【FdData 中間期末：中学数学 2 年：四角形】

[平行四辺形の性質／計算問題／平行四辺形の性質：三角形の合同①／三角形の合同②／長さの証明／平行四辺形になる条件／平行四辺形になることの証明：4 条件の 1 つ／三角形の合同を先に証明／ひし形・長方形・正方形：定義・性質／証明／面積が等しい三角形／等積変形／面積を求める／FdData 中間期末製品版のご案内]

[FdData 中間期末ホームページ] 掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧
※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学：[数学 1 年]，[数学 2 年]，[数学 3 年]　([Shift]＋左クリック)
理科：[理科 1 年]，[理科 2 年]，[理科 3 年]　([Shift]＋左クリック)
社会：[社会地理]，[社会歴史]，[社会公民]　([Shift]＋左クリック)
※全内容を掲載しておりますが，印刷はできないように設定しております

【】平行四辺形の性質

[問題](3 学期)(*)

次の各問いに答えよ。

(1) 平行四辺形の定義を書け。

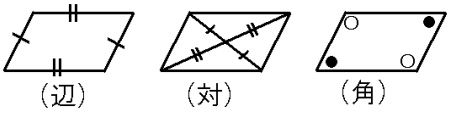
(2) 平行四辺形の性質を 3 つ書け。

[解答欄]

(1)
(2)

[ヒント]

(2)



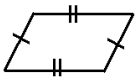
[解答](1) 2 組の向かいあう辺が，それぞれ平行な四角形。　(2) 2 組の向かいあう辺は，それぞれ等しい。2 組の向かいあう角は，それぞれ等しい。対角線は，それぞれ中点で交わる。

[解説]

[平行四辺形]
定義：2組の向かいあう辺が，それぞれ平行な四角形

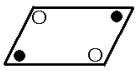
性質：「辺対角」と覚えておく

- 2組の向かいあう辺は，それぞれ等しい(辺)



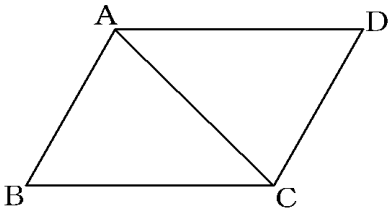
- 対角線は，それぞれ中点で交わる(対)

- 2組の向かいあう角は，それぞれ等しい(角)



[問題](3 学期)(***)

右の図のように，AB // DC，AD // BC の平行四辺形がある。



(1) このとき，平行四辺形の 2 組の向かい合う辺の長さは等しいことを証明せよ。

(2) (1)を使って，平行四辺形の対角線は中点で交わることを証明せよ。

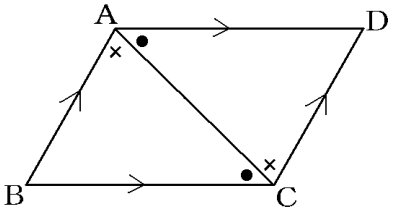
[解答欄]

(1)

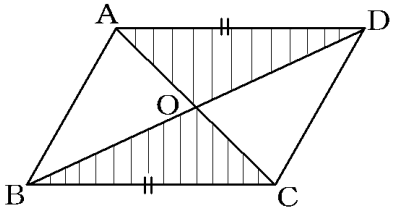
(2)

[ヒント]

(1)

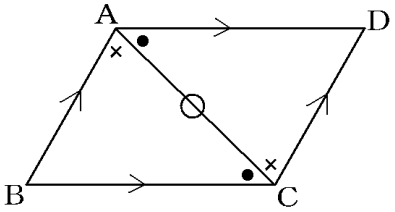


(2)



[解答]

(1)



△ABC と△CDA で,

仮定より AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

　∠ACB＝∠CAD ･･･①

仮定より AB // DC で，平行線の錯角は等しいので,

　∠BAC＝∠DCA ･･･②

AC は共通 ･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

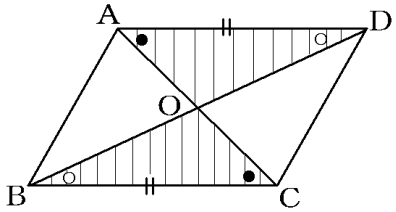
　△ABC≡△CDA

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

　BC＝DA，AB＝CD

よって，平行四辺形の 2 組の向かい合う辺の長さは等しい。

(2)



対角線 AC と BD の交点を O とする。

△AOD と△COB で,

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

　∠OAD＝∠OCB ･･･①

　∠ODA＝∠OBC ･･･②

(1)より，平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので，

AD＝CB ･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

△AOD≡△COB

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

AO＝CO，DO＝BO

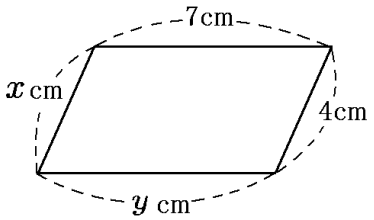
よって，平行四辺形の対角線は中点で交わる。

【】計算問題

[基本]

[問題](後期期末)(*)

次の四角形は平行四辺形である。 x, y の値を求めよ。

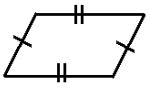


[解答欄]

$x =$	$y =$

[ヒント]

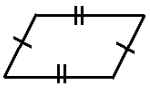
平行四辺形の向かいあう辺は，それぞれ等しい。



[解答] $x = 4$　$y = 7$

[解説]

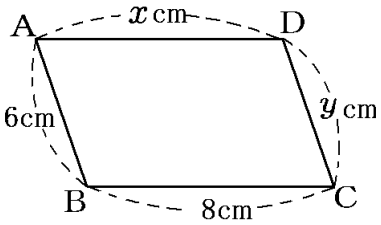
平行四辺形の向かいあう辺は，それぞれ等しい。



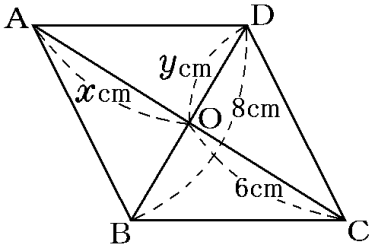
[問題](3 学期)(*)

①～③の四角形 ABCD は平行四辺形である。それぞれ x, y の値を求めよ。

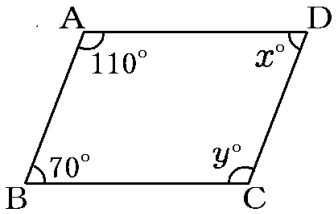
①



②



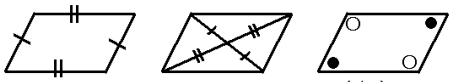
③



[解答欄]

① $x =$	$y =$	② $x =$
$y =$	③ $x =$	$y =$

[ヒント]



[解答]① $x=8$　$y=6$　② $x=6$　$y=4$　③ $x=70$　$y=110$

[解説]

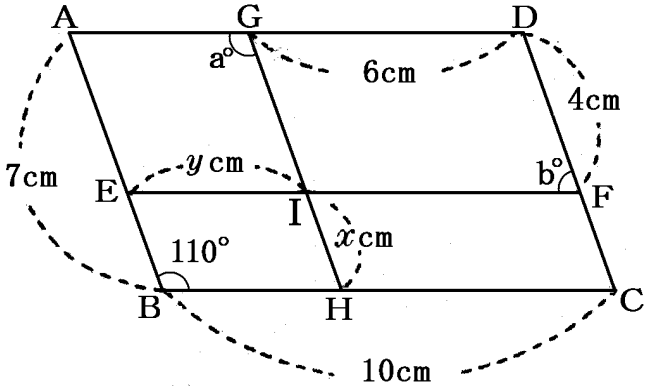
① 平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，AD＝BC，AB＝DC

② 平行四辺形の対角線は，それぞれ中点で交わるので，OA＝OC，OD＝BD÷2

③ 平行四辺形の向かいあう角は等しいので，∠D＝∠B，∠A＝∠C

[問題](3 学期)(**)

次の図の平行四辺形 ABCD で，AD // EF，AB // GH である。このとき，x, y の長さ，a，b の角の大きさをそれぞれ求めよ。



[解答欄]

$x=$	$y=$	$a=$
$b=$		

[解答] $x=3$cm　$y=4$cm　$a=110^\circ$　$b=70^\circ$

[解説]

四角形 ABHG は仮定より向かい合う 2 組の辺が平行なので平行四辺形である。

平行四辺形の向かい合う角は等しいので，$a=110^\circ$

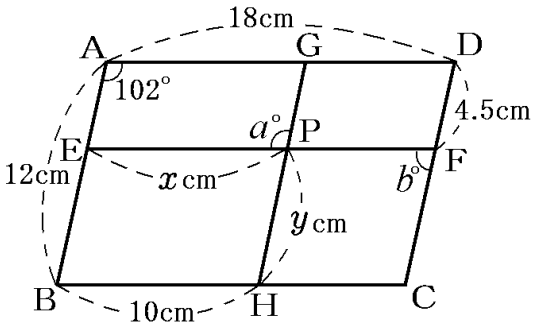
同様にして，四角形 GDFI も平行四辺形で，$b=\angle DGI=180^\circ-a=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

また，平行四辺形の向かい合う辺は等しいので，

$x=CF=7-4=3$cm，$y=AG=10-6=4$cm

[問題](後期期末)(**)

次の図の平行四辺形 ABCD で，AB // GH，AD // EF である。このとき，x, y の値，角 a，b の大きさをそれぞれ求めよ。



[解答欄]

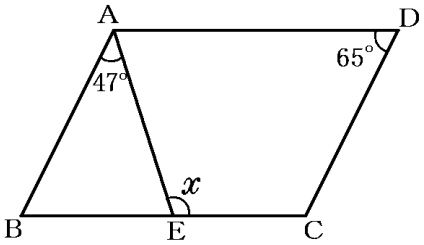
x =	y =	a =
b =		

[解答] x =10　y =7.5　a =102　b =78

[三角形＋平行四辺形]

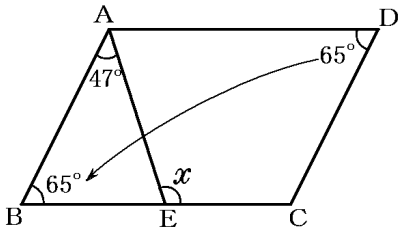
[問題](3 学期)(**)

右の図において，四角形 ABCD は平行四辺形である。∠x の大きさを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



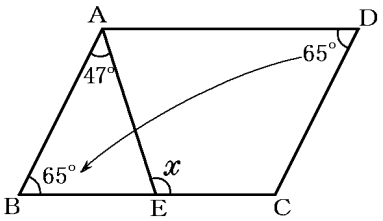
[解答]112°

[解説]

平行四辺形の向かいあう角は等しいので∠B＝∠D＝65°

△ABE で，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので，

x ＝∠BAE＋∠ABE＝47°　＋65°　＝112°

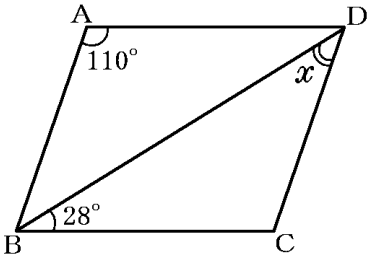


[問題](**)

右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形である。

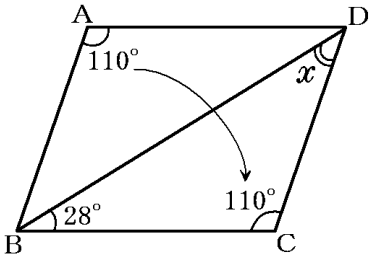
x の値を求めよ。

(岐阜県)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]42°

[解説]

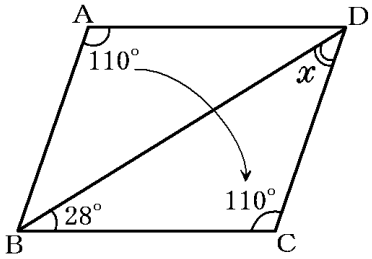
平行四辺形の向かいあう角は等しいので，

∠BCD＝∠BAD＝110°

三角形の内角の和は 180° なので，

x ＋28° ＋∠BCD＝180° ， x ＋28° ＋110° ＝180° ，

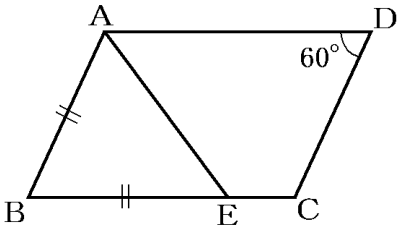
x ＝180° －28° －110° ＝42°



[平行四辺形＋二等辺三角形]

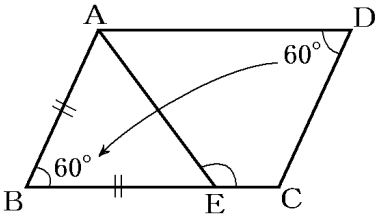
[問題](3 学期)(**)

次の平行四辺形 ABCD で，AB＝BE である。このとき，∠AEC の大きさを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]120°

[解説]

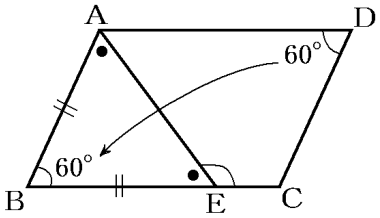
平行四辺形の向かいあう角は等しいので,

∠ABE＝∠ADC＝60°

△BAE は二等辺三角形なので,

∠BEA＝∠BAE＝(180°－60°)÷2＝60°

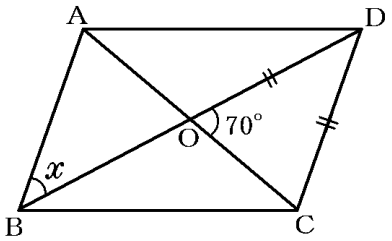
∠AEC＝180°－∠BEA＝180°－60°＝120°



[問題](入試問題)(**)

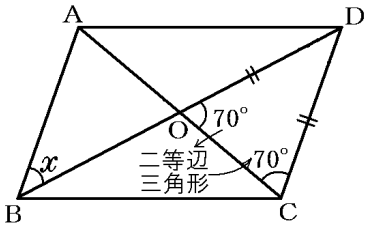
右の図は，平行四辺形 ABCD で，対角線 AC と対角線 BD の交点を O とする。DO＝DC のとき，∠x の大きさを求めよ。

(鳥取県)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]40°

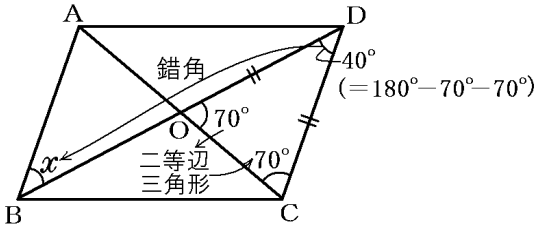
[解説]

二等辺三角形 DOC で, ∠DCO＝∠DOC＝70°

∠ODC＝180°－70°－70°＝40°

AB // DC で平行線の錯角は等しいので,

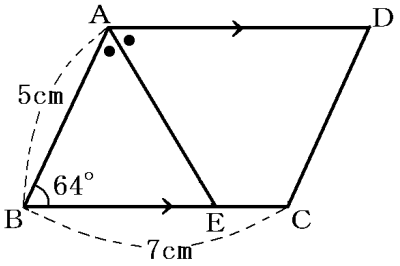
x＝∠ODC＝40°



[角の二等分線]

[問題](3 学期)(**)

右の図の平行四辺形 ABCD で，点 E は∠BAD の二等分線と辺 BC との交点である。∠ABE＝64°，AB＝5cm，BC＝7cm のとき，次の各問いに答えよ。



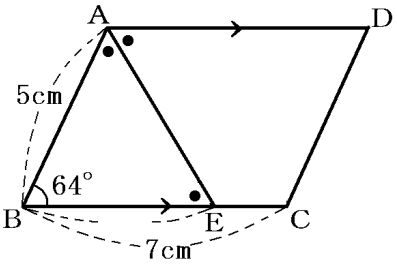
(1) ∠AEB の大きさを求めよ。

(2) 線分 EC の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

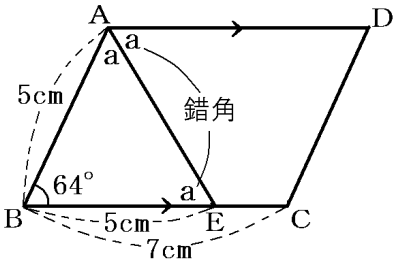
[ヒント]



