \times 12 \times \frac{x}{360} = 24\pi \times \frac{x}{360}$$

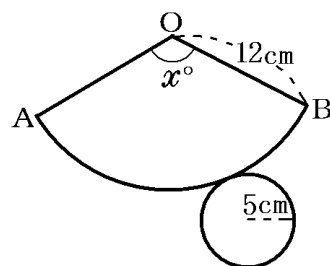
$$(\text{底面の円周の長さ}) = 2\pi \times 5 = 10\pi$$

$$\text{よって, } 24\pi \times \frac{x}{360} = 10\pi, \quad \frac{x}{360} = 10\pi \div 24\pi = \frac{10\pi}{24\pi} = \frac{5}{12}$$

よって, $\frac{x}{360} = \frac{5}{12}$ となる。これから, x を求めることもできるが, $\frac{x}{360}$ の値のまま, 側面積を計算するほうが簡単である。

$$(\text{側面積}) = (\text{おうぎ形 OAB の面積}) = \pi \times 12^2 \times \frac{x}{360} = \pi \times 12^2 \times \frac{5}{12} = 60\pi (\text{cm}^2)$$

$$(3) (\text{表面積}) = (\text{側面積}) + (\text{底面積}) = 60\pi + 25\pi = 85\pi (\text{cm}^2)$$

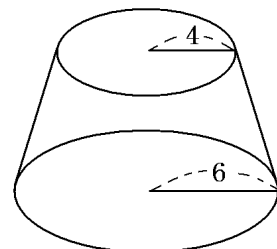


[問題](3 学期)

右図は, 底面が半径 6cm, 母線が 9cm の円錐の頂点から母線にそって 6cm のところで底面に平行に上の円錐の部分を取り切った立体である。次の各問いに答えよ。

(1) 取り切った円錐の側面を展開したとき, その形はおうぎ形の一部になる。そのおうぎ形の中心角を求めよ。

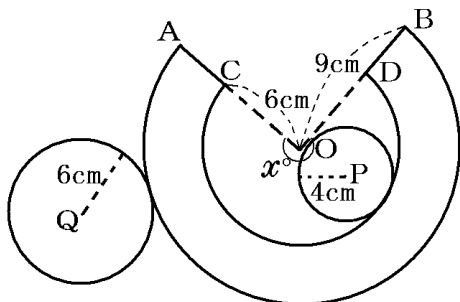
(2) この立体の表面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



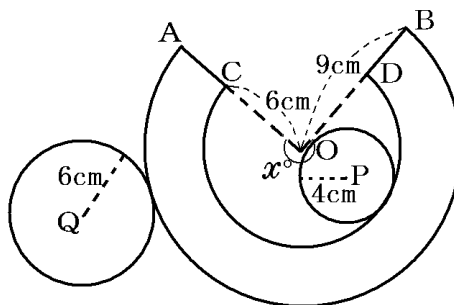
[解答](1) 240° (2) $82\pi\text{ cm}^2$

[解説]

(1) 求める中心角の大きさを x° とする。

右図において、おうぎ形 OAB の弧 AB の長さと、円 Q の円周の長さは等しい。

$$\begin{aligned} (\text{弧 } AB \text{ の長さ}) &= (\text{円周}) \times \frac{(\text{中心角})}{360} \\ &= 2\pi \times (\text{半径}) \times \frac{(\text{中心角})}{360} = 2\pi \times 9 \times \frac{x}{360} \\ &= \frac{\pi}{20}x \text{ (cm)} \end{aligned}$$



$$(\text{円 } Q \text{ の円周の長さ}) = 2\pi \times 6 = 12\pi \text{ (cm)}$$

$$\text{よって, } \frac{\pi}{20}x = 12\pi \quad x = 12\pi \div \frac{\pi}{20} = 12\pi \times \frac{20}{\pi} = 240^\circ$$

$$(2) (\text{おうぎ形 } OAB \text{ の面積}) = \pi \times 9^2 \times \frac{240}{360} = 54\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\text{おうぎ形 } OCD \text{ の面積}) = \pi \times 6^2 \times \frac{240}{360} = 24\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

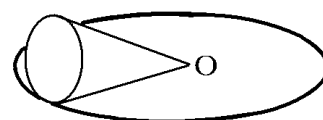
$$\text{よって, (側面積)} = 54\pi - 24\pi = 30\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\text{円 } P \text{ の面積}) = \pi \times 4^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}, (\text{円 } Q \text{ の面積}) = \pi \times 6^2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{よって, (表面積)} = 30\pi + 16\pi + 36\pi = 82\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

[問題](3 学期)

右図のように、底面の半径が 4 cm の円錐を、頂点 O を中心として平面上で転がしたところ、太線で示した円の上を 1 周してもとの場所にかえるまでに、ちょうど 3 回転した。次の各問いに答えよ。



(1) 太線で示した円の周の長さを求めよ。

(2) 転がした円錐の表面積を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

(1) この円錐の底面の半径は 4 cm なので、(底面の円周) $= 2\pi \times 4 = 8\pi \text{ (cm)}$

「太線で示した円の上を 1 周してもとの場所にかえるまでに、ちょうど 3 回転した。」とあるので、(太線で示した円の周の長さ) $= 8\pi \times 3 = 24\pi \text{ (cm)}$ となる。

(2) 太線で示した円の半径を $r \text{ cm}$ とすると、円周が $24\pi \text{ cm}$ なので、 $2\pi r = 24\pi$

[解答](1) 24π cm (2) 64π cm²

[解説]

(1) この円錐の底面の半径は 4cm なので、(底面の円周) = $2\pi \times 4 = 8\pi$ (cm)

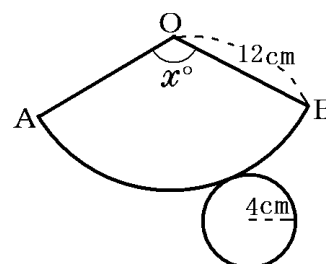
「太線で示した円の上を 1 周してもとの場所にかえるまでに、ちょうど 3 回転した。」とあるので、(太線で示した円の周の長さ) = $8\pi \times 3 = 24\pi$ (cm) となる。

(2) 太線で示した円の半径を r cm とすると、円周が 24π cm なので、
 $2\pi r = 24\pi$ よって、 $r = 24\pi \div 2\pi = 12$

したがって、この円錐は、底面の半径が 4cm で母線の長さが 12cm であることがわかる。
 その展開図は右図のようになる。

側面のおうぎ形の中心角を x° とおく。

おうぎ形の弧 AB の長さ と 底面の円周の長さは等しくなる。



$$(\text{弧 AB の長さ}) = 2\pi \times 12 \times \frac{x}{360} = 24\pi \times \frac{x}{360} \text{ (cm)}$$

$$(\text{底面の円周の長さ}) = 2\pi \times 4 = 8\pi \text{ (cm)}$$

$$\text{よって、} 24\pi \times \frac{x}{360} = 8\pi, \quad \frac{x}{360} = 8\pi \div 24\pi = \frac{1}{3}$$

よって、 $\frac{x}{360} = \frac{1}{3}$ となる。これから、 x を求めることもできるが、 $\frac{x}{360}$ の値のまま、側面積を計算するほうが簡単である。

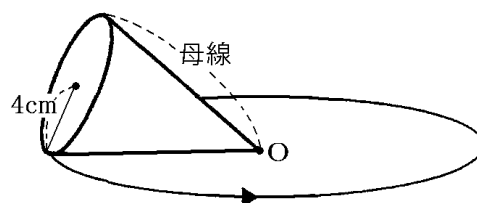
$$(\text{側面積}) = (\text{おうぎ形 OAB の面積}) = \pi \times 12^2 \times \frac{x}{360} = \pi \times 12^2 \times \frac{1}{3} = 48\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{また、} (\text{底面積}) = \pi \times 4^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{ゆえに、} (\text{表面積}) = (\text{底面積}) + (\text{側面積}) = 16\pi + 48\pi = 64\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

[問題](後期期末)

右図のような底面の半径が 4cm の円錐を、頂点 O を中心として平面上で転がしたところ、図に示した円 O の上を 1 周して戻るまでに 4.5 回転した。次の各問いに答えよ。



(1) この円錐の母線の長さは何 cm か。

(2) この円錐を 1 回転させたあとにできるおうぎ形の中心角を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 18cm (2) 80°

【解説】

(1) 母線の長さを x cm する。

円 O は母線の長さ x cm を半径とする円なので、

(円 O の周の長さ) $= 2 \times \pi \times x = 2\pi x$ (cm) である。・・・①

ところで、この円錐の底面の円の半径は 4cm であるので、

(底面の円の周の長さ) $= 2 \times \pi \times 4 = 8\pi$ (cm) である。

円錐を、頂点 O を中心として平面上で転がしたところ、円 O の上を 1 周して戻るまでに 4.5

回転したので、(円 O の周の長さ) $= 8\pi$ (cm) $\times 4.5 = 36\pi$ (cm)・・・②

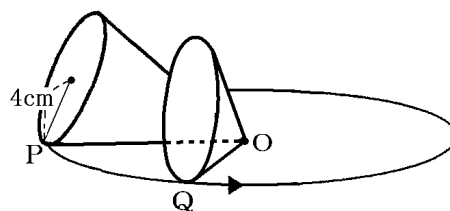
①、②より、 $2\pi x = 36\pi$ である。よって、 $x = 36\pi \div 2\pi = 18$

(2) 右図はこの円錐を 1 回転させたときのようすを表している。このときにできるおうぎ形は右図の OPQ である。

弧 PQ の長さは半径 4cm の底面の円の円周の長さに等しいので、(弧 PQ) $= 2 \times \pi \times 4 = 8\pi$ (cm)

(1)の②より、(円 O の周の長さ) $= 36\pi$ (cm)

よって、このおうぎ形の中心角は、 $360(^{\circ}) \times \frac{8\pi}{36\pi} = 80(^{\circ})$ である。



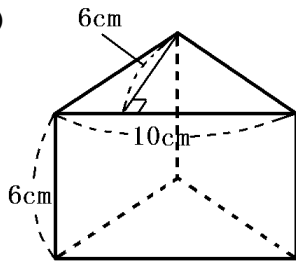
【】 立体の体積

【】 柱の体積

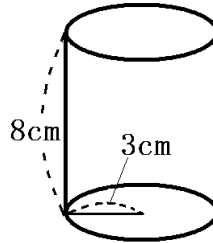
[問題](3 学期)

次の立体の体積を求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

柱(角柱, 円柱)の体積は, (体積)=(底面積) \times (高さ)で求める。

[解答](1) 180cm^3 (2) $72\pi\text{cm}^3$

[解説]

柱(角柱, 円柱)の体積は, (体積)=(底面積) \times (高さ)で求める。

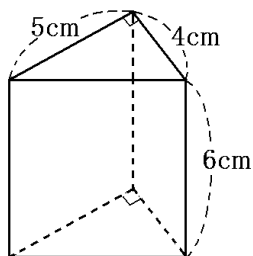
$$(1) (\text{三角柱の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 6\right) \times 6 = 180 (\text{cm}^3)$$

$$(2) (\text{円柱の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = (\pi \times 3^2) \times 8 = 72\pi (\text{cm}^3)$$