[解答](1) 58°　(2) 2cm

[解説]

(1)「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように a の角をとる。



△ABE で「三角形の内角の和は 180°」なので，

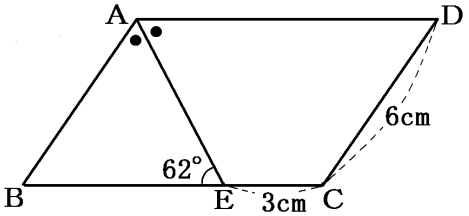
a ＋ a ＋64°＝180°，2 a ＝116°　ゆえに a ＝58°

(2)「2 角が等しい三角形は二等辺三角形である」ので，

△BAE は二等辺三角形で BA＝BE＝5cm　ゆえに，EC＝BC－BE＝7－5＝2cm

[問題](3 学期)(**)

右の図の平行四辺形 ABCD で，∠BAD の二等分線と辺 BC の交点を E とするとき，次の各問いに答えよ。



(1) △ABE はどんな三角形か。

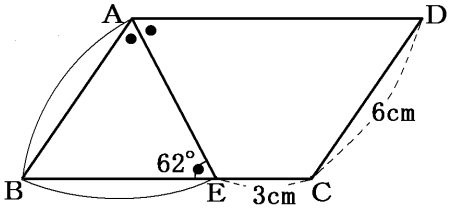
(2) ∠ADC の大きさを求めよ。

(3) AD の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

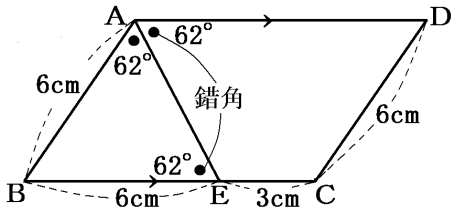
[ヒント]



[解答](1) 二等辺三角形　(2) 56°　　(3) 9cm

[解説]

(1)「平行線では錯角は等しい」性質を使って，図のように 62° の角を移す。



「2 角が等しい三角形は二等辺三角形である」ので，△ABE は二等辺三角形になる。

(2) △ABE で,「三角形の内角の和は 180° 」なので，

∠B＋62° ＋62° ＝180° ，∠B＝56°

「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ので，∠D＝∠B　ゆえに∠D＝56°

(3) 「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので，AB＝CD＝6cm

△ABE は二等辺三角形なので，AB＝BE　ゆえに BE＝6cm　BC＝BE＋EC＝6＋3＝9cm

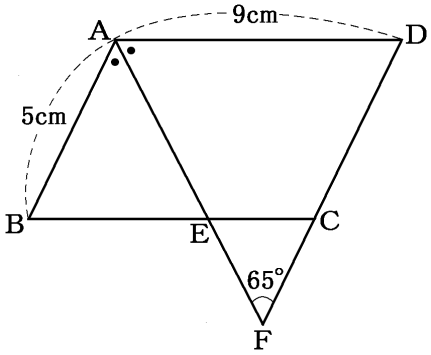
「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので，AD＝BC＝9cm

[問題](3 学期)(**)

平行四辺形 ABCD の∠A の二等分線が辺 BC と交わる点を E, 辺 DC の延長と交わる点を F とする。∠F＝65° ，AB＝5cm，AD＝9cm である。次の各問いに答えよ。

(1) ∠B，∠AEC の大きさを求めよ。

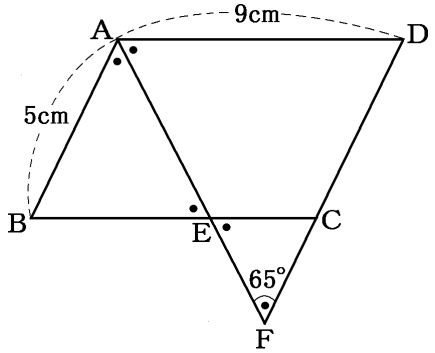
(2) CF の長さを求めよ。



[解答欄]

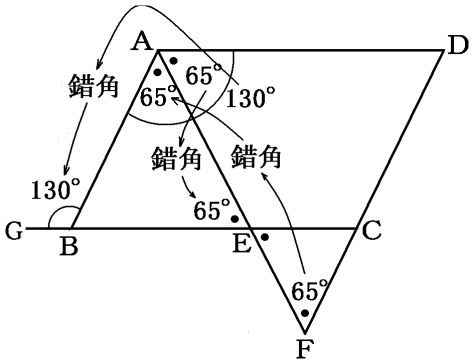
(1)∠B＝	∠AEC＝	(2)

[ヒント]



[解答](1)∠B＝50°　∠AEC＝115°　(2) 4cm

[解説]



(1) 仮定より∠CFE＝65°で，平行線の錯角は等しいので，∠BAE＝∠CFE

よって∠BAE＝65°

また，仮定より∠DAE＝∠BAE なので，

∠DAE＝65°

よって，∠BAD＝∠BAE＋∠DAE

＝65°＋65°＝130°

平行線の錯角は等しいので，∠GBA＝∠BAD　よって∠GBA＝130°　ゆえに，∠B＝180°－130°＝50°

次に∠AEC について，平行線の錯角は等しいので，∠BEA＝∠DAE　よって∠BEA＝65°

∠AEC＝180°－∠BEA＝180°－65°＝115°

(2) (1)より∠BAE＝∠BEA なので，△BAE は二等辺三角形で，BA＝BE

BA＝5cm なので，BE＝5cm　また，BC＝AD＝9cm

よって，CE＝BC－BE＝9－5＝4(cm)

対頂角は等しいので，∠CEF＝∠AEB＝65°

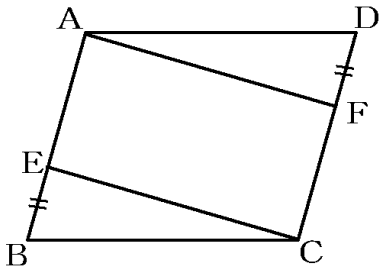
よって，∠CEF＝∠CFE なので，△CEF は二等辺三角形で CF＝CE　ゆえに，CF＝4cm

【】平行四辺形の性質を使った証明

【】三角形の合同①

[問題](後期期末)(**)

平行四辺形 ABCD の辺 DC，AB 上に，DF＝BE となる点 F，E をそれぞれとる。このとき，AF＝CE であることを証明したい。(　　)にあてはまるものを入れよ。



(証明)

(　ア　)と△CEB で，

仮定より，(　　イ　　)･･･①

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，(　　ウ　　)･･･②

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，(　　エ　　)･･･③

①，②，③から，(　　オ　　)ので，(　　カ　　)

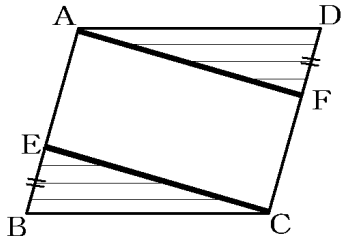
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

AF＝CE

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

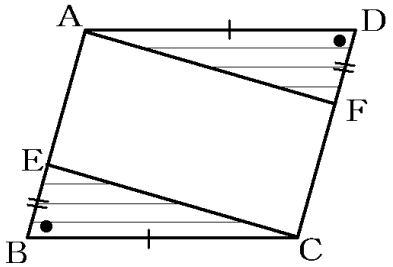
[ヒント]



[解答]ア　△AFD　イ　DF＝BE　ウ　AD＝CB　エ　∠ADF＝∠CBE

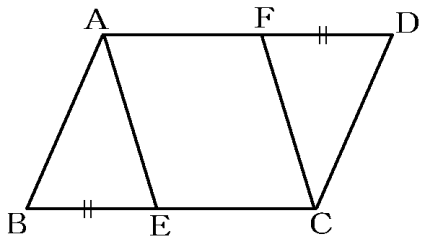
オ　2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しい　カ　△AFD≡△CEB

[解説]



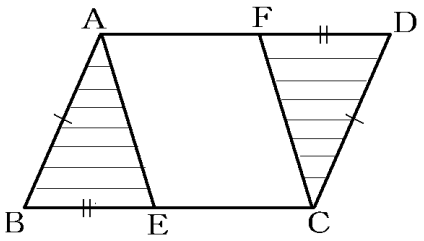
[問題](3 学期)(**)

右の図の平行四辺形 ABCD に，BE＝DF となるような点 E，点 F をとるとき，△ABE≡△CDF となることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABE と△CDF で，

仮定より，BE＝DF ･･･①

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，

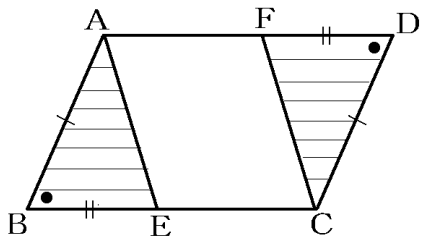
AB＝CD ･･･②

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，

∠ABE＝∠CDF ･･･③

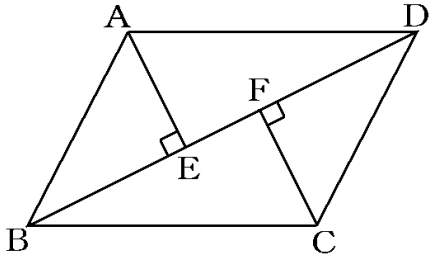
①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ABE≡△CDF



[問題](1 学期中間)(**)

平行四辺形 ABCD の A, C から対角線 BD にひいた垂線と BD との交点をそれぞれ E，F とする。このとき，AE＝CF となることを次のように証明した。ア～ウにあてはまるものを書け。



(証明)

△ABE と△CDF で，

仮定より，

∠AEB＝∠CFD＝90°　･･･①

平行四辺形の向かい合う辺は等しいので，

AB＝CD　･･･②

また，AB // DC で，平行線の(　ア　)は等しいので，

∠ABE＝∠CDF　･･･③

①，②，③から，直角三角形の(　　イ　　)が，それぞれ等しいので，

△ABE≡△CDF

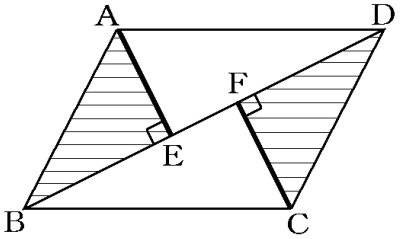
合同な図形では，(　　ウ　　)は等しいので，

AE＝CF

[解答欄]

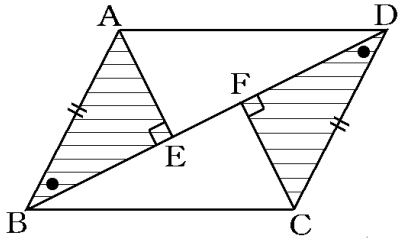
ア	イ	ウ

[ヒント]



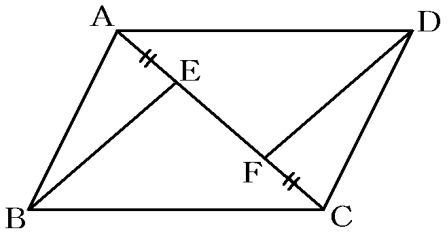
[解答]ア　錯角　イ　斜辺と 1 つの鋭角　ウ　対応する辺の長さ

[解説]



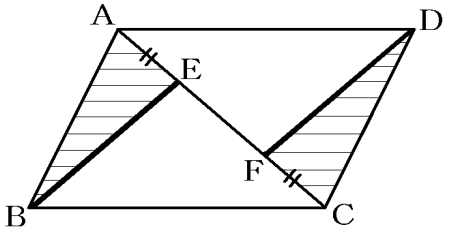
[問題](2 学期期末)(**)

右の図は，平行四辺形 ABCD の対角線 AC 上に AE＝CF となる点 E，点 F をとり，B と E，D と F を結んだものである。このとき，BE＝DF であることを証明せよ。

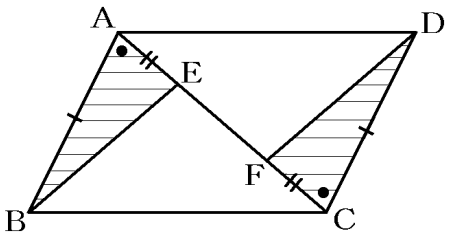


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABE と△CDF で，

仮定より，

AE＝CF ･･･①

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので，

AB＝CD ･･･②

AB // CD で，平行線の錯角は等しいので，

∠BAE＝∠DCF･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

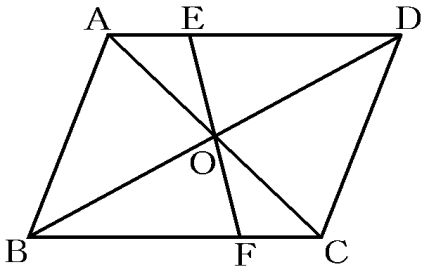
△ABE≡△CDF

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

BE＝DF

[問題](2 学期期末)(**)

次の図のように，平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし，O を通る直線が AD，BC と交わる点を E，F とする。このとき，OE＝OF となることを証明した。ア～オにあてはまるものを書け。



(証明)

△AEO と△(　ア　)で，

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，

　AO＝(　イ　) ･･･①

平行線の錯角は等しいので，

　∠EAO＝∠(　ウ　)･･･②

対頂角は等しいので，

　∠AOE＝∠(　エ　) ･･･③

①，②，③から，(　　オ　　)が，それぞれ等しいので，

　△AEO≡△(ア)

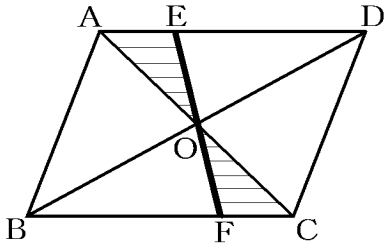
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

　OE＝OF

[解答欄]

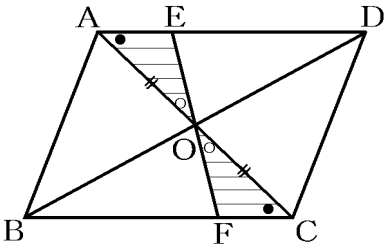
ア	イ	ウ
エ	オ	

[ヒント]



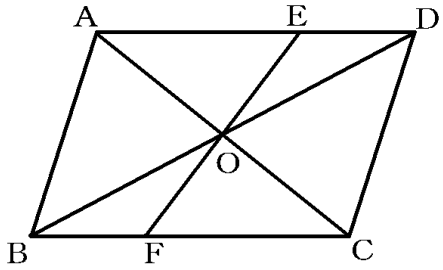
[解答]ア CFO　イ CO　ウ FCO　エ COF　オ 1 組の辺とその両端の角

[解説]



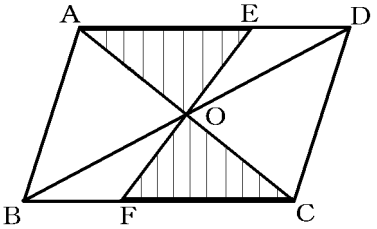
[問題](3 学期)(**)

右の図の平行四辺形 ABCD で, O は対角線の交点である。点 O を通る直線と辺 AD，辺 BC との交点をそれぞれ E，F とする。このとき，AE＝CF となることを証明せよ。

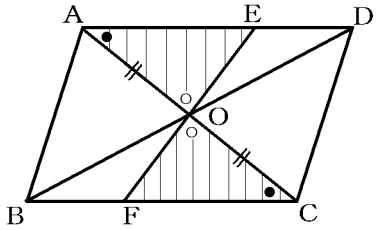


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△AEO と△CFO で,

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので,

　AO＝CO･･･①

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

　∠EAO＝∠FCO･･･②

対頂角は等しいので,

　∠AOE＝∠COF･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

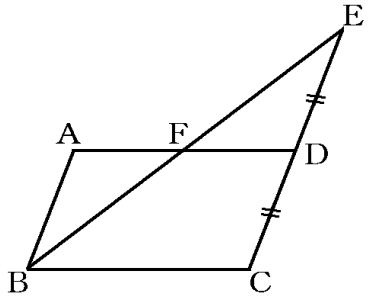
　△AEO≡△CFO

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

　AE＝CF

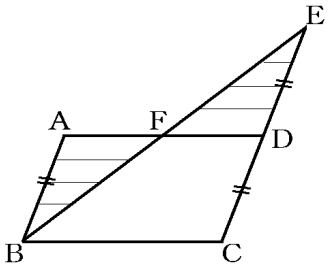
[問題](後期期末)(**)