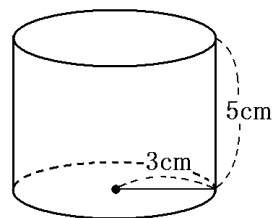
[問題](3 学期)

次の立体の体積を求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 60cm^3 (2) $45\pi\text{cm}^3$

[解説]

(1) (三角柱の体積) = (底面積) × (高さ) = $(\frac{1}{2} \times 5 \times 4) \times 6 = 60(\text{cm}^3)$

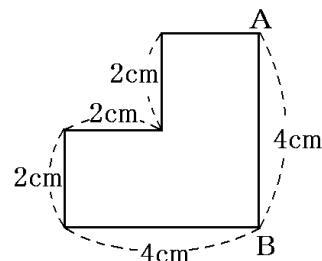
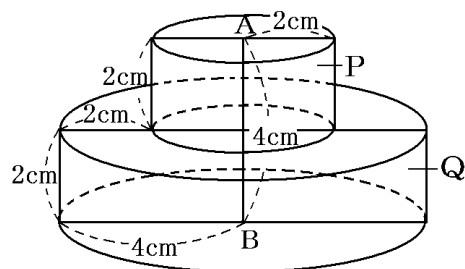
(2) (円柱の体積) = (底面積) × (高さ) = $(\pi \times 3^2) \times 5 = 45\pi(\text{cm}^3)$

[問題](後期期末)

右の図形で、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]



[解答] $40\pi \text{ cm}^3$

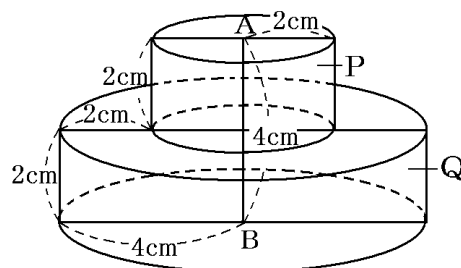
[解説]

この回転体は、右図のように、円柱 P(底面の半径が 2cm、高さが 2cm)と、円柱 Q(底面の半径が 4cm、高さが 2cm)を合せたものになっている。

(円柱 P の体積) = (底面積) × (高さ) = $(\pi \times 2^2) \times 2 = 8\pi(\text{cm}^3)$

(円柱 Q の体積) = (底面積) × (高さ) = $(\pi \times 4^2) \times 2 = 32\pi(\text{cm}^3)$

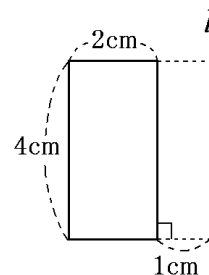
したがって、この立体の体積は、 $8\pi + 32\pi = 40\pi(\text{cm}^3)$ である。



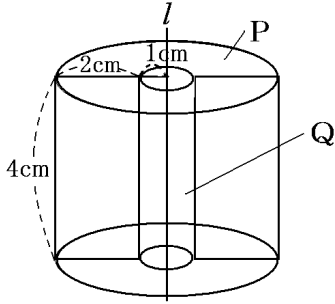
[問題](1 学期中間)

右図のような長方形を、直線 l を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]



[ヒント]



[解答] $32\pi \text{ cm}^3$

[解説]

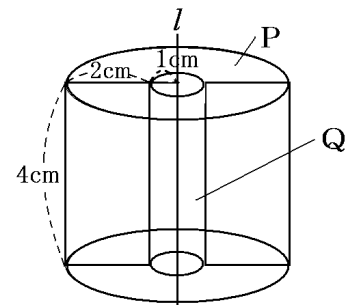
この回転体は、右図のように、円柱 P(底面の半径が 3cm, 高さが 4cm)から、円柱 Q(底面の半径が 1cm, 高さが 4cm)をくりぬいたものである。

(円柱 P の体積) = (底面積) × (高さ) = $(\pi \times 3^2) \times 4 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

(円柱 Q の体積) = (底面積) × (高さ) = $(\pi \times 1^2) \times 4 = 4\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

したがって、この立体の体積は、 $36\pi - 4\pi = 32\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

である。

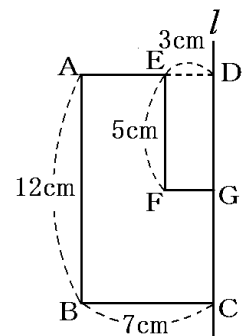
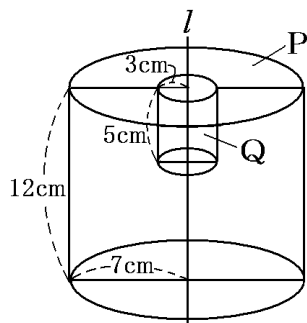


[問題](後期期末)

右図の長方形 ABCD から長方形 EFGD を取りのぞいた図形を、直線 l を軸として回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率を π とする。

[解答欄]

[ヒント]



[解答] $543\pi \text{ cm}^3$

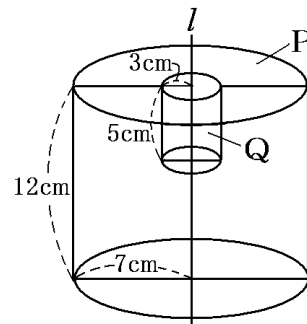
【解説】

この回転体は、右図のように、円柱 P(底面の半径が 7cm, 高さが 12cm)から、円柱 Q(底面の半径が 3cm, 高さが 5cm)をくりぬいたものである。

(円柱 P の体積) = (底面積) × (高さ) = $(\pi \times 7^2) \times 12 = 588\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

(円柱 Q の体積) = (底面積) × (高さ) = $(\pi \times 3^2) \times 5 = 45\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

したがって、この立体の体積は、 $588\pi - 45\pi = 543\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ である。

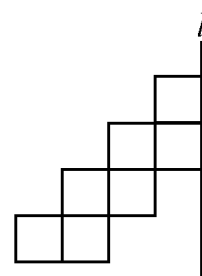


【問題】(入試問題)

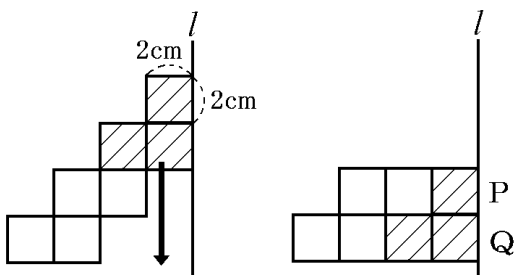
右の図のように、一辺の長さが 2cm の正方形を 7 枚組み合わせた図形がある。この図形を、直線 l を回転の軸として 1 回転させてできる回転体の体積を求めよ。

(鳥取県)

【解答欄】



【ヒント】



【解答】 $200\pi \text{ cm}^3$

【解説】

図 1 の斜線部分の 3 個の正方形を下方に 4cm 平行移動すると、図 2 のようになる。このとき、図 1 の回転体の体積は、図 2 の回転体の体積と同じになる。

図 2 の P の段にある 3 個の正方形の部分をもとに l を軸として 1 回転させてできる回転体は、底面の円の半径が $2 \times 3 = 6\text{cm}$ 、高さが 2cm の円柱になるので、体積は、(底面積) × (高さ) = $(\pi \times 6^2) \times 2 = 72\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ となる。…①

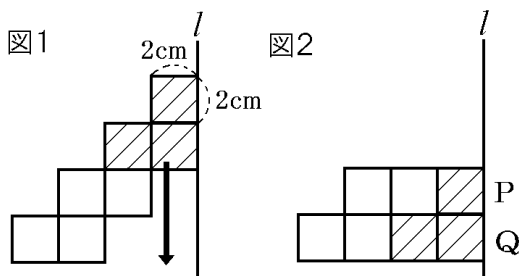
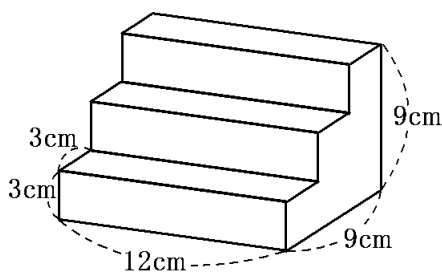


図2のQの段にある4個の正方形の部分を中心として1回転させてできる回転体は、底面の円の半径が $2 \times 4 = 8\text{cm}$ 、高さが 2cm の円柱になるので、体積は、
 (底面積) \times (高さ) $=(\pi \times 8^2) \times 2 = 128\pi(\text{cm}^3)$ となる。・・・②
 ①、②より、体積の合計は、 $72\pi + 128\pi = 200\pi(\text{cm}^3)$ になる。

[問題](1学期中間)

次の立体の体積を求めよ。ただし、角はすべて直角である。



[解答欄]

[ヒント]

図の立体は、右図のPの面を底面と考えると、高さが 12cm の柱であると考えることができる。

[解答] 648cm^3

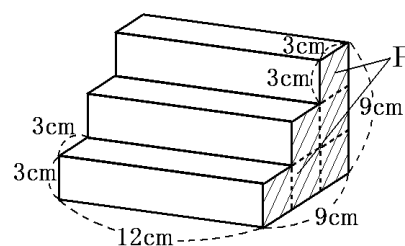
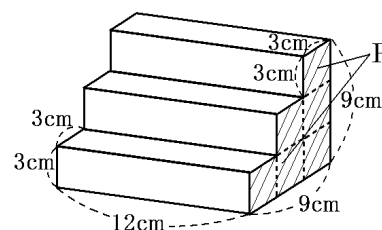
[解説]

図の立体は、右図のPの面を底面と考えると、高さが 12cm の柱であると考えることができる。

底面Pは、1辺が 3cm の正方形が、 $1+2+3=6$ (個)が集まったものなので、

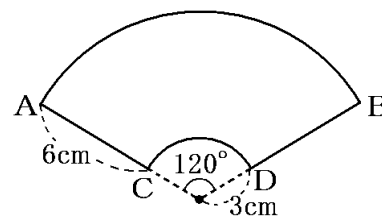
(底面積) $=3 \times 3 \times 6 = 54(\text{cm}^2)$ である。したがって、

(柱の体積) $=(\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = 54 \times 12 = 648(\text{cm}^3)$



[問題](後期期末)

右の図のように、半径 9cm 、中心角 120° のおうぎ形から半径 3cm のおうぎ形を切り取った図形がある。この図形を、それと垂直な方向に 5cm 動かして立体を作る。このときの体積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

(体積)=(底面 ACDB の面積)×(高さ 5cm)

[解答] $120\pi\text{ cm}^3$

[解説]

まず、この図形の底面積を求める。

$$(\text{おうぎ形の面積}) = (\text{円の面積}) \times \frac{(\text{中心角})}{360} = \pi \times (\text{半径})^2 \times \frac{(\text{中心角})}{360}$$

$$(\text{外側のおうぎ形の面積}) = \pi \times 9^2 \times \frac{120}{360} = 27\pi (\text{cm}^2)$$

$$(\text{内側のおうぎ形の面積}) = \pi \times 3^2 \times \frac{120}{360} = 3\pi (\text{cm}^2)$$