右の図のように, 平行四辺形 ABCD の辺 CD の延長上に CD＝DE となる点 E をとり, 線分 BE と辺 AD との交点を F とする。このとき，△ABF≡△DEF であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABF と△DEF で,

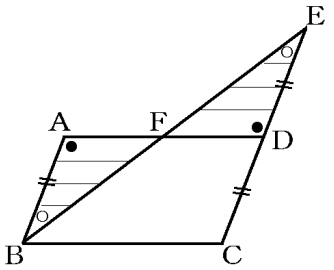
AB // CE で，平行線の錯角は等しいので,

∠ABF＝∠DEF ･･･①

∠BAF＝∠EDF ･･･②

平行四辺形 ABCD で，向かいあう辺は等しいので,

AB＝CD･･･③



仮定より，

　CD＝DE ･･･④

③，④より，

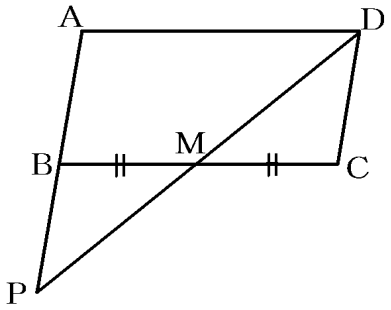
　AB＝DE ･･･⑤

①，②，⑤から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

　△ABF≡△DEF

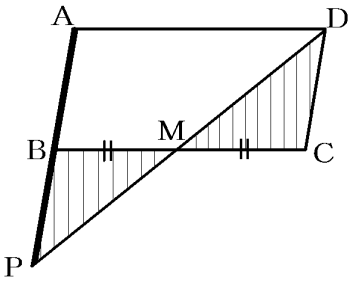
[問題](1 学期期末)(***)

　右の図の平行四辺形 ABCD で，辺 BC の中点を M とし，DM の延長と AB の延長との交点を P とすれば，AB＝BP となることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△BPM と△CDM で,

仮定より,

　BM＝CM ･･･①

AP // DC で，平行線の錯角は等しいので,

　∠PBM＝∠DCM ･･･②

対頂角は等しいので,

　∠BMP＝∠CMD ･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，△BPM≡△CDM

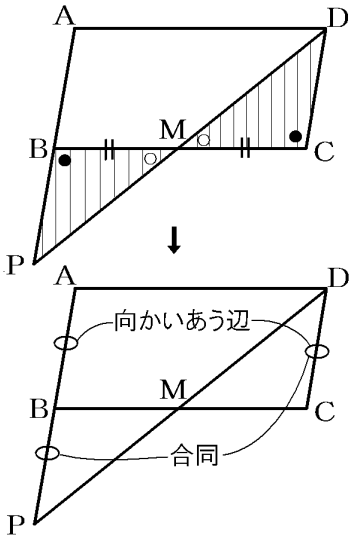
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

　BP＝CD ･･･④

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので,

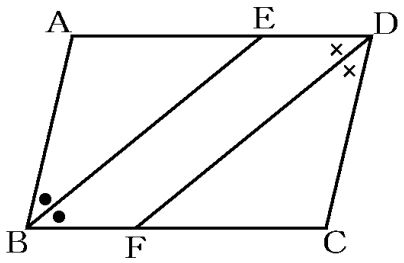
　CD＝AB ･･･⑤

④，⑤より，AB＝BP



[問題](後期期末)(**)

　右の図のように, 平行四辺形 ABCD の∠B の二等分線と辺 AD との交点を E，∠D の二等分線と辺 BC との交点を F とする。このとき，BE＝DF であることを次のように証明した。(　　)をうめて証明を完成させよ。



(証明)

△ABE と△CDF で,

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，AB＝(　ア　) ･･･①

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，∠A＝(　イ　) ･･･②

仮定から,

　∠ABE＝∠CBE ･･･③

　∠CDF＝(　ウ　) ･･･④

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，∠ABC＝∠CDA ･･･⑤

③，④，⑤から，∠ABE＝(　エ　) ･･･⑥

①，②，⑥から，(　　オ　　)が，それぞれ等しいので,

　△ABE≡△CDF

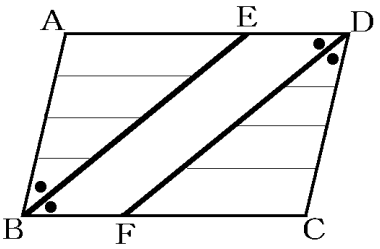
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

　BE＝DF

[解答欄]

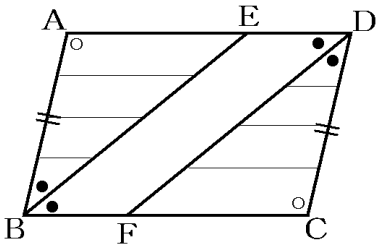
ア	イ	ウ
エ	オ	

[ヒント]



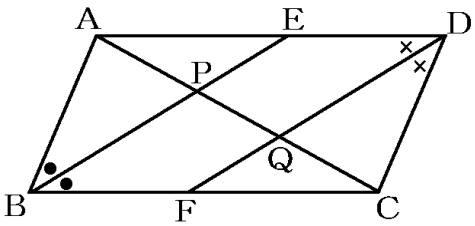
[解答]ア CD　イ ∠C　ウ ∠ADF　エ ∠CDF　オ 1 組の辺とその両端の角

[解説]



[問題](入試問題)(***)

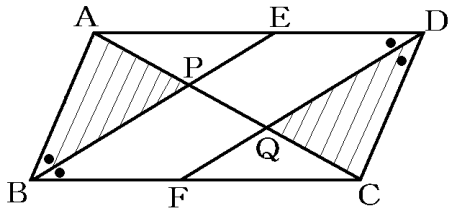
右の図のように，平行四辺形 ABCD がある。∠B の二等分線と辺 AD の交点を E, ∠D の二等分線と辺 BC の交点を F とする。また，対角線 AC と線分 BE，DF の交点をそれぞれ P，Q とする。このとき，AD＞AB として，△ABP≡△CDQ であることを証明せよ。



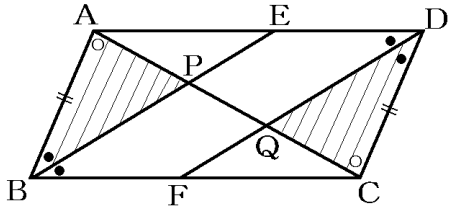
(高知県)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABP と△CDQ で,

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので,

　AB＝CD･･･①

AB // CD で平行線の錯角は等しいので,

　∠BAP＝∠DCQ･･･②

仮定より，∠ABP＝$\frac{1}{2}$∠ABC，∠CDQ＝$\frac{1}{2}$∠CDA

平行四辺形の向かいあう角は等しいので，∠ABC＝∠CDA

よって，∠ABP＝∠CDQ･･･③

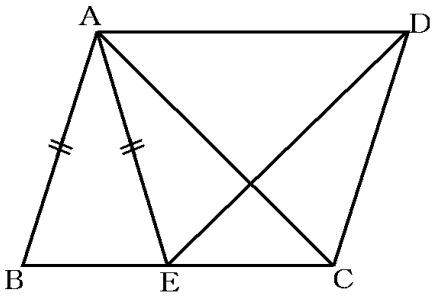
①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

△ABP≡△CDQ

【】三角形の合同②

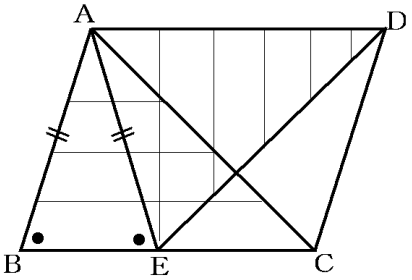
[問題](後期期末)(***)

右図のように，平行四辺形 ABCD があり，点 E は辺 BC 上の点で，AB＝AE である。このとき，△ABC≡△EAD となることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ABC と△EAD で，

四角形 ABCD は平行四辺形なので，

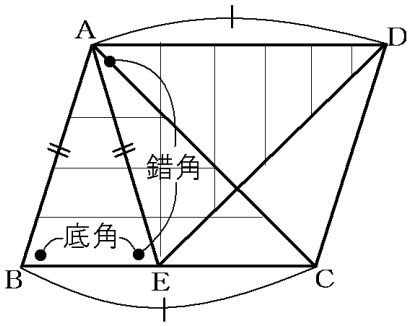
BC＝AD ･･･①

仮定より，AB＝EA ･･･②

②より，△ABE は二等辺三角形なので，

∠ABC＝∠AEB ･･･③

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので，



∠AEB＝∠EAD ･･･④

③，④より，

∠ABC＝∠EAD ･･･⑤

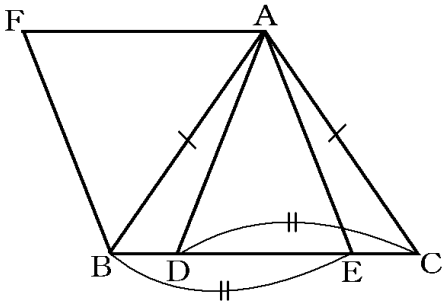
①，②，⑤から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ABC≡△EAD

[問題](入試問題)(***)

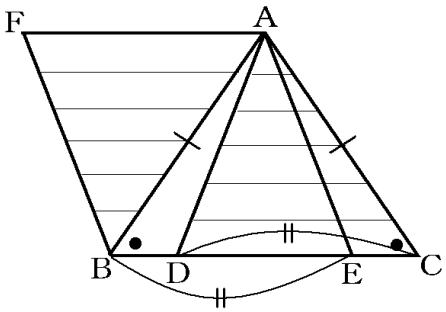
右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に，2 点 D，E があり，BE＝CD である。また, 四角形 AFBE は, 平行四辺形である。このとき, △AFB≡△CDA であることを証明せよ。

(山口県)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△AFB と△CDA で,

四角形 AFBE は，平行四辺形であるので,

　AF＝BE ･･･①

仮定より，BE＝CD ･･･②

①，②より，AF＝CD ･･･③

仮定より, △ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので,

　AB＝CA ･･･④

　∠ACD＝∠ABE ･･･⑤

FA // BE で平行線の錯角は等しいので,

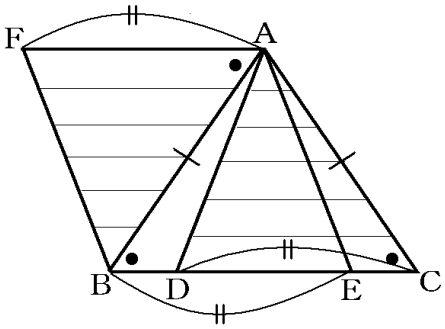
　∠ABE＝∠BAF ･･･⑥

⑤，⑥より,

　∠BAF＝∠ACD ･･･⑦

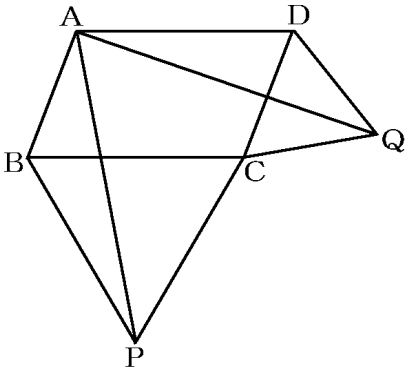
③，④，⑦から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

　△AFB≡△CDA



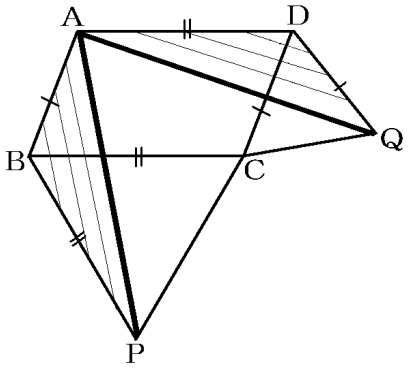
[問題](後期期末)(***)

　右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形，△BPC, △CQD は正三角形である。このとき，AP＝AQ であることを証明せよ。

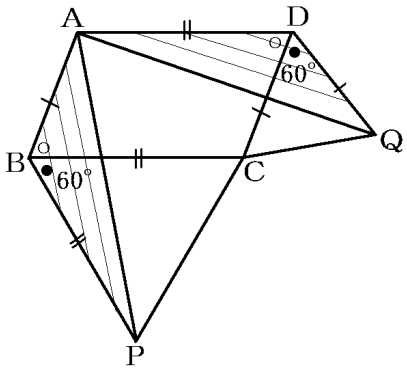


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABP と△QDA で,

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，AD＝BC ･･･①

△BCP は正三角形なので，BC＝PB ･･･②

①，②より，PB＝AD ･･･③

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，AB＝DC ･･･④

△CDQ は正三角形なので，DC＝QD ･･･⑤

④，⑤より，AB＝QD ･･･⑥

△BCP, △CDQ は正三角形なので, ∠PBC＝∠QDC＝60°

よって，∠ABP＝∠ABC＋∠PBC＝∠ABC＋60° ･･･⑦

∠QDA＝∠ADC＋∠QDC＝∠ADC＋60° ･･･⑧

平行四辺形の向かいあう角は等しいので,

∠ABC＝∠ADC ･･･⑨

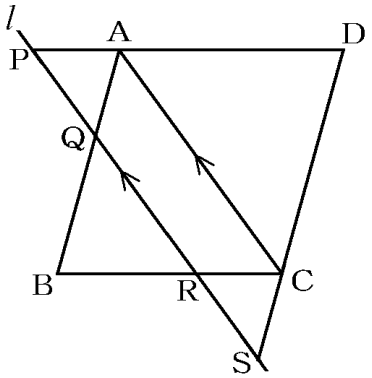
⑦，⑧，⑨より，∠ABP＝∠QDA ･･･⑩

③，⑥，⑩から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ABP≡△QDA

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，AP＝AQ

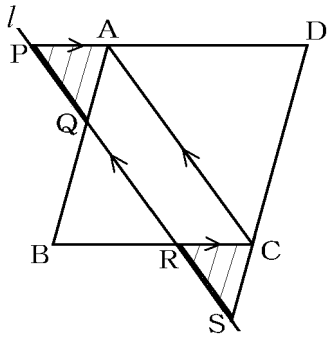
[問題](後期期末)(***)

右図のように平行四辺形 ABCD で, 対角線 AC に平行な直線 l と 4 辺またはその延長との交点をそれぞれ P, Q, R, S とする。このとき，PQ＝RS であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△APQ と△CRS で,

仮定より，PD // BC，AC // PR なので，四角形 ACRP は平行四辺形になる。

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので,

　AP＝CR ･･･①

PD // BC で，平行線の同位角は等しいので,

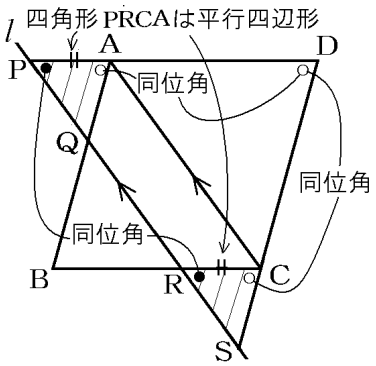
　∠APQ＝∠CRS ･･･②

AD // BC，AB // DC で，平行線の同位角は等しいので,

　∠PAQ＝∠ADC ･･･③

　∠RCS＝∠ADC ･･･④

　③，④より，∠PAQ＝∠RCS ･･･⑤



①，②，⑤から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

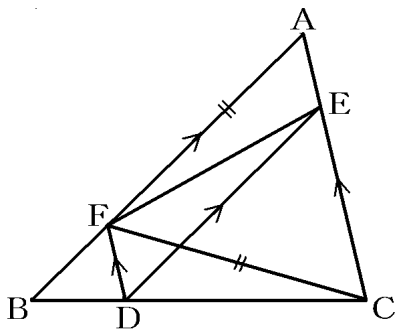
　△APQ≡△CRS

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

　PQ＝RS

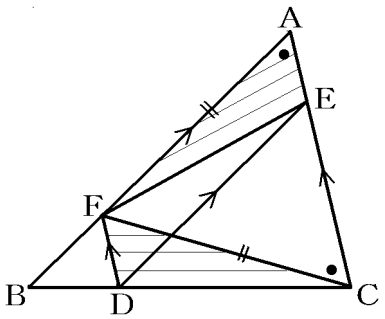
[問題](2 学期期末)(***)

右の図で，3 点 D，E，F はそれぞれ△ABC の辺 BC，CA，AB 上の点で，FA＝FC，AB // ED，AC // FD である。このとき，△AFE≡△FCD となることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△AFE と△FCD で,

仮定より,

　FA＝CF ･･･①

AC // FD で，平行線の錯角は等しいので,

　∠CFD＝∠FCA･･･②

また，①より，△FAC は二等辺三角形なので,

　∠FCA＝∠FAE･･･③

②，③より,

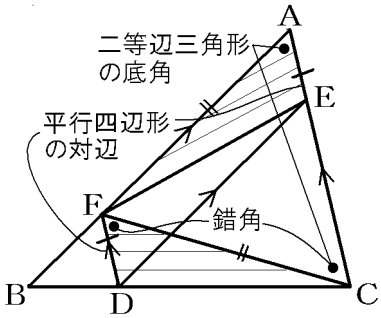
　∠FAE＝∠CFD･･･④

AB // ED，AC // FD より四角形 AEDF は平行四辺形なので,

　AE＝FD･･･⑤

①，④，⑤から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

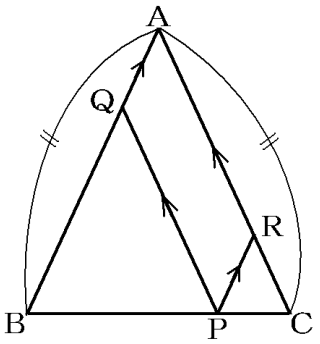
　△AFE≡△FCD



【】長さの証明

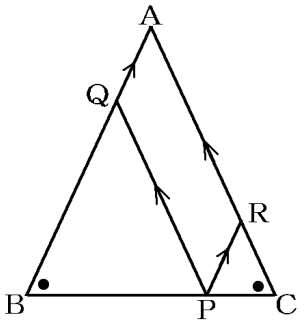
[問題](後期期末)(***)

二等辺三角形 ABC の底辺 BC 上に点 P をとる。また，P を通り，辺 AC，AB 上に平行な直線をひき，辺 AB，AC との交点をそれぞれ Q，R とする。このとき，QP＋RP＝AB であることを証明せよ。



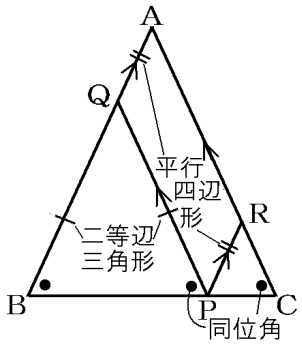
[解答欄]

[ヒント]



四角形AQPRは平行四辺形

[解答]



△ABC は二等辺三角形なので,

　∠B＝∠C ･･･①

AC // QP で，平行線の同位角は等しいので,

　∠C＝∠QPB ･･･②

①，②より，∠B＝∠QPB

よって，△QBP は二等辺三角形になり，QB＝QP ･･･③

また，仮定より，AQ // RP，AR // QP なので，四角形 AQPR は平行四辺形になる。平行四辺形の対辺は等しいので,

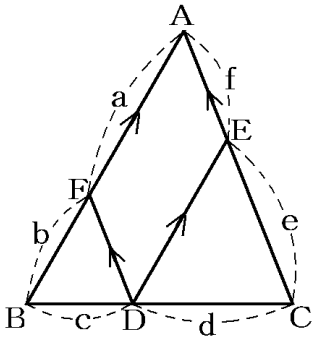
　AQ＝RP ･･･④

③，④より，QP＋RP＝QB＋AQ

QB＋AQ＝AB なので,

QP＋RP＝AB

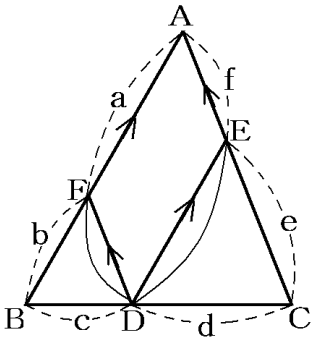
[問題](後期期末)(***)



　△ABC で，辺 BC 上の点 D を通り，辺 AB，AC に平行な直線をひき，辺 AC，AB との交点をそれぞれ E，F とする。このとき，△FBD と△EDC の周りの長さの和は，△ABC の周りの長さに等しい。これを右の図を使って証明せよ。

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

四角形 AFDE で,

AF // ED，AE // FD だから,

四角形 AFDE は平行四辺形である。

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので,

ED＝AF＝a

FD＝AE＝f

よって,

(△FBD の周りの長さ)＝b＋c＋f

(△EDC の周りの長さ)＝a＋d＋e

(△FBD の周りの長さ)＋(△EDC の周りの長さ)＝a＋b＋c＋d＋e＋f

(△ABC の周りの長さ)＝a＋b＋c＋d＋e＋f

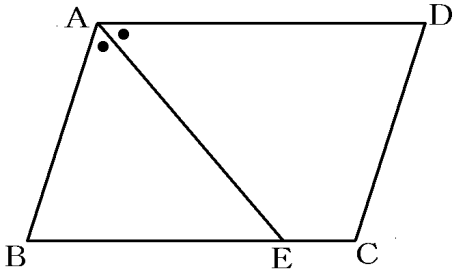
よって，(△FBD の周りの長さ)＋(△EDC の周りの長さ)＝(△ABC の周りの長さ)

したがって,

△FBD と△EDC の周りの長さの和は，△ABC の周りの長さに等しい。

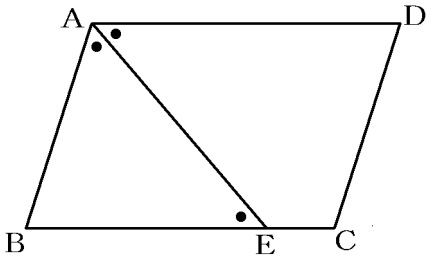
[問題](3 学期)(***)

右の図のような，平行四辺形 ABCD で，∠BAD の二等分線と辺 BC との交点を E とする。このとき，EC＋CD＝AD となることを証明せよ。

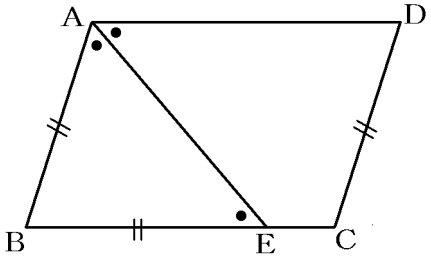


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



仮定より，∠BAE＝∠DAE

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので，

　∠DAE＝∠BEA

よって，∠BAE＝∠BEA

2 つの角が等しいので，△BAE は二等辺三角形で，

　BA＝BE

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので，BA＝CD

よって，BE＝CD

したがって，EC＋CD＝EC＋BE＝BC

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので，BC＝AD

したがって，EC＋CD＝AD

【】平行四辺形になることの証明

【】平行四辺形になる条件

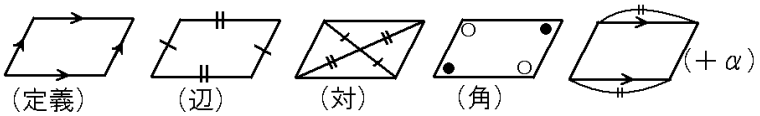
[平行四辺形になる条件]

[問題](3 学期)(*)

2 組の向かいあう辺が，それぞれ平行な四角形を平行四辺形というが，これ以外に，平行四辺形になるための条件を 4 つ書け。

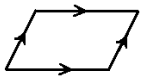
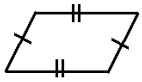
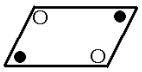
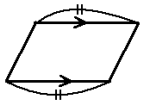
[解答欄]

[ヒント]



[解答]2 組の向かい合った辺がそれぞれ等しい。2 組の向かい合った角がそれぞれ等しい。対角線がそれぞれの中点で交わる。1 組の向かい合う辺が平行で等しい。

[解説]

[平行四辺形になるための条件] 2組の向かいあう辺が，それぞれ平行（定義）  2組の向かいあう辺が，それぞれ等しい(辺)  対角線が，それぞれ中点で交わる(対) 	2組の向かいあう角が，それぞれ等しい(角)  1組の向かいあう辺が，等しくて平行（＋α）  ※「辺対角＋α」と覚えておく

[次は平行四辺形になるか]

[問題](3 学期)(**)

次の四角形 ABCD は平行四辺形になるか。なる場合はそのときあてはまる条件を，ならない場合は×で答えよ。

(1) AD // BC，AD＝5cm，BC＝5cm

(2) AB＝6cm，BC＝4cm，DC＝4cm．AD＝6cm，

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) なる。1 組の辺が平行で等しい。　(2) ×

[問題](1 学期中間)(**)

　次のア～オのような四角形 ABCD で，平行四辺形となるものを選び，かな符号で答えよ。

ア　AB＝4cm，BC＝6cm，CD＝4cm，DA＝6cm

イ　∠A＝80°，∠B＝100°，∠C＝100°，∠D＝80°

ウ　AC＝8cm，BD＝8cm

エ　∠A＝70°，∠B＝110°，AD＝3cm，BC＝3cm

オ　AB // DC，∠A＝60°，∠C＝60°

[解答欄]

[解答]ア，エ，オ

[解説]

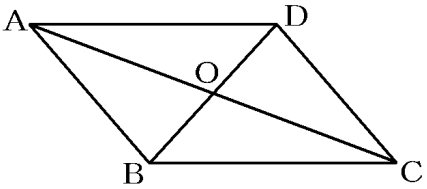
ア : AB＝CD, AD＝BC で, 2 組の向かい合った辺がそれぞれ等しいので平行四辺形になる。

エ : AD＝BC，AD // BC で，1 組の向かい合う辺が平行で等しいので平行四辺形になる。

オ : AB // DC，AD // BC で，2 組の辺が平行なので平行四辺形になる。

[問題](3 学期)(**)

　図のような四角形 ABCD に次の条件を加えるとき, 平行四辺形となるものには○を，そうでないものには×を書け。



(1) AD // BC，∠DAB＋∠CDA＝180°

(2) AC＝BD，AC⊥BD

(3) AD // BC，AB＝DC

(4) AO＝BO＝DO＝CO

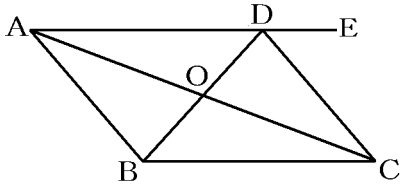
[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)

[解答](1) ○　(2) ×　(3) ×　(4) ○

[解説]

(1) 右図で，∠EDC＋∠CDA＝180°



条件より，∠DAB＋∠CDA＝180°

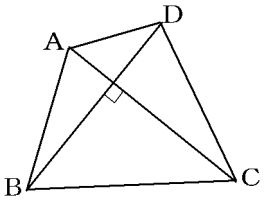
よって，∠EDC＋∠CDA＝∠DAB＋∠CDA なので,

∠EDC＝∠DAB となり，同位角が等しいので AB // DC

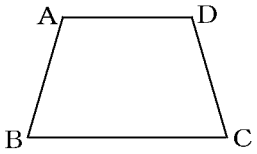
また，条件より AD // BC なので，向かい合う 2 つの辺が平行になる。

よって，四角形 ABCD は平行四辺形になる。

(2) 例えば，右図のように，AC＝BD，AC⊥BD である四角形は平行四辺形ではない。



(3) 例えば，右図のような四角形は AD // BC，AB＝DC であるが，平行四辺形ではない。もし，AD // BC，AD＝BC であるならば，「向かい合う 1 組の辺が平行で等しい」ので平行四辺形になる。

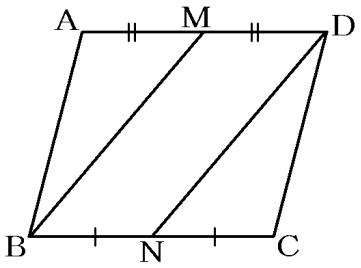


(4) AO＝BO＝DO＝CO なので，対角線が中点で交わる。したがって，平行四辺形になる。(正確には，長方形になる。長方形は平行四辺形の一種である。)

【】4 条件の 1 つを使った証明

[問題](3 学期)(**)

右の図で点 M，N は，平行四辺形 ABCD の辺 AD，BC の中点である。このとき，四角形 MBND が平行四辺形であることを次のように証明した。(　　)をうめよ。



(証明)

平行四辺形の向かい合う辺は等しいので，

AD＝(　ア　) ･･･①

点 M，N は，辺 AD，BC の中点であるので，

MD＝$\frac{1}{2}$AD，BN＝$\frac{1}{2}$(　イ　) ･･･②

①，②より，

MD＝BN ･･･③

平行四辺形の向かいあう辺は(　ウ　)なので，

AD // (　エ　)

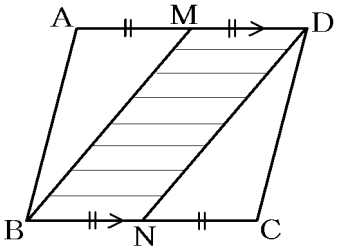
よって，MD // BN ･･･④

③，④から，四角形 MBND は(　　オ　　)なので，平行四辺形である。

[解答欄]

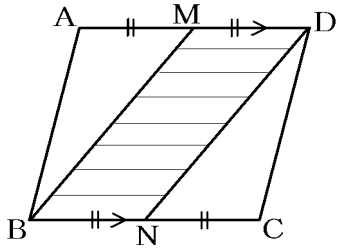
ア	イ	ウ
エ	オ	

[ヒント]



[解答]ア BC　イ BC　ウ 平行　エ BC　オ 1 組の向かい合う辺が，等しくて平行

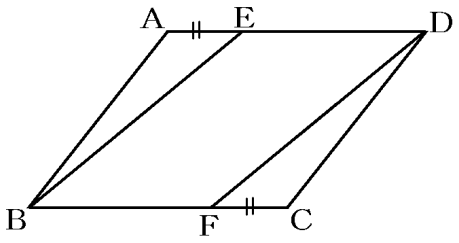
[解説]



（1組の向かい合う辺が，等しくて平行）

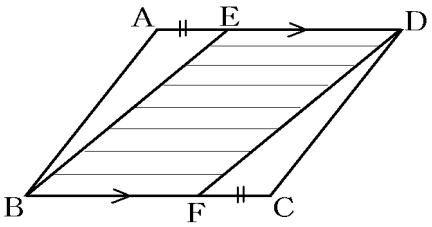
[問題](3 学期)(**)

右の図で，平行四辺形 ABCD の辺 AD，BC 上に AE＝CF となるような点 E，F をとる。このとき，四角形 EBFD は平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

四角形 EBFD で，

四角形 ABCD は平行四辺形なので，AD // BC

よって，ED // BF ･･･①

四角形 ABCD は平行四辺形なので，

AD＝BC ･･･②

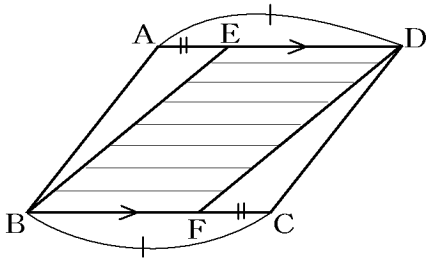
仮定より，AE＝CF ･･･③

ED＝AD－AE ･･･④

BF＝BC－CF ･･･⑤

②，③，④，⑤より，

ED＝BF ･･･⑥

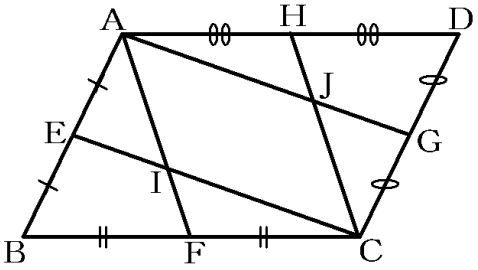


（1組の向かい合う辺が，等しくて平行）

①，⑥より，1 組の向かいあう辺が，等しくて平行なので，四角形 EBFD は平行四辺形である。

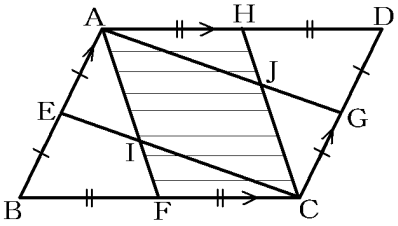
[問題](3 学期)(***)

右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形で，E，F，G，H は各辺の中点である。このとき，四角形 AICJ は平行四辺形であることを証明せよ。