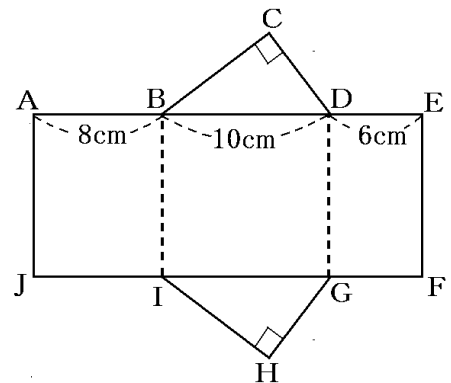
よって、(底面積) = $27\pi - 3\pi = 24\pi (\text{cm}^2)$

(柱の体積) = (底面積) × (高さ) で、(底面積) = $24\pi\text{ cm}^2$ 、(高さ) = 5cm なので、

$$(\text{体積}) = 24\pi (\text{cm}^2) \times 5(\text{cm}) = 120\pi (\text{cm}^3)$$

[問題](後期期末)

右の図は、三角柱の展開図であり、この展開図を組み立ててできる三角柱の表面積は 288 cm^2 である。
この三角柱の体積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

AB は BC と重なるので、 $BC = AB = 8(\text{cm})$

また、ED は CD と重なるので、 $CD = ED = 6(\text{cm})$

表面積が $288\text{ cm}^2 \rightarrow$ AJ の長さを求める。

[解答] 240 cm^3

[解説]

展開図を組み立てたとき、AB は BC と重なるので、 $BC = AB = 8(\text{cm})$

また、ED は CD と重なるので、 $CD = ED = 6(\text{cm})$

$$(\triangle BCD \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times BC \times CD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$$

$$(\triangle IHG \text{ の面積}) = (\triangle BCD \text{ の面積}) = 24(\text{cm}^2)$$

AJ = x (cm)とおくと、

$$(\text{長方形 AJFE の面積}) = \text{AJ} \times \text{AE} = x \times (8 + 10 + 6) = 24x (\text{cm}^2)$$

$$(\text{表面積}) = (\triangle \text{BCD の面積}) + (\triangle \text{IHG の面積}) + (\text{長方形 AJFE の面積}) = 288 (\text{cm}^2) \text{なので、}$$

$$24 + 24 + 24x = 288$$

$$24x = 288 - 48, \quad 24x = 240, \quad x = 240 \div 24, \quad x = 10$$

よって、この三角柱の高さは 10cm である。

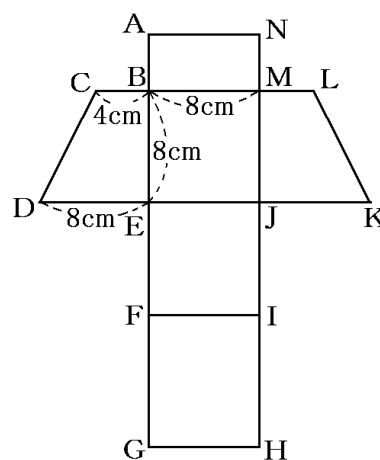
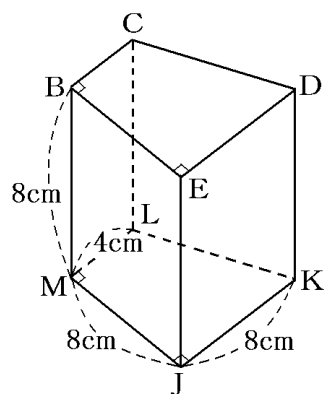
$$(\text{三角柱の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = (\triangle \text{BCD の面積}) \times (\text{高さ}) = 24 \times 10 = 240 (\text{cm}^3)$$

[問題](1 学期中間)

右の図は、ある立体の展開図である。この展開図を組み立ててできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]



[解答]384cm³

[解説]

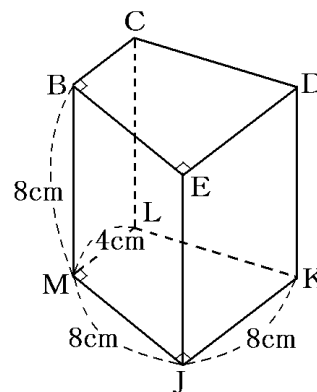
この展開図を組み立ててできる立体は、右図のような、底辺が台形である四角柱である。

$$(\text{底面 MJKL の面積}) = \frac{1}{2} (\text{ML} + \text{JK}) \times \text{MJ} = \frac{1}{2} (4 + 8) \times 8$$

$$= 48 (\text{cm}^2)$$

$$(\text{高さ BM}) = 8 \text{cm}$$

$$(\text{体積}) = (\text{底面 MJKL の面積}) \times (\text{高さ BM}) = 48 \times 8 = 384 (\text{cm}^3)$$



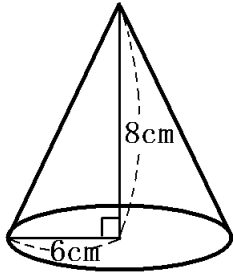
【】 錐の体積

[錐の体積]

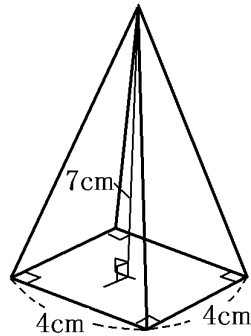
[問題](3 学期)

次の立体の体積を求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

錐(角錐, 円錐)の体積は, (体積) = $\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ})$ で求める。

[解答](1) $96\pi \text{ cm}^3$ (2) $\frac{112}{3} \text{ cm}^3$

[解説]

錐(角錐, 円錐)の体積は, (体積) = $\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ})$ で求める。

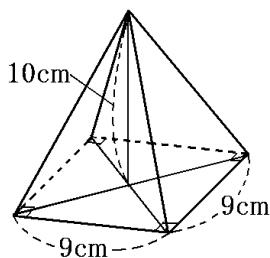
(1) (円錐の体積) = $\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 8 = 96\pi (\text{cm}^3)$

(2) (四角錐の体積) = $\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (4 \times 4) \times 7 = \frac{112}{3} (\text{cm}^3)$

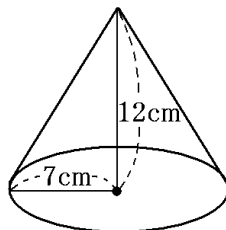
[問題](3 学期)

次の立体の体積を求めよ。

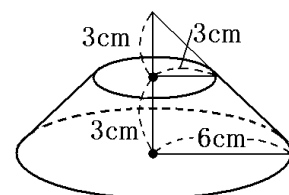
(1)



(2)



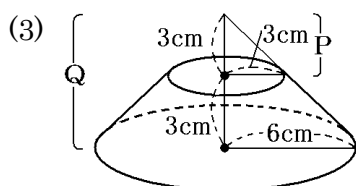
(3)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]



[解答](1) 270cm^3 (2) $196\pi\text{cm}^3$ (3) $63\pi\text{cm}^3$

[解説]

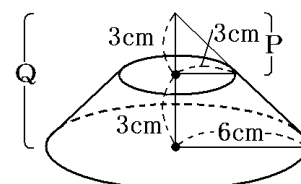
(1) (四角錐の体積) $= \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (9 \times 9) \times 10 = 270 (\text{cm}^3)$

(2) (円錐の体積) $= \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 7^2) \times 12 = 196\pi (\text{cm}^3)$

(3) 右図において、

(P の体積) $= \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 3 = 9\pi (\text{cm}^3)$

(Q の体積) $= \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 6 = 72\pi (\text{cm}^3)$



よって、(求める立体の体積) $= (\text{円錐 Q の体積}) - (\text{円錐 P の体積}) = 72\pi - 9\pi = 63\pi (\text{cm}^3)$

[問題](入試問題)

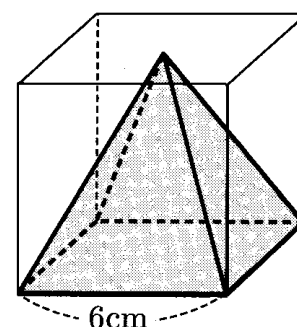
1 辺が 6cm の立方体と、底面が合同で高さが等しい正四角錐がある。この正四角錐の体積を求めよ。

(栃木県)

[解答欄]

[ヒント]

(錐の体積) $= \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ})$



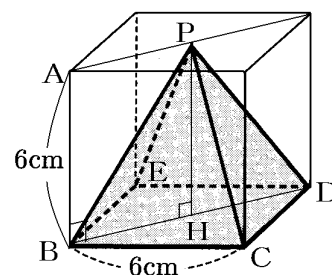
[解答] 72cm^3

[解説]

右図で、正方形 BCDE を底辺とすると、高さは PH である。

$$PH = AB = 6(\text{cm})$$

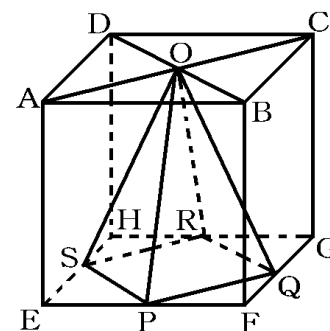
$$(\text{錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 6 = 72(\text{cm}^3)$$



[問題](3 学期)

右図のような 1 辺が 6cm の立方体がある。AC と BD の交点を O、辺 EF、辺 FG、辺 GH、辺 HE の中点をそれぞれ P、Q、R、S とする。このとき、立方体の中にできる角錐 OPQRS について、次の各問いに答えよ。

- (1) この角錐の名前を答えよ。
- (2) この角錐の底面を四角形 PQRS とおくと、高さは何 cm か。
- (3) この角錐の体積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

(3) 底面の PQRS の面積は正方形 EFGH の半分になる。

[解答](1) 正四角錐 (2) 6cm (3) 36cm³

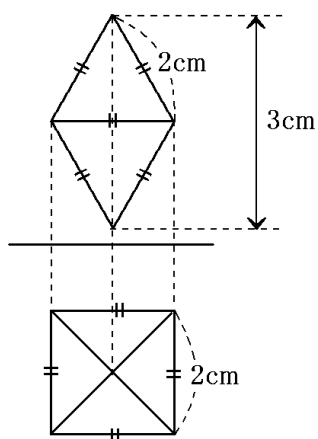
[解説]

(3) 底面の PQRS の面積は正方形 EFGH の半分で、 $6 \times 6 \div 2 = 18(\text{cm}^2)$

$$(\text{錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times 18 \times 6 = 36(\text{cm}^3)$$

[問題](後期期末)

次の投影図が表している立体の体積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

この立体は、底面が1辺2cmの正方形で高さが1.5cmの正四角錐2個でできている。

[解答]4cm³

[解説]

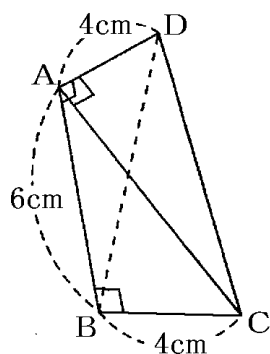
この立体は、底面が1辺2cmの正方形で高さが1.5cmの正四角錐2個でできている。

$$(\text{正四角錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times 1.5 = 2(\text{cm}^3)$$

$$(\text{この立体の体積}) = 2 \times 2 = 4(\text{cm}^3)$$

[問題](3学期)