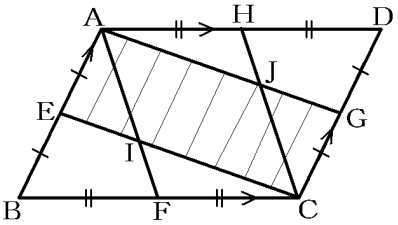


[解答欄]

[ヒント]



平行四辺形なので，AF // HC



平行四辺形なので，AG // EC

[解答]

四角形 ABCD は平行四辺形なので，

AD // BC ･･･①，AD＝BC ･･･②

四角形 AFCH で，①より，AH // FC ･･･③

H，F はそれぞれ AD，BC の中点なので，②より，

AH＝FC ･･･④

③，④より，1 組の向かい合う辺が，等しくて平行なので，

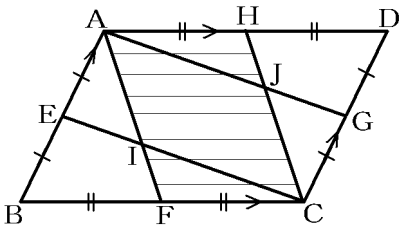
四角形 AFCH は平行四辺形になる。よって，AI // JC ･･･⑤

同様にして，四角形 AECG も平行四辺形なので，

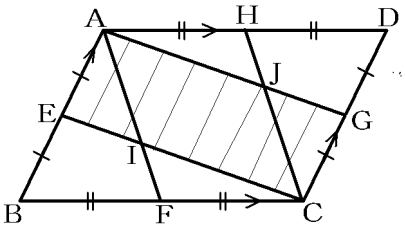
AJ // IC ･･･⑥

⑤，⑥より 2 組の向かい合う辺がそれぞれ平行なので，

四角形 AICJ は平行四辺形である。



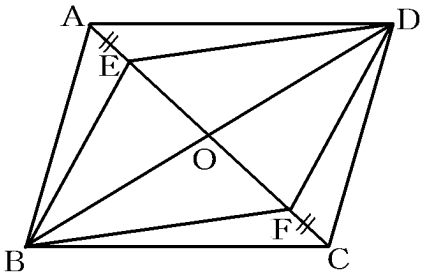
平行四辺形なので，AF // HC



平行四辺形なので，AG // EC

[問題](3 学期)(***)

平行四辺形 ABCD で，対角線 AC 上に，点 E，F を，AE＝CF となるようにとると, 四角形 BFDE は平行四辺形である。このことを，次のように証明した。空らんをうめて証明を完成せよ。



(証明)

四角形 ABCD は平行四辺形で, 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので,

BO＝(　ア　)･･･①

AO＝(　イ　)･･･②

仮定より，　AE＝(　ウ　)･･･③

②，③より，　EO＝(　エ　)･･･④

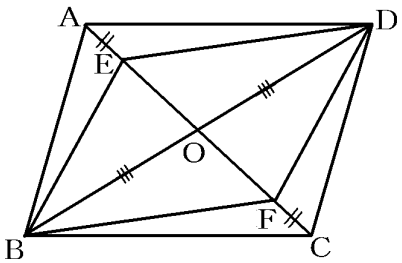
①，④より，対角線が(　　オ　　)ので,

四角形 BFDE は平行四辺形である。

[解答欄]

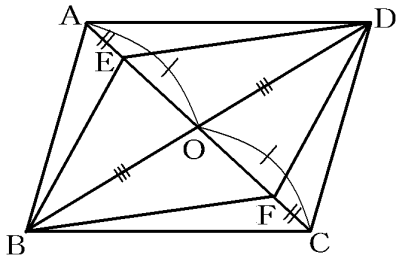
ア	イ	ウ
エ	オ	

[ヒント]



[解答]ア DO　イ CO　ウ CF　エ FO　オ それぞれの中点で交わる

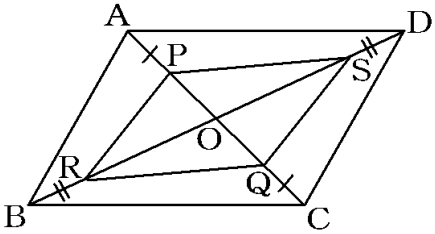
[解説]



対角線がそれぞれの中点で交わる
→平行四辺形

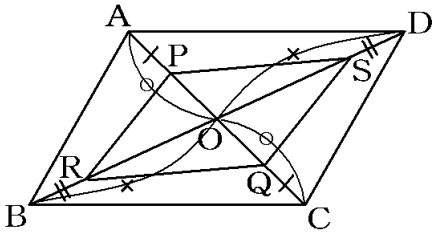
[問題](後期期末)(***)

右の図のような平行四辺形 ABCD がある。対角線 AC 上に，2 点 P，Q を AP＝CQ となるようにとる。また，対角線 BD 上に，2 点 R，S を BR＝DS となるようにとる。このとき，四角形 PRQS が平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

平行四辺形の対角線は, それぞれの中点で交わるので,

OA＝OC ･･･①

OB＝OD ･･･②

①と AP＝CQ から,

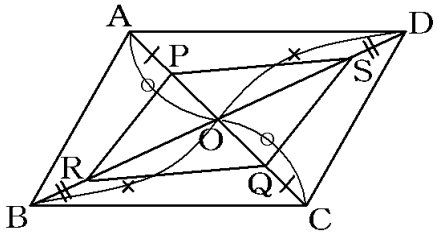
OP＝OQ ･･･③

②と BR＝DS から,

OR＝OS ･･･④

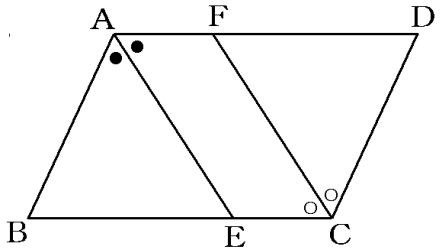
③，④から，対角線が，それぞれの中点で交わるので,

四角形 PRQS は平行四辺形である。



[問題](3 学期)(***)

平行四辺形 ABCD で，∠BAD の二等分線と辺 BC との交点を E, ∠BCD の二等分線と辺 AD との交点を F とする。このとき，平行四辺形 AECF が平行四辺形であることを次のように証明した。ア～エにあてはまる記号やことばを答えよ。



(証明)

四角形 ABCD は平行四辺形だから，

∠BAD＝∠BCD ･･･①

仮定から，

$\angle EAD = \frac{1}{2}\angle BAD$ …②

$\angle BCF = \frac{1}{2}\angle$(　ア　) ･･･③

①，②，③から，∠EAD＝∠(　イ　) ･･･④

AD // BC から，∠BCF＝∠CFD ･･･⑤

④，⑤から，　∠EAD＝∠CFD ･･･⑥

⑥から，同位角が等しいので，AE // (　ウ　) ･･･⑦

一方，AD // BC から，AF // EC ･･･⑧

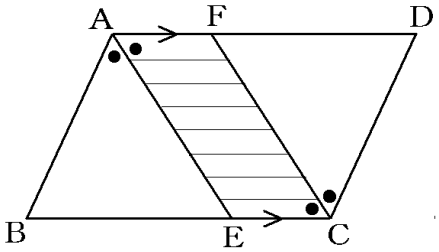
⑦，⑧から，2 組の向かい合う辺がそれぞれ(　エ　)なので，

四角形 AECF は平行四辺形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

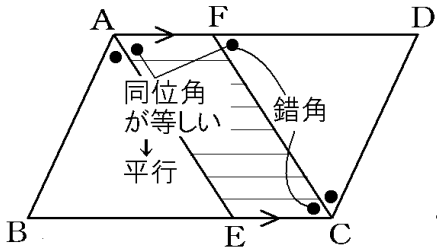
[ヒント]



AE // FC を証明する。

[解答]ア BCD　イ BCF　ウ FC　エ 平行

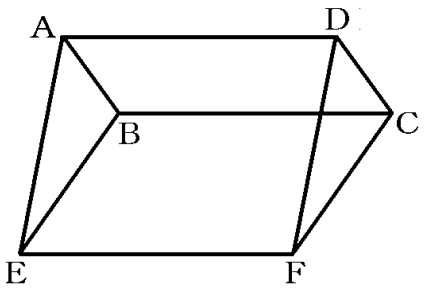
[解説]



（2組の向かい合う辺がそれぞれ平行）

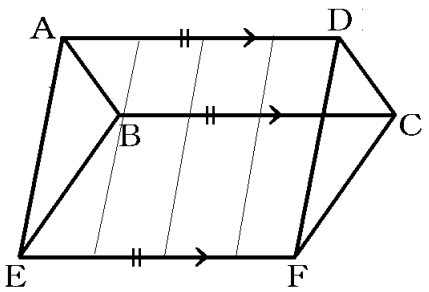
[問題](3 学期)(***)

右の図で，四角形 ABCD，四角形 BEFC がともに平行四辺形であるとき，四角形 AEFD も平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



（1組の向かいあう辺が，等しくて平行）

[解答]

四角形 ABCD は平行四辺形なので，

　AD // BC，AD＝BC ･･･①

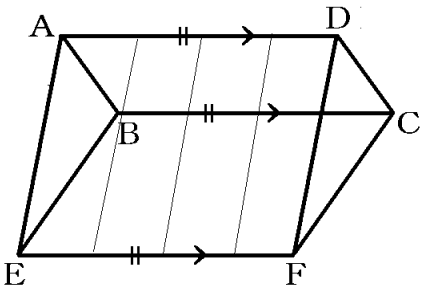
四角形 BEFC は平行四辺形なので，

　BC // EF，BC＝EF ･･･②

①，②より，AD // EF，AD＝EF

1 組の向かい合う辺が，等しくて平行なので，

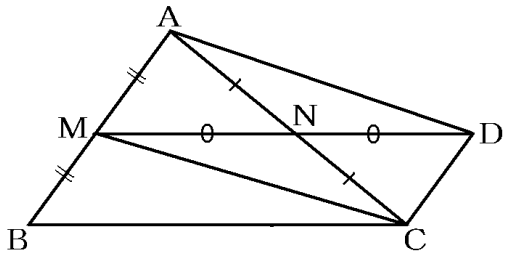
四角形 AEFD は平行四辺形である。



（1組の向かいあう辺が，等しくて平行）

[問題](後期期末)(***)

　△ABC で AB の中点を M，AC の中点を N とする。MN の延長上に MN＝ND となる点 D を取る。四角形 MBCD が平行四辺形になることを次のように証明した。後の各問いに答えよ。



(証明)

四角形 AMCD において

　AN＝CN (仮定)

　MN＝ND (仮定)

よって(　　ア　　)ので四角形 AMCD は平行四辺形となる。･･･①

四角形 MBCD において

(　　イ：証明の続き　　)

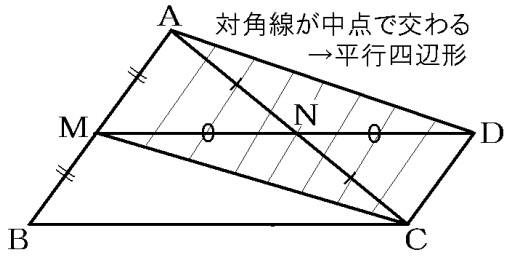
(1) アに入る最も適切な語句をかけ。

(2) イに証明の続きをかき，証明を完成せよ。

[解答欄]

(1)
(2)

[ヒント]



[解答]

(1) 対角線がそれぞれの中点で交わる

(2) ①より，四角形 AMCD は平行四辺形なので，

AM // CD ･･･②

AM＝CD ･･･③

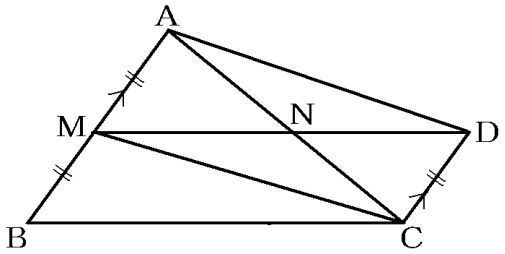
M は AB の中点なので，AM＝BM ･･･④

③，④より，BM＝CD ･･･⑤

②より，BM // CD ･･･⑥

⑤，⑥より，1 組の向かい合う辺が平行で等しいので，

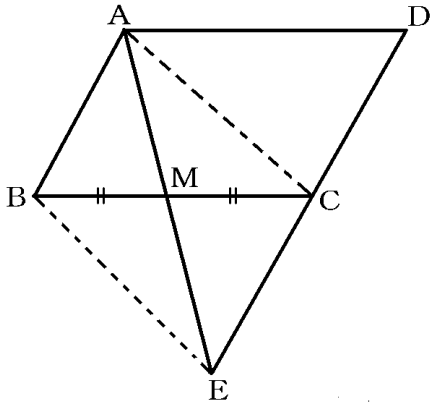
四角形 MBCD は平行四辺形になる。



【】三角形の合同を先に証明

[問題](1 学期中間)(***)

平行四辺形 ABCD の BC の中点を M とし，AM の延長と DC の延長との交点を E とする。このとき，四角形 ABEC が平行四辺形になることを, 次のように証明した。ア～カにあてはまる記号やことばを答えよ。



(証明)

△ABM と△(　ア　)で,

仮定より,

BM＝(　イ　)･･･①

対頂角は等しいので,

∠AMB＝∠(　ウ　)･･･②

平行線の錯角は等しいので,

∠ABM＝∠(　エ　)･･･③

①，②，③から，(　　オ　　)が，それぞれ等しいので,

△ABM≡△(ア)

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

AM＝(　カ　)･･･④

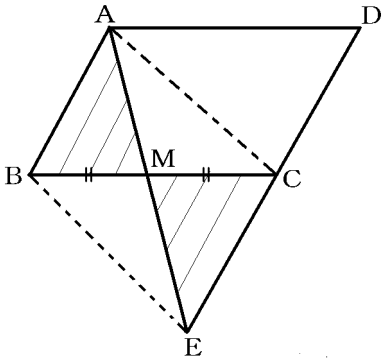
①，④より，四角形 ABEC の対角線が，それぞれの中点で交わるので,

四角形 ABEC は平行四辺形になる。

[解答欄]

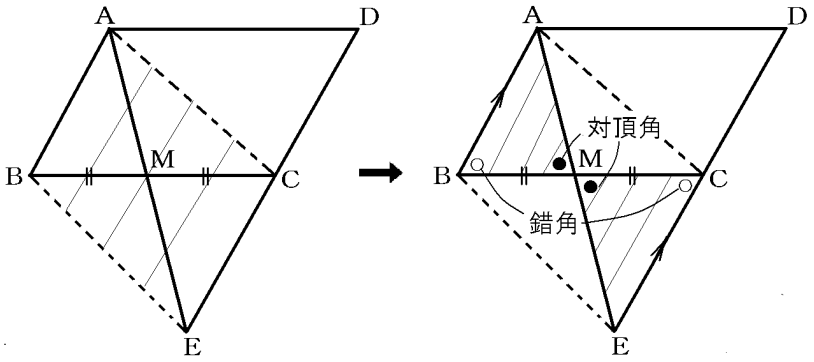
ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

[ヒント]



[解答]ア ECM　イ CM　ウ EMC　エ ECM　オ 1 組の辺とその両端の角　カ EM

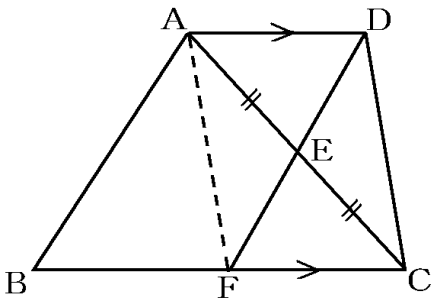
[解説]



AM＝EMがいえれば,平行四辺形

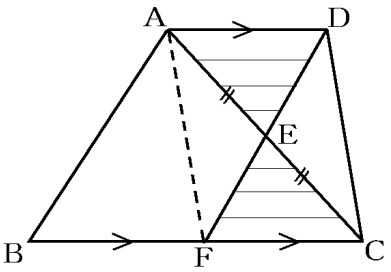
[問題](後期期末)(***)

右の図のように，AD // BC である台形 ABCD で，対角線 AC の中点を E とし，直線 DE と辺 BC の交点を F とするとき，四角形 AFCD は平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△ADE と△CFE で,

仮定より,

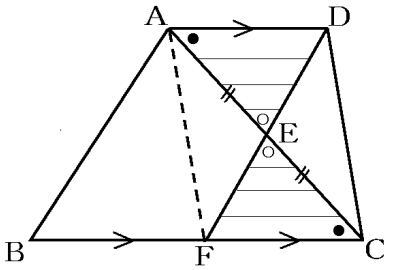
　AE＝CE ･･･①

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

　∠DAE＝∠FCE ･･･②

対頂角は等しいので,

　∠AED＝∠CEF ･･･③



DE＝FE がいえれば平行四辺形

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

　△ADE≡△CFE

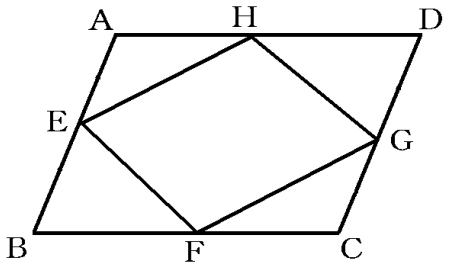
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

　DE＝FE ･･･④

①，④から，対角線が，それぞれの中点で交わるので，四角形 AFCD は平行四辺形である。

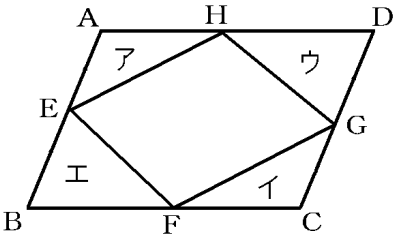
[問題](3 学期)(***)

　平行四辺形 ABCD で辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ E，F，G，H とするとき，四角形 EFGH は平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



アとイの合同がいれば，EH＝FG
ウとエの合同がいれば，HG＝EF
↓
向かい合う2組の辺の長さが等しい

[解答]

△AEH と△CGF で，

仮定より AB＝CD，かつ E,G はそれぞれ辺 AB，CD の中点なので，AE＝CG ･･･①

同様にして，AH＝CF ･･･②

平行四辺形の向かい合う角は等しいので，

∠EAH＝∠GCF･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

△AEH≡△CGF

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

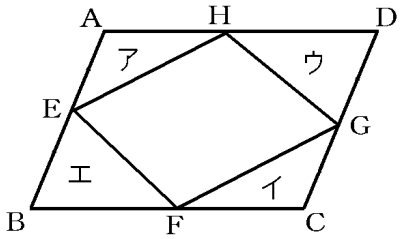
EH＝GF･･･④

同様にして，△BEF≡△DGH なので，

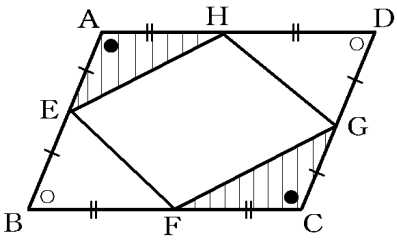
EF＝GH･･･⑤

④，⑤より向かい合う 2 組の辺の長さが等しいので，

四角形 EFGH は平行四辺形である。

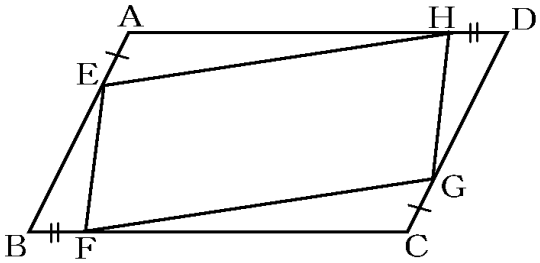


アとイの合同がいれば，EH＝FG
ウとエの合同がいれば，HG＝EF
↓
向かい合う2組の辺の長さが等しい



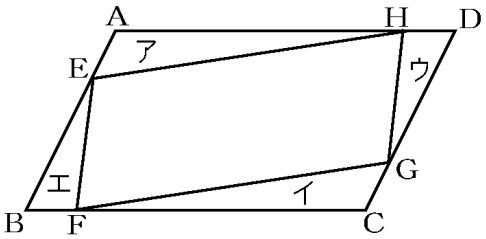
[問題](後期期末)(***)

平行四辺形 ABCD の辺 AB，BC，CD，DA 上にそれぞれ，点 E，F，G，H を AE＝CG，DH＝BF となるようにとる。このとき，四角形 EFGH が平行四辺形となることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



アとイの合同がいれば，EH＝FG
ウとエの合同がいれば，HG＝EF
↓
向かい合う2組の辺の長さが等しい

[解答]

△AEH と△CGF で，

仮定より，AE＝CG ･･･①

平行四辺形の向かい合う辺は等しいので，

AD＝BC ･･･②

仮定より，DH＝BF ･･･③

AH＝AD－DH，CF＝BC－BF ･･･④

②，③，④より，AH＝CF ･･･⑤

平行四辺形の向かい合う角は等しいので，

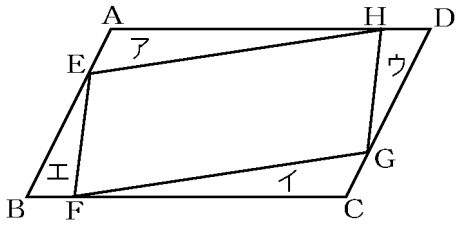
∠EAH＝∠GCF ･･･⑥

①，⑤，⑥から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△AEH≡△CGF

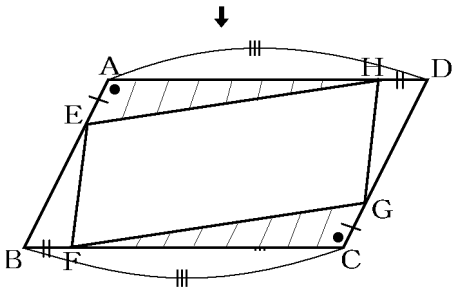
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

EH＝FG ･･･⑦

同様にして，△BEF≡△DGH なので，



アとイの合同がいれば，EH＝FG
ウとエの合同がいれば，HG＝EF
↓
向かい合う2組の辺の長さが等しい



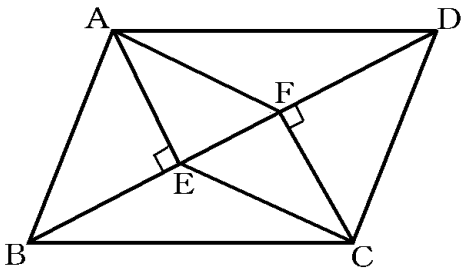
EF＝HG ･･･⑧

⑦，⑧より，向かい合う 2 組の辺の長さが等しいので，

四角形 EFGH は平行四辺形である。

[問題](3 学期)(***)

右の図のように平行四辺形 ABCD の頂点 A, C から対角線 BD に垂線をひき，対角線との交点をそれぞれ E，F とする。このとき四角形 AECF が平行四辺形であることを次のように証明した。(　　)の中にあてはまるものを書き，証明を完成せよ。



(証明)

△ABE と△CDF で，

仮定より，∠AEB＝∠CFD＝90°･･･①

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので，

AB＝(　ア　)･･･②

平行線の錯角は等しいので，

∠ABE＝∠CDF ･･･③

①，②，③から，直角三角形の(　　イ　　)が，それぞれ等しいので，

△ABE≡△CDF

従って，AE＝(　ウ　)･･･④

また，∠AEF＝∠CFE＝90°で錯角が等しいから，

AE (　エ　) CF ･･･⑤

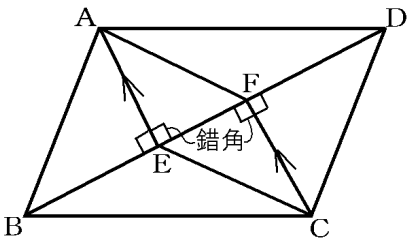
④，⑤より，1 組の向かいあう辺が，等しくて平行なので，

四角形 AECF は，平行四辺形になる。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

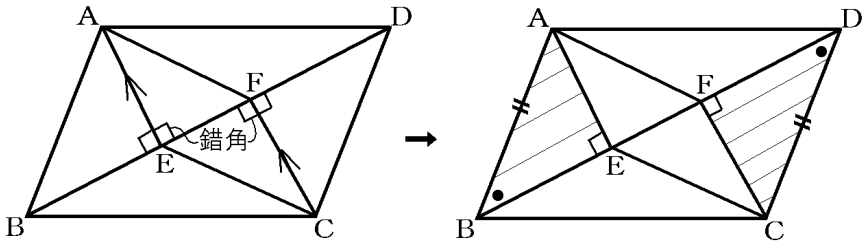
[ヒント]



AE＝CF がいえれば 1組の辺が等しくて平行

[解答]ア CD　イ 斜辺と１つの鋭角　ウ CF　エ //

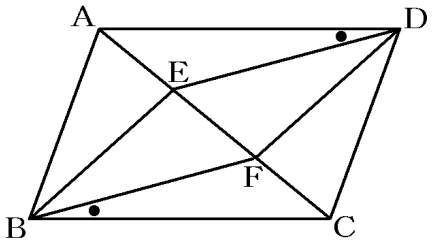
[解説]



AE＝CF がいえれば 1組の辺が等しくて平行

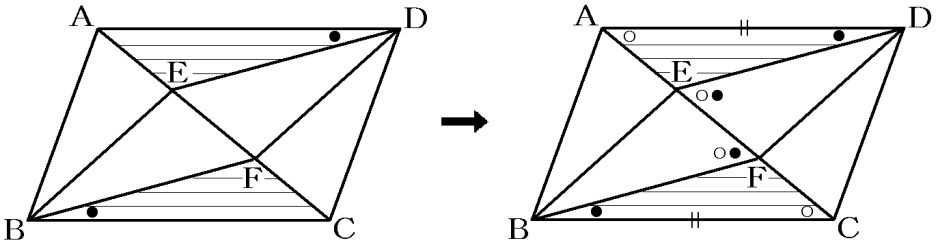
[問題](3 学期)(****)

平行四辺形 ABCD の対角線 AC をひく。AC 上に，∠EDA＝∠FBC となるように点 E，点 F をとったとき，四角形 EBFD が平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]

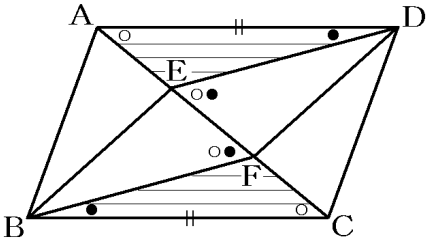
[ヒント]



[解答]

△ADE と△CBF で,

四角形 ABCD は平行四辺形なので,



AD＝CB ･･･①

AD // CB ･･･②

平行線の錯角は等しいので，②より,

∠DAE＝∠BCF ･･･③

仮定より，∠EDA＝∠FBC ･･･④

①，③，④より，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

△ADE≡△CBF

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

ED＝FB ･･･⑤

ところで，三角形の外角は，そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので,

∠DEF＝∠DAE＋∠EDA ･･･⑥

∠BFE＝∠BCF＋∠FBC ･･･⑦

③，④，⑥，⑦より，∠DEF＝∠BFE

錯角が等しいので，ED // FB ･･･⑧

⑤，⑧より，1 組の向かいあう辺が，等しくて平行なので,

四角形 EBFD は，平行四辺形になる。

【】ひし形・長方形・正方形

【】定義・性質

[ひし形・長方形・正方形の定義：辺と角]

[問題](3 学期)(*)

次の①～③はある四角形の定義を述べたものである。それぞれの四角形の名称を答えよ。

① 4 つの角がすべて等しい四角形

② 4 つの辺がすべて等しい四角形

③ 4 つの辺がすべて等しく，4 つの角がすべて等しい四角形

[解答欄]

①	②	③

[解答]① 長方形 ② ひし形 ③ 正方形

[解説]

平行四辺形の定義：2 組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形

ひし形の定義：4 つの辺が等しい四角形

長方形の定義：4 つの角が等しい四角形

正方形の定義：4 つの辺が等しく，4 つの角が等しい四角形

ひし形，長方形，正方形は平行四辺形の特殊な場合である。

[問題](後期期末)(*)

次の図形の定義を答えよ。

① 平行四辺形

② ひし形

③ 長方形

④ 正方形

[解答欄]

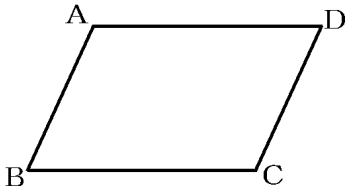
①
②
③
④

[解答]① 2 組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形 ② 4 つの辺が等しい四角形

③ 4 つの角が等しい四角形 ④ 4 つの辺が等しく，4 つの角が等しい四角形

[問題](3 学期)(**)

平行四辺形 ABCD が次の条件を持つとき，それぞれどのような四角形になるか答えよ。



① AB＝BC

② ∠A＝∠B

③ AB＝BC，∠A＝∠B

[解答欄]

①	②	③

[解答]① ひし形　② 長方形　③ 正方形

[解説]

① 平行四辺形なので向かい合う辺の長さが等しく，AB＝CD，AD＝BC である。これに AB＝BC の条件が付け加わると，AB＝BC＝CD＝AD で 4 つの辺の長さが等しくなり，ひし形になる。

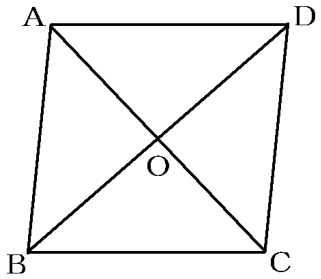
② 平行四辺形なので向かい合う角の大きさが等しく，∠A＝∠C，∠B＝∠D である。これに∠A＝∠B の条件が付け加わると，∠A＝∠B＝∠C＝∠D で 4 つの角が等しくなり，長方形になる。

③ AB＝BC なので(1)と同様にして 4 辺が等しくなる。また，(2)と同様にして，∠A＝∠B＝∠C＝∠D で 4 つの角が等しくなる。4 つの角が等しく，4 つの辺が等しい四角形なので正方形になる。

[ひし形・長方形・正方形の対角線]

[問題](3 学期)(**)

平行四辺形 ABCD に次の条件が加わると，どんな四角形になるか答えよ。ただし，O は対角線の交点とする。



(1) AC＝BD

(2) AC⊥BD

(3) AC＝BD，AC⊥BD

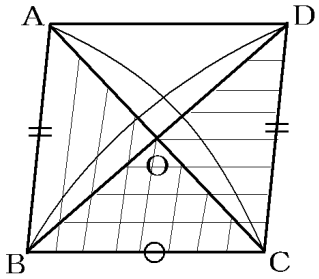
[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 長方形　(2) ひし形　(3) 正方形

[解説]

(1) 平行四辺形 ABCD で，対角線の長さが等しい(AC＝DB)とき，ABCD は長方形になる。参考までに，このことを証明しておく。



(証明)

△ABC と△DCB で，

AC＝DB(仮定) ･･･①

AB＝DC(平行四辺形) ･･･②

BC＝BC(共通) ･･･③

①，②，③より，3 組の辺がそれぞれ等しいので，

△ABC≡△DCB

合同な図形の対応する角は等しいので，∠B＝∠C ･･･④

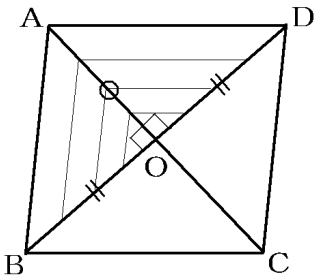
平行四辺形の向かい合う角は等しいので，

∠A＝∠C，∠B＝∠D ･･･⑤

④，⑤より，∠A＝∠B＝∠C＝∠D

よって，四角形 ABCD は長方形になる。

(2) 平行四辺形 ABCD で，対角線が直交するとき(AC⊥BD)とき，ABCD はひし形になる。参考までに，このことを証明しておく。



(証明)

△ABO と△ADO で，

∠AOB＝∠AOD＝90°（仮定）･･･①

BO＝DO(対角線の中点) ･･･②

AO＝AO(共通) ･･･③

①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABO≡△ADO

合同な図形の対応する辺は等しいので，

AB＝AD ･･･④

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので，

AB＝CD，AD＝BC ･･･⑤

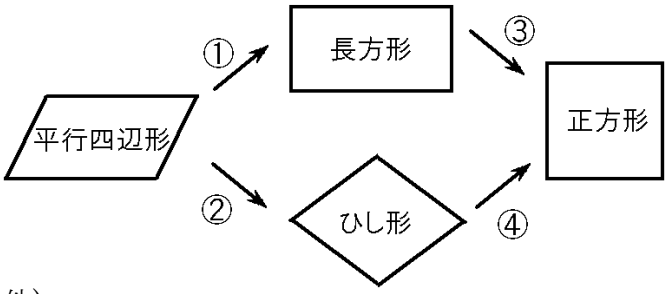
④，⑤より，AB＝BC＝CD＝AD

よって，四角形 ABCD はひし形になる。

(3) 長方形になる条件(AC＝BD)と，ひし形になる条件(AC⊥BD)の両方を満たすので，正方形になる。

[問題](前期中間)(**)