次の立体の体積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

$\angle DAB = 90^\circ$, $\angle DAC = 90^\circ$ なので、DAは面ABCに垂直である。

したがって、この立体は底面を $\triangle ABC$ とし、高さがDAの三角錐と考えることができる。

[解答]16cm³

[解説]

$\angle DAB = 90^\circ$, $\angle DAC = 90^\circ$ なので、DAは面ABCに垂直である。

したがって、この立体は底面を $\triangle ABC$ とし、高さがDAの三角錐と考えることができる。

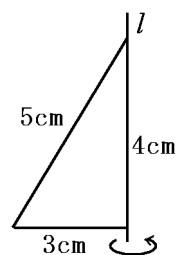
$$(\text{錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}(\triangle ABC \text{の面積})) \times (\text{高さ DA}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times BC \times AB \times DA$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 4 = 16(\text{cm}^3)$$

[回転体]

[問題](1 学期中間)

右図の直角三角形を、直線 l を軸に回転させてできる立体の体積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

図の直角三角形を、直線 l を軸に回転させてできる立体は、底面の半径が 3cm で、高さが 4cm の円錐になる。

[解答] $12\pi\text{cm}^3$

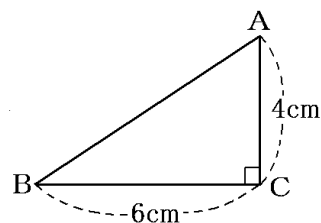
[解説]

図の直角三角形を、直線 l を軸に回転させてできる立体は、底面の半径が 3cm で、高さが 4cm

の円錐になる。(円錐の体積) $=\frac{1}{3}\times(\text{底面積})\times(\text{高さ})=\frac{1}{3}\times(\pi\times 3^2)\times 4=12\pi(\text{cm}^3)$

[問題](後期期末)

右図の直角三角形 ABC で、辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体を P 、辺 BC を軸として 1 回転させてできる立体を Q とするとき、 P と Q の体積について、どちらの体積がどれだけ大きいか答えよ。



[解答欄]

[解答] P のほうが $16\pi\text{cm}^3$ 大きい。

[解説]

辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体 P は、底面の半径が 6cm 、高さが 4cm の円錐で

ある。したがって、(円錐 P の体積) $=\frac{1}{3}\times(\text{底面積})\times(\text{高さ})=\frac{1}{3}\times(\pi\times 6^2)\times 4=48\pi(\text{cm}^3)$

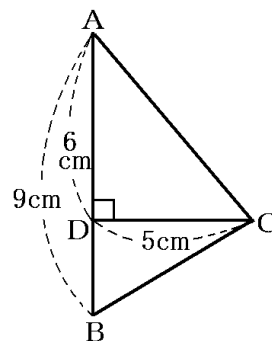
辺 BC を軸として 1 回転させてできる立体を Q は、底面の半径が 4cm 、高さが 6cm の円錐

である。したがって、(円錐 Q の体積) $=\frac{1}{3}\times(\text{底面積})\times(\text{高さ})=\frac{1}{3}\times(\pi\times 4^2)\times 6=32\pi(\text{cm}^3)$

よって、 P と Q では、 P のほうが、 $48\pi - 32\pi = 16\pi(\text{cm}^3)$ 大きい。

[問題](入試問題)

右の図のように、 $\angle A$ と $\angle B$ がともに 90° より小さい角である $\triangle ABC$ において、頂点 C から辺 AB にひいた垂線と辺 AB との交点を D とする。 $AB=9\text{cm}$, $AD=6\text{cm}$, $CD=5\text{cm}$ のとき、 $\triangle ABC$ を、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率は π とする。



(宮城県)

[解答欄]

[ヒント]

$\triangle ACD$ を AB を軸として 1 回転させたときにできる円錐と、 $\triangle BCD$ を AB を軸として 1 回転させたときにできる円錐に分けて考える。

[解答] $75\pi \text{ cm}^3$

[解説]

$\triangle ACD$ と $\triangle BCD$ の 2 つの部分に分けて考える。

$\triangle ACD$ を辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体は、底面の半径が $CD=5\text{cm}$ 、高さが $AD=6\text{cm}$ の円錐になるので、体積は、

$$\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 5^2) \times 6 = 50\pi (\text{cm}^3) \text{ になる。} \cdots \textcircled{1}$$

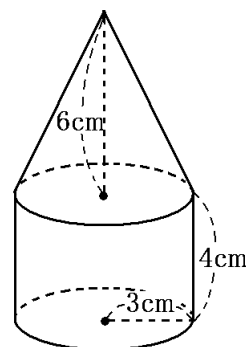
$\triangle BCD$ を辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体は、底面の半径が $CD=5\text{cm}$ 、高さが $BD=9-6=3(\text{cm})$ の円錐になるので、体積は、

$$\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 5^2) \times 3 = 25\pi (\text{cm}^3) \text{ になる。} \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、求める体積は、 $50\pi + 25\pi = 75\pi (\text{cm}^3)$ になる。

[問題](後期期末)

右の図の円錐と円柱を組み合わせた立体の体積を求めよ。



[解答欄]

[解答] $54\pi \text{ cm}^3$

[解説]

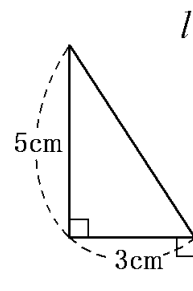
$$(\text{円柱部分の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = (\pi \times 3^2) \times 4 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$(\text{円錐部分の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 6 = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

よって、この立体の体積は、 $36\pi + 18\pi = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

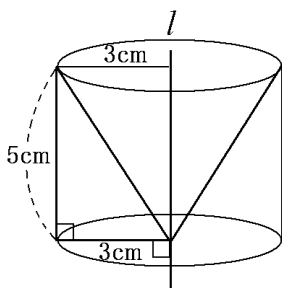
[問題](3学期)

右の図で、直線 l を軸として三角形を 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $30\pi \text{ cm}^3$

[解説]

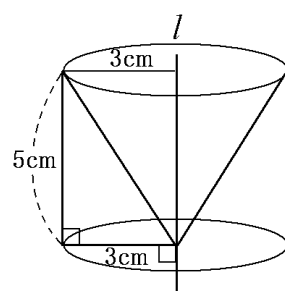
求める立体の体積は、右図の円柱部分の体積から円錐部分の体積を引いたものである。

$$(\text{円柱部分の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = (\pi \times 3^2) \times 5 = 45\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$(\text{円錐部分の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 5$$

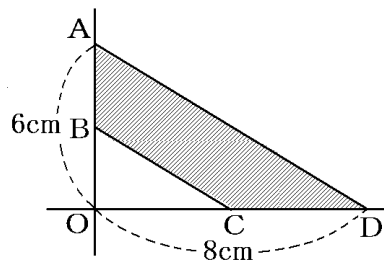
$$= 15\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$(\text{求める立体の体積}) = (\text{円柱部分の体積}) - (\text{円錐部分の体積}) = 45\pi - 15\pi = 30\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$



[問題](前期中間)

右の図の直角三角形 AOD の辺 AO を 6cm, 辺 DO を 8cm とし, 2 つの辺の midpoint をそれぞれ点 B, C とする。直角三角形 AOD から直角三角形 BOC を切り取ってできる四角形 ABCD の辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

$\triangle AOD$ の AO を軸にして 1 回転してできる立体は, 底面の半径が 8cm で高さが 6cm の円錐
 $\triangle BOC$ の BO を軸にして 1 回転してできる立体は, 底面の半径が 4cm で高さが 3cm の円錐

[解答] $112\pi \text{ cm}^3$

[解説]

$\triangle AOD$ の AO を軸にして 1 回転してできる立体は, 底面の半径が 8cm で高さが 6cm の円錐

なので, (体積) $= \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 8^2) \times 6 = 128\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

また, $\triangle BOC$ の BO を軸にして 1 回転してできる立体は, 底面の半径が 4cm で高さが 3cm

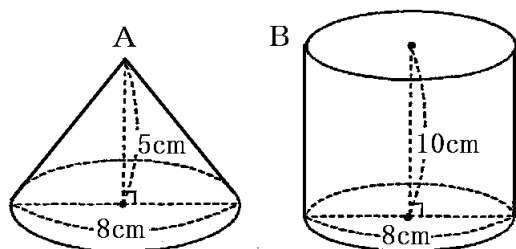
の円錐なので, (体積) $= \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 4^2) \times 3 = 16\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

よって, 求める体積は, $128\pi - 16\pi = 112\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

【】 錐と柱の体積比較

[問題](3 学期)

次の図の円錐 A と円柱 B において、底面は、円の半径が等しく、同じ大きさである。円柱 B の体積は、円錐 A の体積の何倍か。



[解答欄]

[ヒント]

A, B の底面積は等しい。この底面積を $S(\text{cm}^2)$ とおくと、

$$(\text{円柱 B の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = S \times 10 = 10S(\text{cm}^3)$$

$$(\text{円錐 A の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times S \times 5 = \frac{5}{3} S(\text{cm}^3)$$

[解答]6 倍

[解説]

A, B の底面積は等しい。この底面積を $S(\text{cm}^2)$ とおくと、

$$(\text{円柱 B の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = S \times 10 = 10S(\text{cm}^3)$$

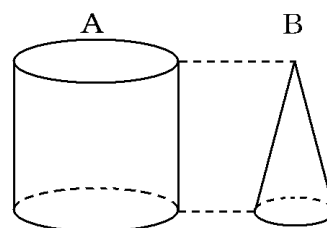
$$(\text{円錐 A の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times S \times 5 = \frac{5}{3} S(\text{cm}^3)$$

$$(\text{円柱 B の体積}) \div (\text{円錐 A の体積}) = 10S \div \frac{5}{3} S = 10 \div \frac{5}{3} = 10 \times \frac{3}{5} = 6(\text{倍})$$

[問題](1 学期期末)

右の図において、円柱 A と円錐 B は高さが等しく、A の底面の円の半径は、B の底面の円の半径の 2 倍である。A の体積は B の体積の何倍になるか。

[解答欄]



[ヒント]

A の底面の円の半径は、B の底面の円の半径の 2 倍なので、A の底面積は、B の底面積の $2^2=4$ (倍)になる。したがって、B の底面積を S とすると、A の底面積は $4S(\text{cm}^2)$ になる。

[解答]12 倍

[解説]

A の底面の円の半径は、B の底面の円の半径の 2 倍なので、A の底面積は、B の底面積の $2^2=4$ (倍)になる。したがって、B の底面積を S とすると、A の底面積は $4S(\text{cm}^2)$ になる。

(円柱 A の体積)=(底面積) \times (高さ) $=4S \times$ (高さ) (cm^3)

(円錐 B の体積) $=\frac{1}{3} \times$ (底面積) \times (高さ) $=\frac{1}{3} \times S \times$ (高さ) (cm^3)