次の図は，平行四辺形にある条件をつけ加えて，正方形になる過程を示したものである。①～④にあてはまる条件を，下の A～D からすべて選び記号で答えよ。



(条件)

A 対角線の長さを等しくする。

B 対角線を垂直に交わらせる。

C となりあう 2 辺の長さを等しくする。

D 1 つの角を直角にする。

[解答欄]

①	②	③
④		

[解答]① A，D　② B，C　③ B，C　④ A，D

[問題](1 学期中間)(**)

次のそれぞれの図形の性質としてあてはまるものを，下のア～カからすべて選び，記号で答えよ。

① 長方形

② ひし形

③ 正方形

ア　対角線が垂直に交わる。

イ　2 組の対辺がそれぞれ平行である。

ウ　対角線が等しい。

エ　4 つの角がすべて等しい。

オ　4 つの辺がすべて等しい。

カ　頂角の二等分線が底辺を 2 等分する。

[解答欄]

①	②	③

[解答]① イ，ウ，エ　② ア，イ，オ　③ ア，イ，ウ，エ，オ

[問題](3 学期)(**)

下の四角形ア～オのうち，(1)～(4)の条件を常に満たすものをすべて選び，記号で答えよ。

ア：平行四辺形　　イ：正方形　　ウ：台形　　エ：長方形　　オ：ひし形

(1) 内角の和が 360°である。

(2) 2 つの対角線が中点で交わる。

(3) 4 つの辺の長さがすべて等しい。

(4) 2 つの対角線の長さが等しい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) アイウエオ　(2)アイエオ　(3) イオ　(4) イエ

[解説]

(1) 内角の和が 360°である多角形は四角形である。ア～オはすべて四角形。

(2) 2 つの対角線が中点で交わる四角形は平行四辺形である。正方形，長方形，ひし形は平行四辺形の一種である。

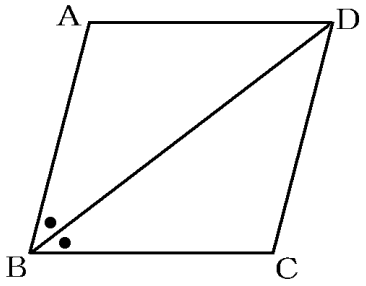
(3) 4 つの辺の長さがすべて等しい四角形はひし形である。正方形はひし形の一種である。

(4) 2 つの対角線の長さが等しい四角形は長方形である。正方形は長方形の一種である。

【】証明

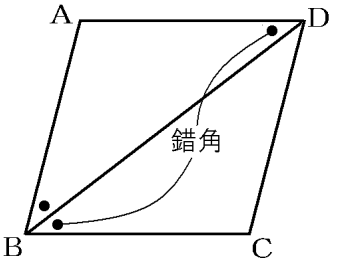
[問題](後期中間)(**)

右の図のように, 平行四辺形 ABCD の対角線 BD が∠ABC を二等分するとき, 平行四辺形 ABCD はひし形となることを証明せよ。

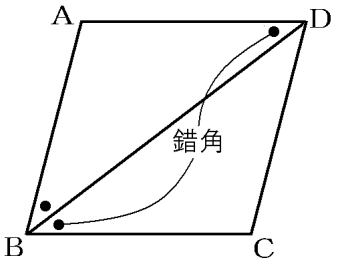


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



仮定より，∠ABD＝∠CBD ･･･①

AD // BC なので，∠CBD＝∠ADB ･･･②

①，②より，∠ABD＝∠ADB

したがって，△ABD は二等辺三角形で，AB＝AD ･･･③

四角形 ABCD は平行四辺形なので，

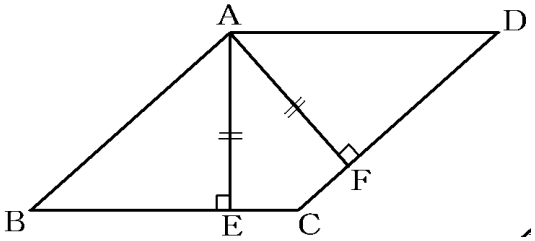
AD＝BC，AB＝CD ･･･④

③，④より，AB＝BC＝CD＝AD

4 つの辺が等しいので，四角形 ABCD はひし形になる。

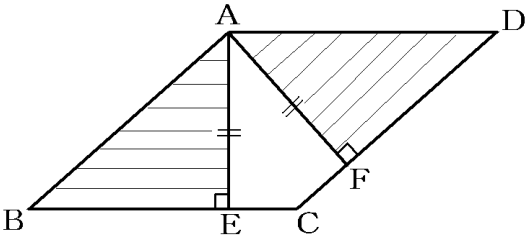
[問題](後期期末)(***)

右の図で平行四辺形 ABCD の頂点 A から辺 BC, CD にそれぞれ垂線 AE, AF をひくとき, AE＝AF ならば, 四角形 ABCD はひし形であることを証明せよ。

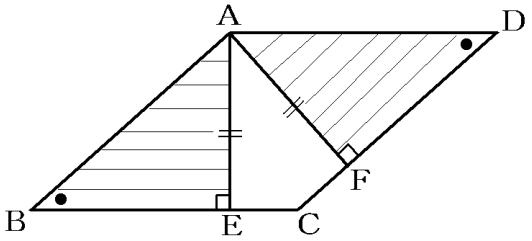


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△ABE と△ADF で,

仮定より,

AE＝AF ･･･①

∠AEB＝∠AFD＝90° ･･･②

平行四辺形の向かい合う角は等しいので,

∠ABE＝∠ADF ･･･③

∠BAE＝180° －∠AEB－∠ABE ･･･④

∠DAF＝180° －∠AFD－∠ADF ･･･⑤

②，③，④，⑤より，

∠BAE＝∠DAF ･･･⑥

①，②，⑥より，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので，

△ABE≡△ADF

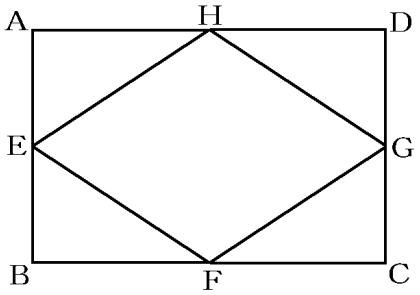
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，AB＝AD ･･･⑦

四角形 ABCD は平行四辺形なので，AB＝CD，AD＝BC ･･･⑧

⑦，⑧より，AB＝BC＝CD＝AD なので，四角形 ABCD はひし形になる。

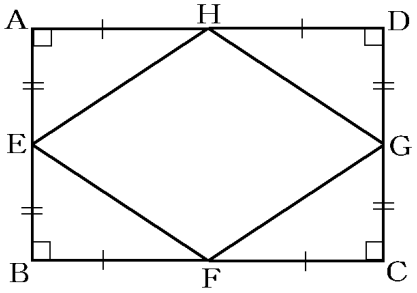
[問題](後期期末)(***)

長方形 ABCD で AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ E，F，G，H とすると，四角形 EFGH はひし形になることを証明せよ。

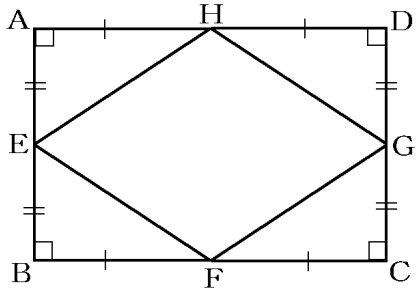


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△AEH と△BEF で,

仮定より,

AE＝BE ･･･①

AH＝BF ･･･②

四角形 ABCD は長方形なので,

∠EAH＝∠EBF ･･･③

①，②，③より,

2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

△AEH≡△BEF

同様にして,

△AEH≡△BEF≡△CGF≡△DGH

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

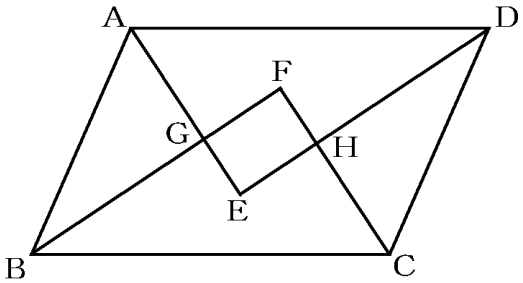
EH＝EF＝GF＝GH

4 つの辺の長さがすべて等しいので,

四角形 EFGH はひし形になる。

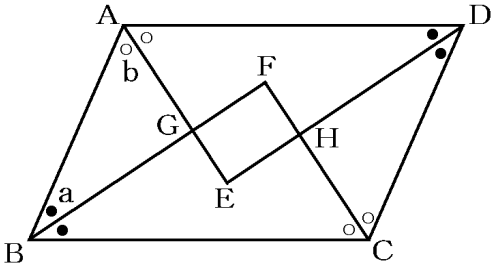
[問題](3 学期)(****)

右の図のように, 平行四辺形 ABCD の 4 つの内角∠A，∠B，∠C，∠D の二等分線でつくられた四角形 EHFG が，長方形になることを証明せよ。

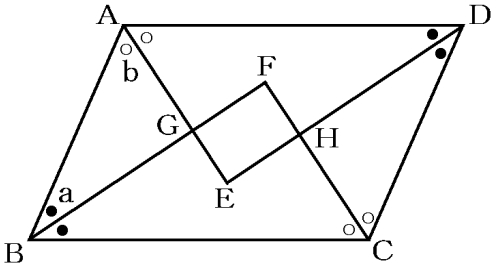


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



∠ABG＝a，∠BAG＝b とおく。

仮定より，∠ABC＝2a，∠BAD＝2b

平行四辺形の向かい合う角は等しいので，

∠ADC＝∠ABC＝2a，∠BCD＝∠BAD＝2b

四角形の内角の和は 360°なので，

∠ABC＋∠BCD＋∠ADC＋∠BAD＝360°

2a＋2b＋2a＋2b＝360°，4a＋4b＝360°，a＋b＝90°

よって，∠EGF＝∠AGB＝180°－(a＋b)＝180°－90°＝90°

同様にして，∠GFH＝∠FHE＝∠HEG＝90°なので，

四角形 EHFG の 4 つの角はすべて等しい。

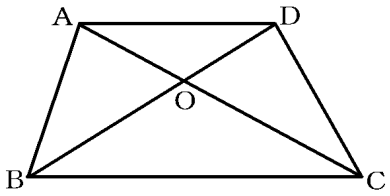
したがって，四角形 EHFG は長方形になる。

【】平行線と面積

【】面積が等しい三角形をさがす

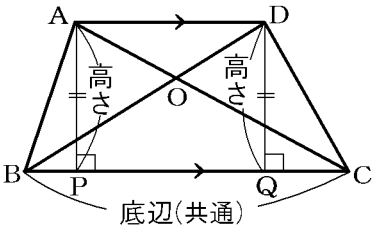
[問題](3 学期)(**)

右の図は AD // BC の台形である。△ABC と面積の等しい三角形を記号で表せ。



[解答欄]

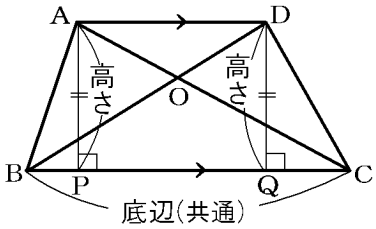
[ヒント]



[解答]△DBC

[解説]

△ABC と△DBC で，図のように P，Q をとる。
それぞれの三角形の底辺を BC とすると，底辺は共通。
AD // BC なので AP＝DQ で，それぞれの三角形の高さも等しい。よって 2 つの三角形の面積は等しい。

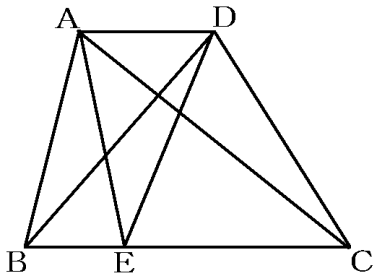


[問題](後期期末)(**)

右の図で，E は AD // BC の台形 ABCD の辺 BC 上の点である。次の各問いに答えよ。

(1) △ABE と面積の等しい三角形を 1 つ答えよ。

(2) △AED と面積の等しい三角形を 2 つ答えよ。



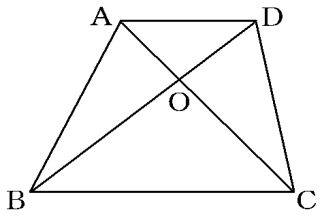
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) △DBE　(2) △ABD，△ACD

[問題](3 学期)(**)

右の図は，AD // BC の台形 ABCD で，対角線 AC と BD の交点を O とする。このとき，次の各問いに答えよ。



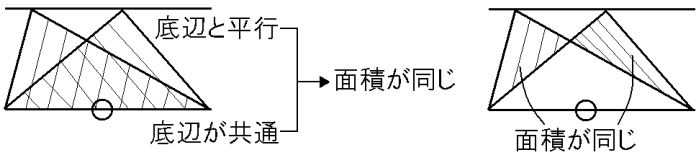
(1) △ABC と面積が等しい三角形はどれか。1 つ答えよ。

(2) △ABO と面積が等しい三角形はどれか。1 つ答えよ。

[解答欄]

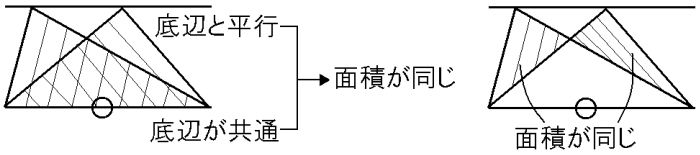
(1)	(2)

[ヒント]



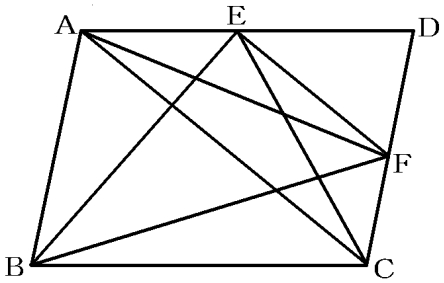
[解答](1) △DBC　(2) △DCO

[解説]



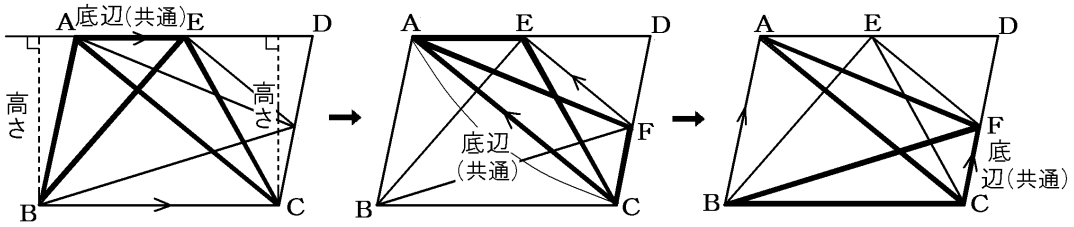
[問題](3 学期)(***)

平行四辺形 ABCD の対角線 AC に平行な直線が辺 AD，CD と交わる点を，それぞれ E，F とする。このとき，△ABE と面積が等しい三角形を 3 つ答えよ。



[解答欄]

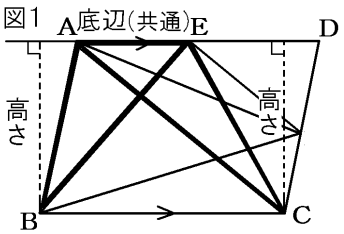
[ヒント]



[解答]△ACE，△ACF，△BCF

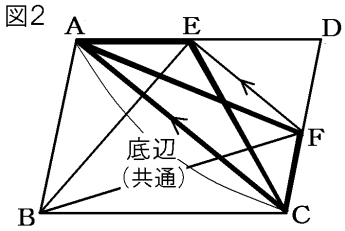
[解説]