円柱 A と円錐 B は高さが等しいので、

(円柱 A の体積) \div (円錐 B の体積) $=4S \times$ (高さ) \div ($\frac{1}{3} \times S \times$ (高さ)) $=4 \div \frac{1}{3}=4 \times 3=12$ (倍)

[問題](1 学期中間)

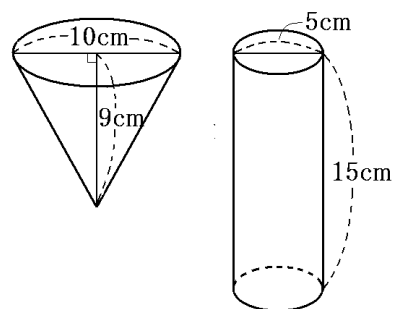
右図のような円錐の形をした容器に水をいっぱい入れ、それを、円柱の形をした容器に移すと水の深さはどれだけになるか。

[解答欄]

[ヒント]

円柱に入れた水の深さを $x \text{ cm}$ とすると、

(円柱に入れた水の体積)=(底面積) \times (高さ) $=\pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times x = \frac{25}{4}\pi x (\text{cm}^3)$



[解答]12cm

[解説]

まず、この円錐の体積を求める。

(円錐の体積) $=\frac{1}{3} \times$ (底面積) \times (高さ) $=\frac{1}{3} \times (\pi \times 5^2) \times 9=75\pi (\text{cm}^3)$

円柱に入れた水の深さを $x \text{ cm}$ とすると、

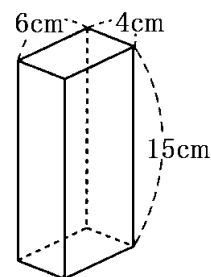
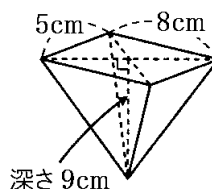
(円柱に入れた水の体積)=(底面積) \times (高さ) $=\pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times x = \frac{25}{4}\pi x (\text{cm}^3)$

よって、 $\frac{25}{4}\pi x = 75\pi$ ，両辺を $\frac{25}{4}\pi$ で割ると，

$$x = 75\pi \div \frac{25}{4}\pi = 75 \times \frac{4}{25} = 12 \text{ となる。}$$

[問題](入試問題)

右の図のような，底面が長方形の四角錐の容器 A と直方体の容器 B がある。A を水でいっぱい満たし，その水をこぼすことなく，すべて B に移す。B を水平な台の上に置いたとき，B に入った水の深さは何 cm になるか。ただし，容器の厚さは考えないものとする。



(福島県)

[解答欄]

[解答]5cm

[解説]

$$(\text{四角錐 A の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times 5 \times 8 \times 9 = 120(\text{cm}^3) \cdots \textcircled{1}$$

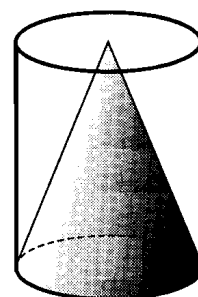
B に入った水の深さを x cm とすると，

$$(\text{B に入った水の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{水の高さ}) = 6 \times 4 \times x = 24x(\text{cm}^3) \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } 24x = 120 \quad x = 120 \div 24 = 5$$

[問題](入試問題)

円柱の容器 A と円錐の形をした鉄のおもり B がある。容器 A，おもり B は，どちらも底面の半径が 6cm，高さが 15cm である。右の図のように，容器 A におもり B を入れ，底面が水平な状態で水を入れていく。おもり B を入れた容器 A いっぱいになった水を，1 辺が 12cm の立方体の容器 C に残らず移した。容器 C の水面の高さを求めよ。ただし，容器 C は底面が水平になるように置いてあるものとする。また，容器の厚みは考えないものとする。また，円周率を π とする。



(長野県)

[解答欄]

[ヒント]

「おもり B を入れた容器 A いっぱいにたまった水」の体積は、容器 A の体積から B の体積を引いた量になる。

[解答] $\frac{5}{2} \pi \text{ cm}$

[解説]

「おもり B を入れた容器 A いっぱいにたまった水」の体積は、容器 A の体積から B の体積を引いた量になる。A は底面の半径が 6cm, 高さが 15cm の円柱であるので,

$$(A \text{ の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = (\pi \times 6^2) \times 15 = 540\pi \text{ (cm}^3\text{)} \cdots \textcircled{1}$$

B は底面の半径が 6cm, 高さが 15cm の円錐であるので,

$$(\text{円錐 B の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\pi \times 6^2) \times 15 = 180\pi \text{ (cm}^3\text{)} \cdots \textcircled{2}$$

したがって、たまった水の体積は、①, ②より、 $540\pi - 180\pi = 360\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ になる。

次に、容器 C にたまった水の深さを $x \text{ cm}$ とすると,

$$(\text{水がたまった部分の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = 12 \times 12 \times x = 144x \text{ (cm}^3\text{)}$$

よって、 $144x = 360\pi$ が成り立つ。 $x = 360\pi \div 144 = \frac{360}{144} \pi = \frac{5}{2} \pi \text{ (cm)}$

[問題](入試問題)

右の図のような、底面が 1 辺 2cm の正五角形で高さが 5cm である正五角柱 $ABCDE-FGHIJ$ があり、辺 AF 上に $AP=3\text{cm}$ となる点 P がある。正五角柱 $ABCDE-FGHIJ$ の体積を $S \text{ cm}^3$, 五角錐 $P-FGHIJ$ の体積を $T \text{ cm}^3$ とする。このとき、2 つの図形の体積の比 $S : T$ を、最も簡単な整数の比で表せ。

(栃木県)

[解答欄]

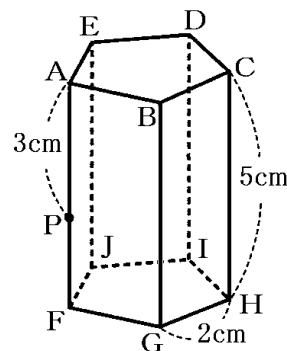
[ヒント]

底面 $FGHIJ$ の面積を $a \text{ (cm}^2\text{)}$ とする。

$$(\text{正五角柱の体積 } S) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ } CH)$$

$$(\text{五角錐の体積 } T) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ } PF)$$

[解答] 15 : 2



【解説】

底面 $FGHIJ$ の面積を a (cm^2) とする。

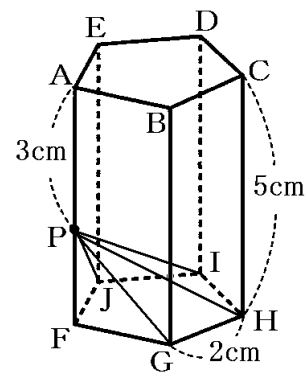
$$(\text{正五角柱の体積 } S) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ } CH) = a \times 5 = 5a \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$(\text{五角錐の体積 } T) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ } PF) = \frac{1}{3} \times a \times (5 - 3)$$

$$= \frac{1}{3} \times a \times 2 = \frac{2}{3}a \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$(\text{正五角柱の体積 } S) : (\text{五角錐の体積 } T) = 5a : \frac{2}{3}a$$

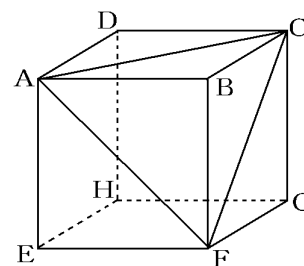
$$= 5 : \frac{2}{3} = 15 : 2$$



【】 立体の切断など

[問題](後期期末)

右の図のような、1辺の長さが6cmの立方体 ABCD-EFGH がある。4つの点 A, B, C, F を頂点とする立体の体積は、立方体 ABCD-EFGH の何分の1か。



[解答欄]

[ヒント]

4つの点 A, B, C, F を頂点とする立体は三角錐である。△ABC を底面とすると、高さは BF になる。

[解答]6分の1($\frac{1}{6}$)

[解説]

(立方体 ABCD-EFGH の体積) $=6 \times 6 \times 6 = 216(\text{cm}^3)$

4つの点 A, B, C, F を頂点とする立体は三角錐である。△ABC を底面とすると、高さは BF になる。

(△ABC の面積) $=\frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18(\text{cm}^2)$, BF=6(cm)なので,

(錐の体積) $=\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times (\triangle ABC \text{ の面積}) \times BF$

$=\frac{1}{3} \times 18 \times 6 = 36(\text{cm}^3)$

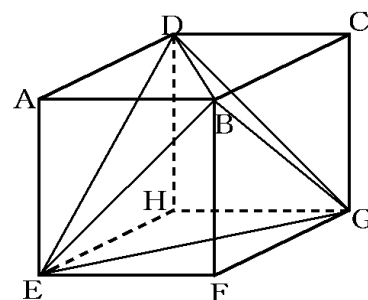
よって、 $216(\text{cm}^3) \div 36(\text{cm}^3) = 6$ なので、点 A, B, C, F を頂点とする立体の体積は、立方体 ABCD-EFGH の6分の1になる。

[問題](入試問題)

右図の立体 ABCD-EFGH は、1辺が6cmの立方体である。図において、4点 B, D, E, G を頂点とする立体 BDEG の体積を求めよ。

(石川県)

[解答欄]



[ヒント]

図の立体 BDEG は、図の立方体から、同じ形の 4 つの三角錐を切り取ったものである。

[解答] 72cm^3

[解説]

図の立体 BDEG は、図の立方体から、同じ形の 4 つの三角錐を切り取ったものである。

(立方体の体積) $= 6 \times 6 \times 6 = 216(\text{cm}^3)$

三角錐 ABDE で、 $\triangle ABD$ を底面とすると高さは AE である(AE は平面 ABD に垂直)。

$$(\text{三角錐 ABDE の体積}) = \frac{1}{3} \times (\triangle ABD \text{ の面積}) \times (\text{高さ AE}) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times AB \times AD \right) \times AE$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 6 = 36(\text{cm}^3)$$

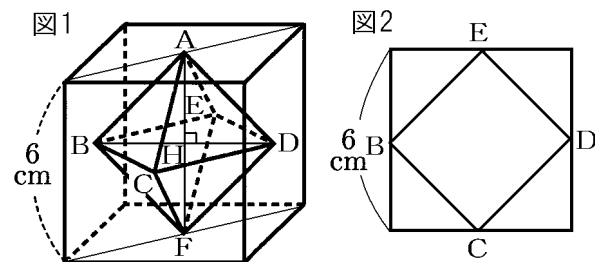
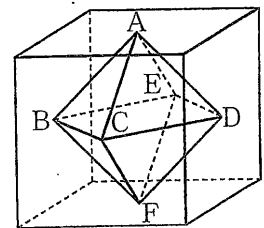
$$(\text{立体 BDEG の体積}) = (\text{立方体の体積}) - (\text{三角錐の体積}) \times 4 = 216 - 36 \times 4 = 216 - 144 = 72(\text{cm}^3)$$

[問題](3 学期)

右図のように、立方体の各面の対角線の交点を結ぶと正八面体ができる。立方体の 1 辺が 6cm のとき、この正八面体の体積を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]



[解答] 36cm^3

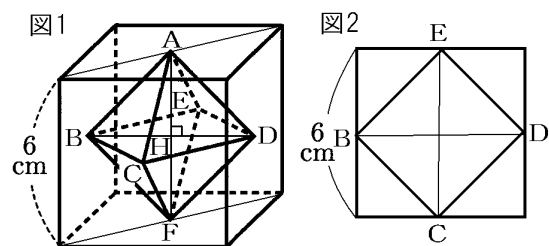
[解説]

右の図 1 で正四角錐 ABCDE の体積を求める。

この正四角錐の高さは、 $AH = 6 \div 2 = 3(\text{cm})$

図 2 でわかるように、底面の正方形 BCDE の面積は、外側を囲む 1 辺が 6cm の正方形の半分であるので、

$$(\text{正方形 BCDE の面積}) = 6 \times 6 \div 2 = 18(\text{cm}^2)$$

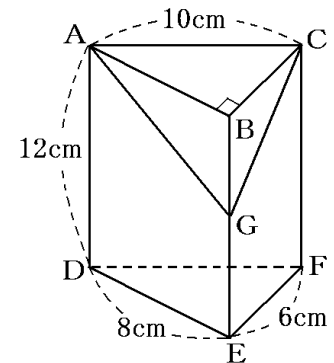


よって、(正四角錐 ABCDE の体積) = $\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times 18 \times 3 = 18(\text{cm}^3)$

したがって、(正八面体の体積) = $18 \times 2 = 36(\text{cm}^3)$

[問題](後期期末)

右図のような三角柱 ABC-DEF を、辺 BE の中点 G と辺 AC を通る平面で切断した。このとき残った立体 AGC-DEF の体積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

(三角柱 ABC-DEF の体積) - (三角錐 GABC の体積) で求める。

[解答] 240cm^3

[解説]

(三角柱 ABC-DEF の体積) - (三角錐 GABC の体積) で求める。

$$(\text{共通の底面の面積}) = (\triangle ABC \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times AB \times CB = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$$

$$(\text{三角柱 ABC-DEF の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ AD}) = 24 \times 12 = 288(\text{cm}^3)$$

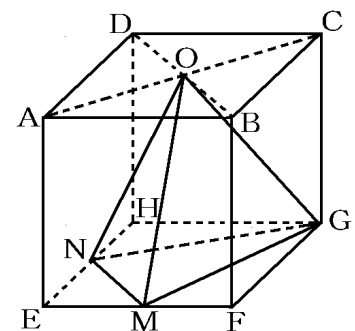
$$(\text{三角錐 GABC の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ BG}) = \frac{1}{3} \times 24 \times 6 = 48(\text{cm}^3)$$

$$(\text{AGC-DEF の体積}) = (\text{三角柱 ABC-DEF の体積}) - (\text{三角錐 GABC の体積}) \\ = 288 - 48 = 240(\text{cm}^3)$$

[問題](後期期末)

右の図のように、1 辺が 6cm の立方体 ABCD-EFGH の辺 EF, EH の中点をそれぞれ M, N とし、正方形 ABCD の対角線 AC, BD の交点を O とする。

このとき、四面体 O-GMN の体積を求めよ。

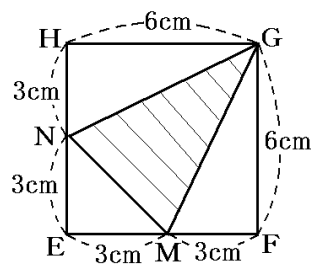


[解答欄]

[ヒント]

四面体 O-GMN の底面を $\triangle GMN$ とすると、高さは O から底面 GMN におろした垂線の長さで AE と同じ 6cm になる。

底面の $\triangle GMN$ の面積は、外側の正方形から 3 つの三角形の面積を引いて求める。



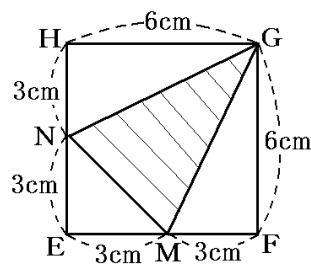
[解答] 27cm^3

[解説]

四面体 O-GMN の底面を $\triangle GMN$ とすると、高さは O から底面 GMN におろした垂線の長さで AE と同じ 6cm になる。

そこで、右図に示した底面の $\triangle GMN$ の面積を求める。

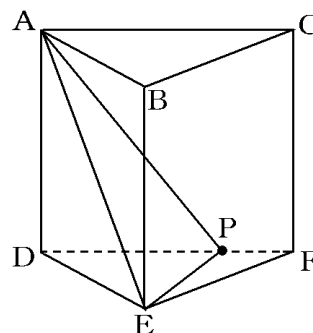
$$\begin{aligned}
 (\triangle GMN) &= (\text{正方形 } EFGH) - (\triangle NME) - (\triangle FGM) - (\triangle HGN) \\
 &= 6 \times 6 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 3 \times 6 - \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 36 - \frac{9}{2} - 9 - 9 = \frac{27}{2} (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$



$$\text{よって、(四面体 O-GMN の体積)} = \frac{1}{3} \times (\triangle GMN \text{ の面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times \frac{27}{2} \times 6 = 27 (\text{cm}^3)$$

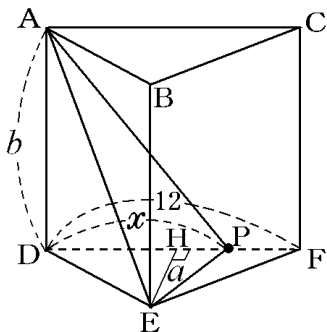
[問題](後期期末)

右の図のように三角柱 ABC-DEF の辺 DF 上に点 P をとり、三角柱 ABC-DEF の体積が三角錐 A-DEP の体積の 4 倍になるようにする。DF=12cm のとき、DP の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] 9 cm

【解説】

右図のように、 $DP = x \text{ cm}$ 、 $AD = b \text{ cm}$ とする。

また、底面の $\triangle DEF$ で、底辺を DF としたときの高さを $EH = a \text{ cm}$ とする。

(三角柱 $ABC-DEF$ の体積) $= (\triangle DEF$ の面積) \times (高さ AD)

$$= \left(\frac{1}{2} \times DF \times EH\right) \times AD = \frac{1}{2} \times 12 \times a \times b = 6ab \text{ (cm}^3\text{)}$$

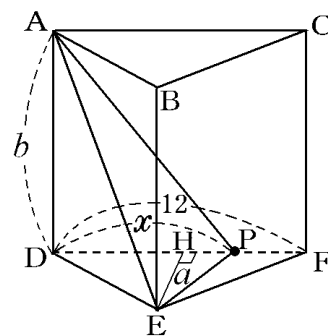
(三角錐 $A-DEP$ の体積) $= \frac{1}{3} \times (\triangle DPE$ の面積) \times (高さ AD)

$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times DP \times EH\right) \times AD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times x \times a \times b = \frac{abx}{6} \text{ (cm}^3\text{)}$$

「三角柱 $ABC-DEF$ の体積が三角錐 $A-DEP$ の体積の4倍になる」ので、

$$6ab = \frac{abx}{6} \times 4, \text{ 両辺を } ab \text{ で割ると, } 6 = \frac{4}{6}x$$

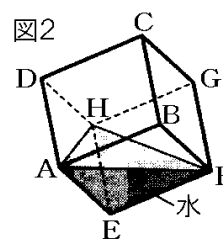
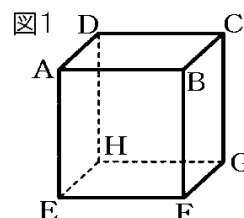
$$\text{よって, } x = 6 \div \frac{4}{6} = 6 \times \frac{6}{4} = \frac{36}{4} = 9 \text{ (cm)}$$



【問題】(入試問題)

健さんは、図1のような1辺の長さが6cmの立方体の形をした容器 $ABCD-EFGH$ を使って、水の体積を調べてみることにした。次の各問いに答えよ。ただし、容器の厚さは考えないものとする。

- (1) 健さんが、図1の容器に水を入れて密閉し、傾けたところ、図2のように水面は $\triangle AFH$ になった。このときの水の体積を求めよ。
- (2) 次に、健さんは、水の入った図2の容器を、面 $EFGH$ が底になるように水平な台に置いた。このとき、面 $EFGH$ から水面までの高さを求めよ。



(山形県)

【解答欄】

(1)	(2)
-----	-----

【ヒント】

$$\text{(三角錐 } AEFH \text{ の体積)} = \frac{1}{3} \times (\triangle AEH \text{ の面積}) \times (\text{高さ } FE)$$

【解答】(1) 36 cm^3 (2) 1 cm

【解説】

(1) 水の体積は、図の三角錐 AEFH の体積と同じである。

三角錐 AEFH の底面を AEH とすると、高さは FE になる(辺 FE は平面 AEH と垂直)。

$$\begin{aligned} (\text{三角錐 AEFH の体積}) &= \frac{1}{3} \times (\triangle AEH \text{ の面積}) \times (\text{高さ FE}) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times AE \times HE\right) \times FE \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 6 = 36(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

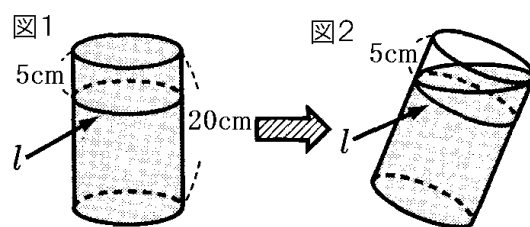
(2) 面 EFGH から水面までの高さを $x(\text{cm})$ とすると、

$$(\text{水の体積}) = EF \times FG \times x = 36,$$

$$6 \times 6 \times x = 36, \quad 36x = 36, \quad x = 36 \div 36 = 1(\text{cm})$$

【問題】(後期期末)

右の図1のように、高さが20cmの円柱形の容器に、水がいっぱいに入っている。この容器の側面には上端から5cmの位置に線*l*がかかっている。この容器を傾けて水をこぼしていき、図2のように水面が線*l*に届いたところで傾けるのをやめた。このとき、残った水の量とこぼれ出た水の量の比を、もっとも簡単な整数の比で表せ。



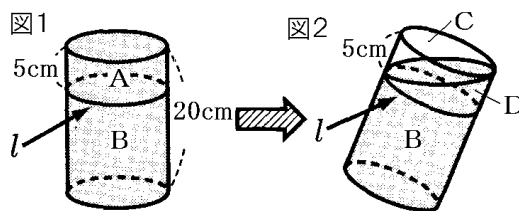
【解答欄】

【ヒント】

図1のAは、図2のC+D

こぼれ出た水は右の図2のCの部分

CとDの体積は同じになる。



【解答】7 : 1

【解説】

この円柱形の容器の底面積を S とすると、

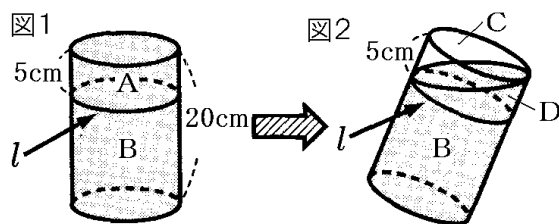
図1のAの円柱の高さは5cm、Bの円柱の高さは $20 - 5 = 15(\text{cm})$ なので、

$$(\text{Aの体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = S \times 5 = 5S(\text{cm}^3)$$

$$(\text{Bの体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = S \times 15$$

$$= 15S(\text{cm}^3)$$

図2で、CとDの体積は等しく、CとDの体積の和はAの体積($5S(\text{cm}^3)$)と等しいので、



$$(C \text{ の体積}) = (D \text{ の体積}) = (A \text{ の体積}) \div 2 = 5S \div 2 = 2.5S(\text{cm}^3)$$

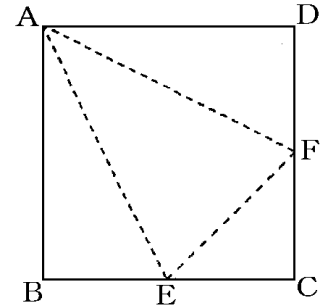
$$(\text{残った水の量}) = (B \text{ の体積}) + (D \text{ の体積}) = 15S + 2.5S = 17.5S(\text{cm}^3)$$

$$(\text{こぼれ出た水の量}) = (C \text{ の体積}) = 2.5S(\text{cm}^3)$$

$$\text{よって, } (\text{残った水の量}) : (\text{こぼれ出た水の量}) = 17.5S : 2.5S = 175 : 25 = 7 : 1$$

[問題](3 学期)

右の図は、1 辺の長さが 10cm の正方形で、点 E, F は辺 BC, CD の中点である。点線を折り目として、3 点 B, C, D が 1 点で重なるように折り、三角錐をつくる。この三角錐の体積を求めよ。

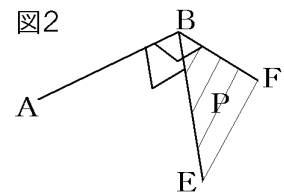
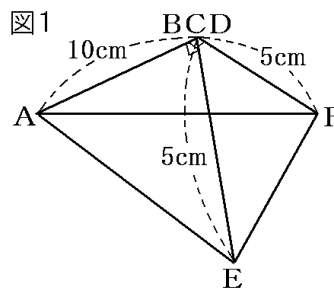


[解答欄]

[ヒント]

右図は組み立ててできた三角錐の見取り図である。

$\triangle CEF$ を底面とすると、高さは辺 AB になる。



[解答] $\frac{125}{3} \text{cm}^3$

[解説]

右図は組み立ててできた三角錐の見取り図である。どの面を底面にするかが、この問題のポイントである(例えば、 $\triangle AEF$ を底面にすると、高さを求めることができない)。

そこで、右図の平面 CEF と直線 AB に注目する。直線 AB が平面 CEF に垂直ならば、AB を高さとすることができる。

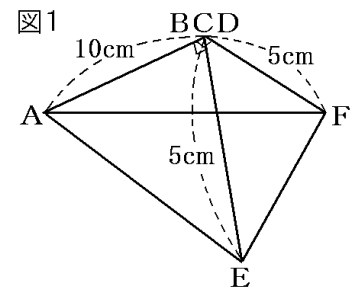
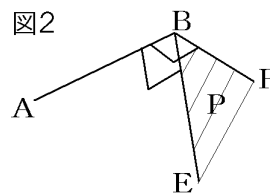


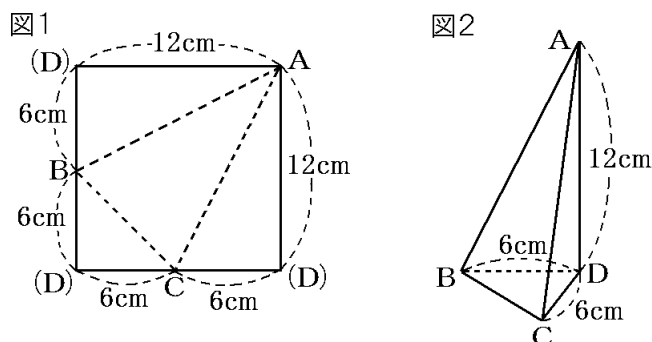
図 2 で、直線 AB が、平面 P 上の直線 BE, BF とそれぞれ垂直に交わっていれば、直線 AB は平面 P に垂直になる。したがって、 $\triangle CEF$ を底面とすると、高さは辺 AB になる。

$$(\triangle CEF \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times CE \times CF = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2} (\text{cm}^2) \text{ なので,}$$

$$(\text{三角錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積} \triangle CEF) \times (\text{高さ AB}) = \frac{1}{3} \times \frac{25}{2} \times 10 = \frac{125}{3} (\text{cm}^3)$$

[問題](3学期)

図1の1辺の長さが12cmの正方形を折って、図2のように三角すいA-BCDをつくる。このとき、次の各問いに答えよ。



- (1) 三角すいA-BCDの体積を求めよ。
 (2) $\triangle ABC$ を底面としたときの三角すいの高さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

- (1) 図2で、 $\triangle BCD$ を底面にしたとき、ADが高さになる。
 (2) まず、底面の $\triangle ABC$ の面積を求める。図1より、
 $(\triangle ABC \text{の面積}) = (\text{正方形の面積}) - (\triangle BCD \text{の面積}) - (\triangle ABD \text{の面積}) - (\triangle ACD \text{の面積})$
 (1)で求めたこの三角錐の体積と、底面の $\triangle ABC$ の面積から高さを求めることができる。

[解答](1) 72cm^3 (2) 4cm

[解説]

(1) 図2の三角すいA-BCDで、 $\triangle BCD$ を底面にしたとき、ADが高さになるかどうかのポイントである。 $\angle ADB = 90^\circ$ 、 $\angle ADC = 90^\circ$ なので、 $AD \perp$ 底面BCDとなり、ADは間違いなく高さになる。

図1より、 $\triangle BCD$ で $\angle BDC$ は直角なので、

$$(\triangle BCD \text{の面積}) = \frac{1}{2} \times CD \times BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18(\text{cm}^2)$$

よって、

$$(\text{三角すいA-BCDの体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さAD}) = \frac{1}{3} \times 18 \times 12 = 72(\text{cm}^3)$$

(2) まず、底面の $\triangle ABC$ の面積を求める。図1より、

$$\begin{aligned} (\triangle ABC \text{の面積}) &= (\text{正方形の面積}) - (\triangle BCD \text{の面積}) - (\triangle ABD \text{の面積}) - (\triangle ACD \text{の面積}) \\ &= 12 \times 12 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \frac{1}{2} \times 12 \times 6 - \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 144 - 18 - 36 - 36 = 54(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

$\triangle ABC$ を底面としたときの三角すいの高さを $x\text{cm}$ とすると、(1)より、

$$(\text{三角すい A-BCD の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積 ABC}) \times (\text{高さ}) = 72(\text{cm}^3)$$

$$\text{よって, } \frac{1}{3} \times 54 \times x = 72, \quad 18x = 72, \quad x = 72 \div 18 = 4$$

【】 球の表面積・体積

[球の表面積・体積の公式]

[問題](3 学期)

半径 2cm の球の表面積，および体積を求めよ。

[解答欄]

表面積：	体積：
------	-----

[ヒント]

球の半径を r とすると，

$$(\text{表面積}) = S = 4\pi r^2, (\text{体積}) = V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$[\text{解答}] \text{表面積} : 16\pi \text{ cm}^2 \quad \text{体積} : \frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$$

[解説]

半径の球の表面積を S ，体積を V とすると， $S = 4\pi r^2$ (円の面積の 4 倍)

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ (「身の上に心配あーるの 3 乗」と覚えておく)}$$

したがって，半径 2cm の球については，

$$(\text{表面積}) = S = 4\pi r^2 = 4\pi \times 2^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\text{体積}) = V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

[問題](3 学期)

半径 3cm の球の表面積，および体積を求めよ。

[解答欄]

表面積：	体積：
------	-----

$$[\text{解答}] \text{表面積} : 36\pi \text{ cm}^2 \quad \text{体積} : 36\pi \text{ cm}^3$$

[解説]

$$(\text{表面積}) = S = 4\pi r^2 = 4\pi \times 3^2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\text{体積}) = V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

[問題](3 学期)

次の式をかけ。

- (1) 半径 r の球の表面積 S を求める式。
- (2) 半径 r の球の体積 V を求める式。

[解答欄]

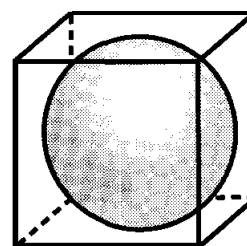
(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) $S = 4\pi r^2$ (2) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

[球・円柱・円錐]

[問題](入試問題)

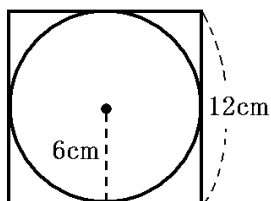
右の図のように、1辺の長さが12cmの立方体のすべての面に接している球がある。この球の体積を求めよ。ただし、円周率は π を用いること。



(高知県)

[解答欄]

[ヒント]

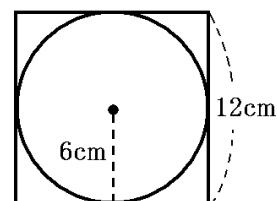


[解答] $288\pi \text{ cm}^3$

[解説]

右図から、この球の半径は6cmである。したがって、

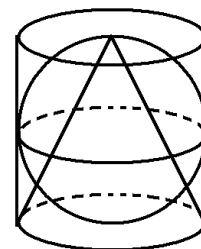
$$(\text{体積}) = V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 6^3 = 288\pi (\text{cm}^3)$$



[問題](3学期)

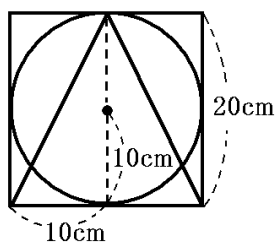
右の図のように、底面の半径が10cm、高さが20cmの円柱と、その円柱にちょうどはいる大きさの球と円錐がある。円柱、球、円錐の体積の比をもっとも簡単な整数の比で表せ。

[解答欄]



[ヒント]

この立体を横から見ると、次の図のようになる。



[解答]円柱：球：円錐＝3：2：1

[解説]

右図は、この立体を横から見たものである。

円柱と円錐の底面の円の半径は 10cm、高さは 20cm なので、
 (円柱の体積)＝(底面積)×(高さ)＝ $\pi \times 10^2 \times 20 = 2000\pi$ (cm³)

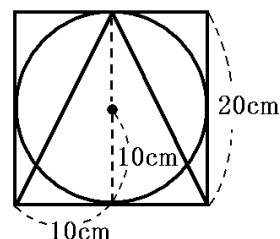
$$(\text{円錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 20$$

$$= \frac{2000}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$(\text{球の体積}) = \frac{4}{3} \times \pi \times (\text{半径})^3 = \frac{4}{3} \pi \times 10^3 = \frac{4000}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

よって、体積比は、

$$\text{円柱} : \text{球} : \text{円錐} = 2000\pi : \frac{4000}{3}\pi : \frac{2000}{3}\pi = 6000 : 4000 : 2000 = 3 : 2 : 1$$

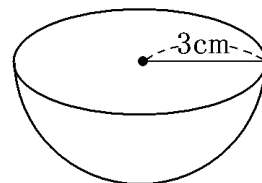


[球の半分・回転体]

[問題](3学期)

右図は、半径が 3cm の球を、中心を通る平面で切つてできた立体を表している。次の各問いに答えよ。

- (1) この立体の体積を求めよ。
- (2) この立体の表面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) 18π cm³ (2) 27π cm²

[解説]

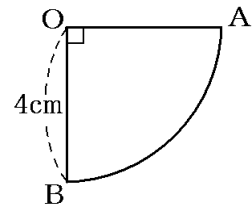
(1) 半径が 3cm の球の体積は、 $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi$ (cm³)であるので、

図の半球の体積は、 $36\pi \div 2 = 18\pi$ (cm³)である。

(2) 半径が 3cm の球の表面積は、 $S = 4\pi r^2 = 4\pi \times 3^2 = 36\pi (\text{cm}^2)$ であるので、
 図の半球の曲面部分の面積は、 $36\pi \div 2 = 18\pi (\text{cm}^2)$ である。
 半球の平面部分は半径 3cm の円なので、
 その面積は、 $\pi \times 3^2 = 9\pi (\text{cm}^2)$ である。
 したがって、この立体の表面積は、 $18\pi + 9\pi = 27\pi (\text{cm}^2)$ である。

[問題](3 学期)

右図のような中心角が 90° のおうぎ形を、線分 OB を回転の軸として回転させたときにできる立体の表面積を求めよ。



[解答欄]

[解答] $48\pi \text{ cm}^2$

[解説]

図のような図形を、線分 OB を回転の軸として回転させたときにできる立体は、半径が 4cm の球の半分である。

半径が 4cm の球の表面積は、 $S = 4\pi r^2 = 4\pi \times 4^2 = 64\pi (\text{cm}^2)$ であるので、

半球の曲面部分の面積は、 $64\pi \div 2 = 32\pi (\text{cm}^2)$ である。

半球の平面部分は半径 4cm の円なので、

その面積は、 $\pi \times 4^2 = 16\pi (\text{cm}^2)$ である。

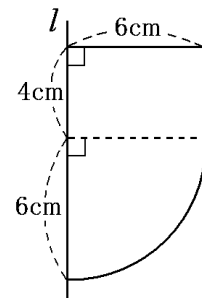
したがって、この立体の表面積は、 $32\pi + 16\pi = 48\pi (\text{cm}^2)$ である。

[問題](1 学期中間)

右図のおうぎ形と長方形を合わせた図形を、直線 l を軸として 1 回転させてできる立体について、次の各問いに答えよ。

(1) 体積を求めよ。

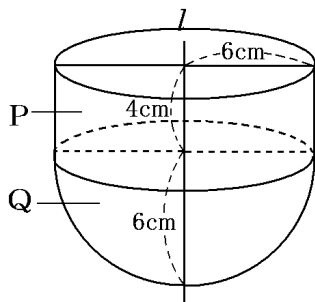
(2) 表面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



[解答](1) $288\pi\text{ cm}^3$ (2) $156\pi\text{ cm}^2$

[解説]

右図のように、この回転体を P と Q の部分に分けて考える。

(1) P は底面の半径が 6cm、高さが 4cm の円柱なので、

$$(P \text{ の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \pi \times 6^2 \times 4 = 144\pi (\text{cm}^3)$$

Q は半径 6cm の球の半分であるので、

$$(Q \text{ の体積}) = \frac{4}{3} \times \pi \times (\text{半径})^3 \div 2 = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 \div 2 = 144\pi (\text{cm}^3)$$

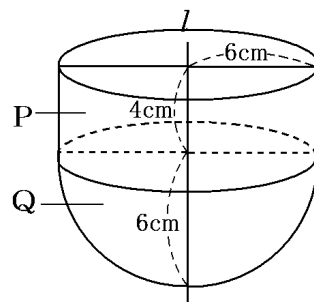
したがって、この回転体の体積は、 $144\pi + 144\pi = 288\pi (\text{cm}^3)$

(2) (P の側面積) = (円周) × (高さ) = $(2\pi \times 6) \times 4 = 48\pi (\text{cm}^2)$

(P の底面積) = $\pi \times 6^2 = 36\pi (\text{cm}^2)$

また、Q の部分の面積は半径 6cm の球の半分であるので、 $4\pi \times 6^2 \div 2 = 72\pi (\text{cm}^2)$

したがって、この回転体の表面積は、 $48\pi + 36\pi + 72\pi = 156\pi (\text{cm}^2)$ となる。

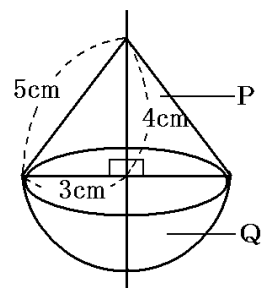
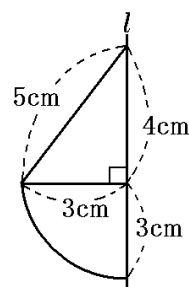


[問題](後期期末)

右の図形を、直線 l を軸として 1 回転させた回転体の体積を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]



[解答] $30\pi\text{ cm}^3$

[解説]

右図のように、この回転体を P と Q の部分に分けて考える。

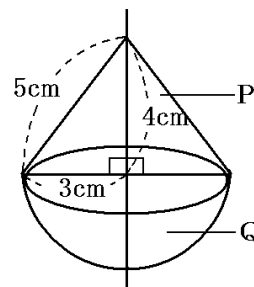
P は底面の円の半径が 3cm、高さが 4cm の円錐なので、

$$(P \text{ の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi (\text{cm}^3)$$

Q は半径 3cm の球の半分であるので、

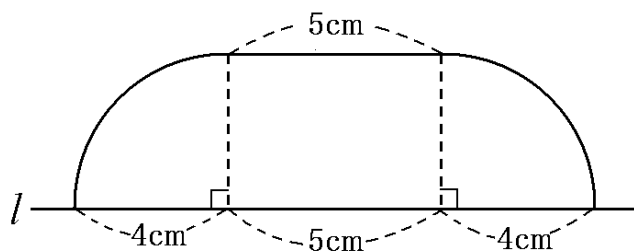
$$(Q \text{ の体積}) = \frac{4}{3} \times \pi \times (\text{半径})^3 \div 2 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 \div 2 = 18\pi (\text{cm}^3)$$

したがって、この回転体の体積は、 $12\pi + 18\pi = 30\pi (\text{cm}^3)$



[問題](3学期)

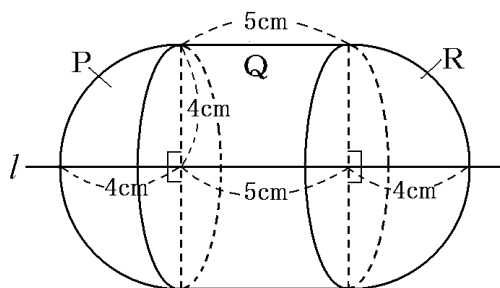
次の図を、直線 l を回転の軸として 1 回転させてできる立体の①体積と、②表面積を求めよ。ただし、円周率は π とする。



[解答欄]

①	②
---	---

[ヒント]



[解答]① $\frac{496}{3}\pi \text{ cm}^3$ ② $104\pi \text{ cm}^2$

[解説]

① 直線 l を回転の軸として 1 回転させてできる立体は右の図のようになる。図の P と R を合わせると、半径が 4cm の球になる。したがって、

$$(\text{P と R の体積の合計}) = \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3 = \frac{256}{3} \pi (\text{cm}^3)$$

Q は底面の半径が 4cm で高さが 5cm の円柱なので、

$$(\text{Q の体積}) = (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = (\pi \times 4^2) \times 5 = 80\pi (\text{cm}^3)$$

$$\text{よって、} (\text{P と R の体積の合計}) + (\text{Q の体積}) = \frac{256}{3} \pi + 80\pi = \frac{256}{3} \pi + \frac{240}{3} \pi = \frac{496}{3} \pi (\text{cm}^3)$$

② 求める表面積は、P と R を合わせた球の表面積と、円柱 Q の側面積の和になる。

$$(\text{P と R を合わせた球の表面積}) = 4 \times \pi \times 4^2 = 64\pi (\text{cm}^2)$$

円柱 Q の展開図の側面の部分は、縦が 5cm、横(=円周の長さ)が $2 \times \pi \times 4 = 8\pi (\text{cm})$ の長方形なので、(円柱 Q の側面積) = $5 \times 8\pi = 40\pi (\text{cm}^2)$

$$\text{したがって、} (\text{P と R を合わせた球の表面積}) + (\text{円柱 Q の側面積}) = 64\pi + 40\pi = 104\pi (\text{cm}^2)$$

【FdData 中間期末製品版のご案内】

詳細は、[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#)に掲載 ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆印刷・編集

この PDF ファイルは、FdData 中間期末を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 中間期末は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 中間期末の特徴

中間期末試験で成績を上げる秘訣は過去問を数多く解くことです。FdData 中間期末は、実際に全国の中学校で出題された試験問題をワープロデータ(Word 文書)にした過去問集です。各教科(社会・理科・数学)約 1800~2100 ページと豊富な問題を収録しているため、出題傾向の 90%以上を網羅しております。

FdData 中間期末を購入いただいたお客様からは、「市販の問題集とは比べものにならない質の高さですね。子どもが受けた今回の期末試験では、ほとんど同じような問題が出て今までにないような成績をとることができました。」「製品の質の高さと豊富な問題量に感謝します。試験対策として、塾の生徒に FdData の膨大な問題を解かせたところ、成績が大幅に伸び過去最高の得点を取れました。」などの感想をいただいております。

◆サンプル版と製品版の違い

ホームページ上に掲載しておりますサンプルは、印刷はできませんが、製品の全内容を掲載しており、どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。しかし、FdData 中間期末がその本来の力を発揮するのは印刷ができる製品版においてです。印刷した問題を、鉛筆を使って一問一問解き進むことで、大きな学習効果を得ることができます。さらに、製品版は、すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」、編集に適した「問題解答一体形式」、暗記分野で効果を発揮する「一問一答形式」(理科と社会)の 3 形式を含んでいますので、目的に応じて活用することができます。

※[FdData 中間期末の特徴\(QandA 方式\)](#) ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆FdData 中間期末製品版(Word 版)の価格(消費税込み)

※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

[数学 1 年](#)、[数学 2 年](#)、[数学 3 年](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[理科 1 年](#)、[理科 2 年](#)、[理科 3 年](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[社会地理](#)、[社会歴史](#)、[社会公民](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は、メール(info2@fdtext.com)、または電話(092-811-0960)で承っております。

※[注文→インストール→編集・印刷の流れ](#)、[※注文メール記入例](#) ([Shift]+左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail : info2@fdtext.com Tel : 092-811-0960