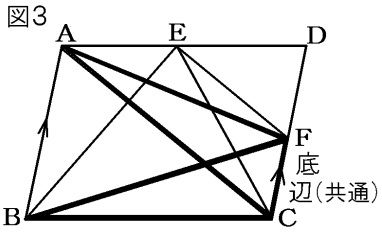
右の図 1 のように，△ABE の AE を底辺とすると，BC は底辺に平行なので，△ACE は△ABE と底辺が共通で高さが同じになる。したがって，△ACE と△ABE は面積が等しくなる。



次に，△ACE と面積が等しい三角形をさがす。

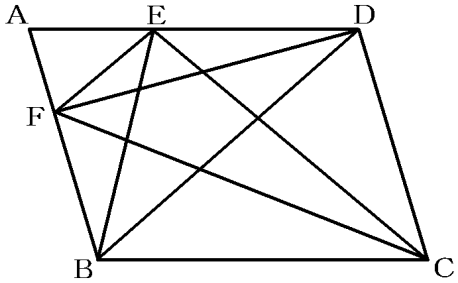
図 2 で, △ACE と底辺 AC を同じにする△ACF は，EF が底辺と平行なので，面積が同じになる。同様にして，図 3 で△ACF と△BCF は面積が同じになる。





[問題](3 学期)(***)

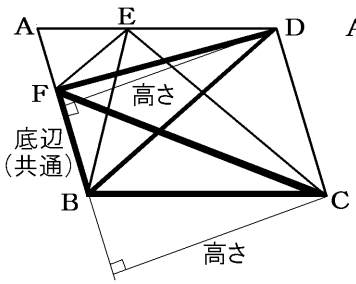
平行四辺形 ABCD の対角線 BD に平行な直線が辺 AD，AB と交わる点をそれぞれ E，F とする。このとき，△BCF と面積が等しい三角形を 3 つあげよ。

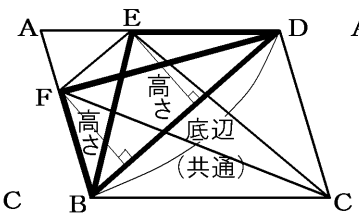


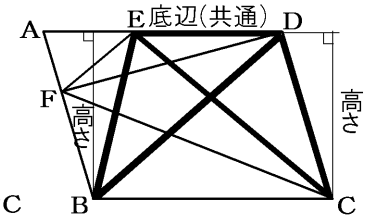
[解答欄]

[解答]△BDF，△BDE，△CDE

[解説]

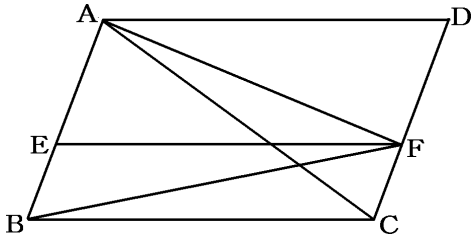






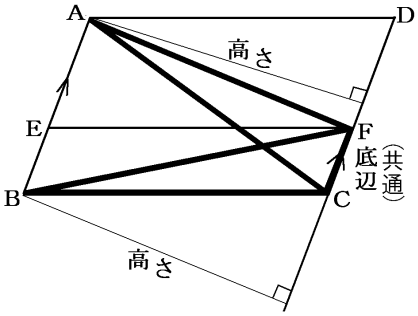
[問題](3 学期)(***)

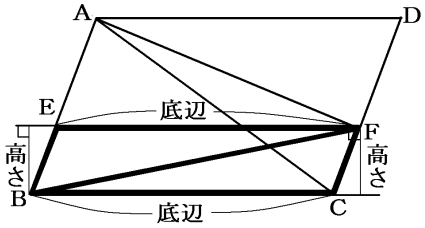
次の平行四辺形 ABCD で，BC // EF であるとき，△FCB と面積が等しい三角形を 2 つ書け。



[解答欄]

[ヒント]





[解答]△FCA，△BEF

[解説]

図 1 のように，△FCB の底辺を FC とすると，AB は底辺 FC に平行なので，△FCA は△FCB と底辺が共通で高さが同じになる。したがって，

△FCA は△FCB と面積が同じになる。

次に，図 2 の△FCB と△BEF で，△FCB の底辺を CB，△BEF の底辺を EF とする。

四角形 BCEF は平行四辺形になるので, CB＝EF となる。したがって，2 つの三角形の底辺の長さが等しくなる(共通ではない)。また，BC // EF なので，2 つの三角形の高さは等しくなる。

よって，△FCB と△BEF は面積が等しくなる。

図1

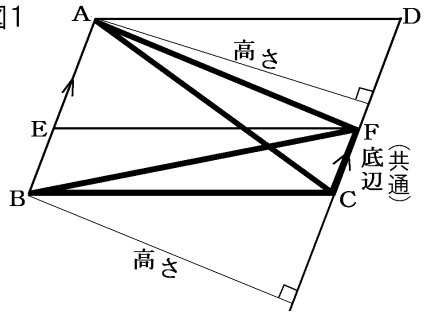
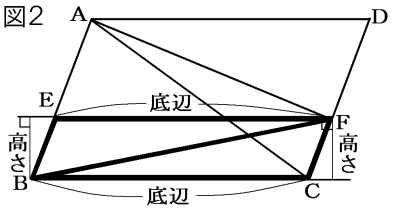
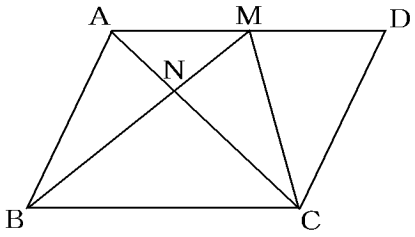


図2



[問題](3 学期)(***)

右の図の平行四辺形 ABCD で，M は辺 AD の中点である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) △ABC と面積の等しい三角形を 2 つあげよ。

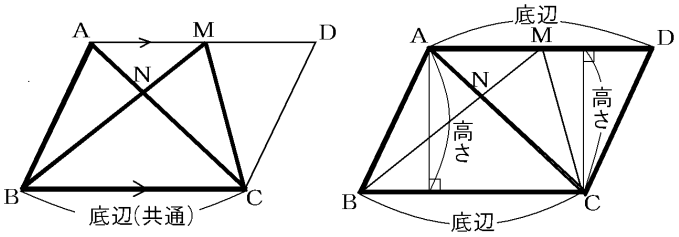
(2) △ABM と面積の等しい三角形を 2 つあげよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1)



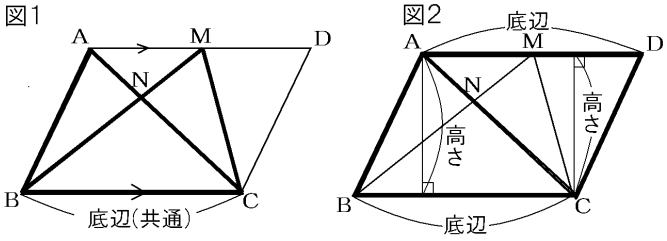
[解答](1) △BMC，△ACD　(2) △ACM，△MCD

[解説]

(1) 図 1 のように，

△ABC と△MBC で，BC を共通の底辺とすると，

AM // BC なので，△ABC と△MBC の高さは等しくなる。したがって，△ABC と△MBC は面積が等しい。

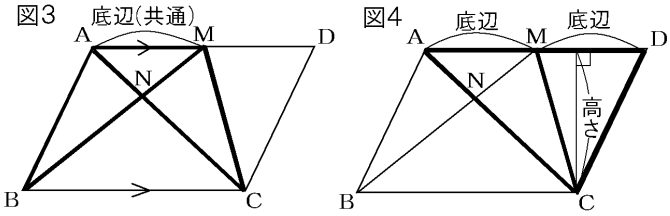


次に，図 2 の△ABC と△ACD は，底辺と高さがそれぞれ等しいので，面積も等しくなる。

(2) 図 3 のように，

△ABM と△ACM で，AM を共通の底辺とすると，

AM // BC なので，△ABM と△ACM の高さは等しくなる。したがって，△ABM と△ACM は面積が等しい。

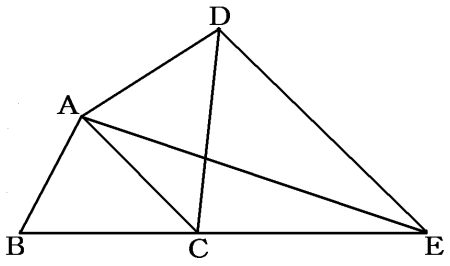


次に，図 4 の△ACM と△MCD は，底辺と高さがそれぞれ等しいので，面積も等しくなる。

【】等積変形

[問題](3 学期)(**)

右図で，DE // AC のとき，四角形 ABCD の面積と△ABE の面積が等しくなることを(　　)を埋めて証明せよ。



(仮定)　(　　ア　　)

(結論)　(　　イ　　)

(証明)

四角形 ABCD＝△ABC＋△(　ウ　)

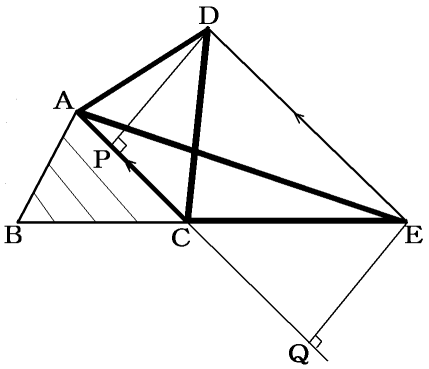
また，DE // AC より，△(ウ)＝△(　エ　)

四角形 ABCD＝△ABC＋△(ウ) ＝△ABC＋△(エ)＝△ABE

[解答欄]

ア	イ
ウ	エ

[ヒント]



[解答]ア　DE // AC　イ　四角形 ABCD の面積と△ABE の面積が等しい　ウ　ACD　エ　ACE

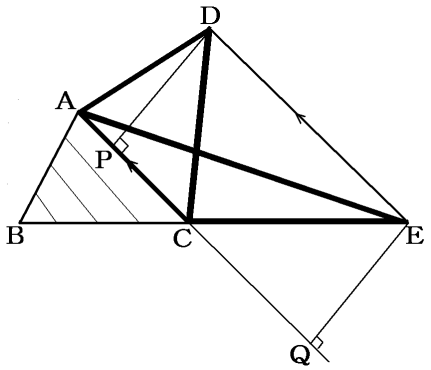
[解説]

△ACD と△ACE において，AC を共通の底辺とすると，DE // AC なので，右図のように，DP＝EQ で高さが等しい。よって，2 つの三角形の面積は等しく，

△ACD＝△ACE

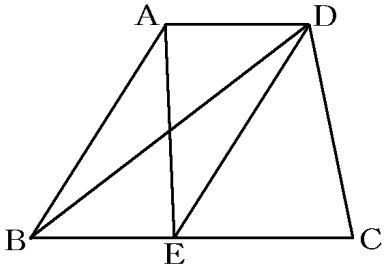
四角形 ABCD＝△ABC＋△ACD

＝△ABC＋△ACE＝△ABE



[問題](3 学期)(**)

右の図の四角形 ABCD は AD // BC の台形である。AB // ED となるように点 E を BC 上にとったとき，△DBC＝四角形 AECD であることを，次のように証明した。(　　)にあてはまるものを入れよ。



(証明)

△DBE と△DAE は，底辺(　ア　)，を共通とし，

AB // (　イ　)

よって，△DBE＝△DAE･･･①

また，△DBC＝△DBE＋△DEC･･･②

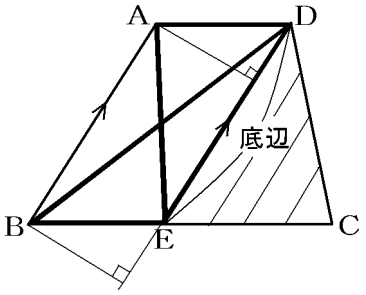
四角形 AECD＝△DAE＋(　ウ　)･･･③

①，②，③から，△DBC＝四角形 AECD

[解答欄]

ア	イ	ウ

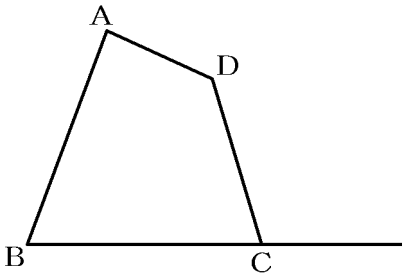
[ヒント]



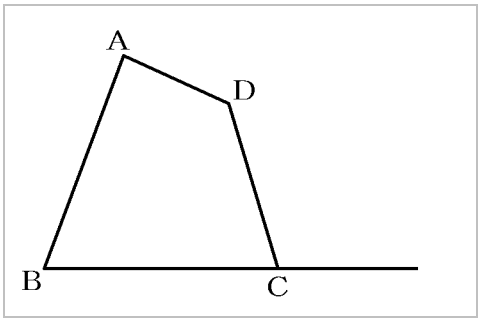
[解答]ア DE　イ DE　ウ △DEC

[問題](3 学期)(***)

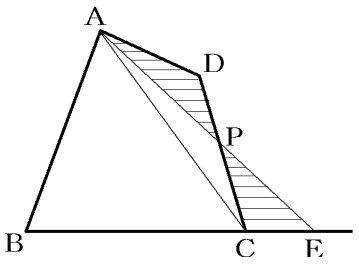
右のような四角形 ABCD がある。BC の延長線上に点 E をとり，△ABE の面積と四角形 ABCD の面積が等しくなるようにしたい。点 E を作図せよ。



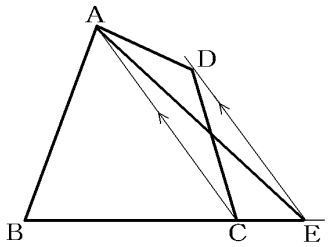
[解答欄]



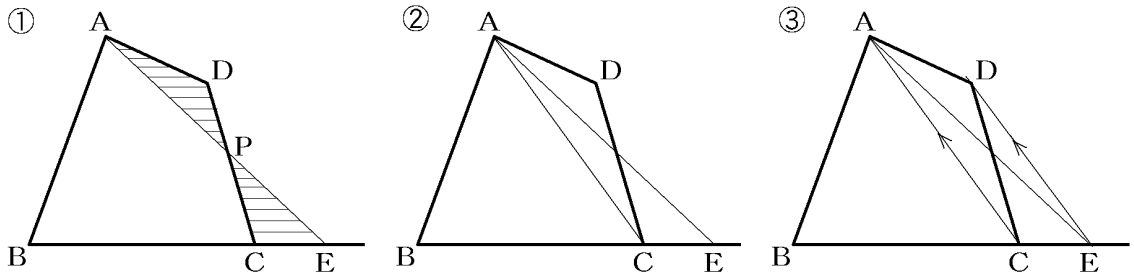
[ヒント]



[解答]



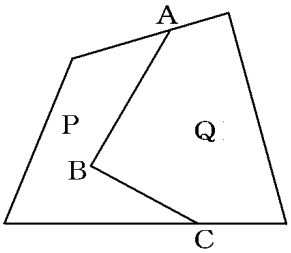
[解説]



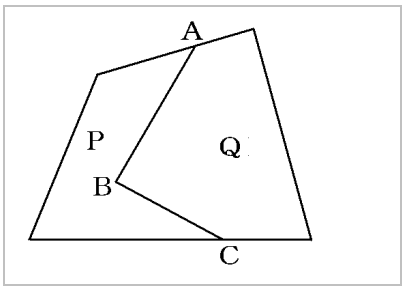
まず，上図①のように BC の延長線上に，四角形 ABCD と△ABE の面積がおおよそ等しくなるような点 E をとってみる。四角形 ABCD と△ABE の面積が等しいとき，△ADP と△CEP の面積が等しくなる。そこで，図②のように A と C を結ぶ。△ADP と△CEP の面積が等しいとき，△ACD と△ACE の面積は等しくなる。AC を共通な底辺と考えると，図③のように，DE は底辺 AC に平行になる。

[問題](3 学期)(***)

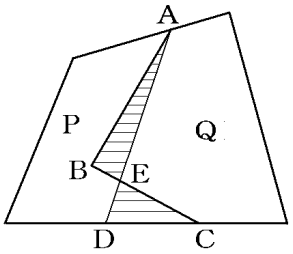
右の図において，折れ線 ABC を境界線とする P と Q の 2 つの土地がある。この 2 つの土地の面積を変えずに 2 つとも四角形になるように，図の点 A を通る線分に境界線を改めたい。この条件に合うように，境界線 AD を作図せよ。ただし，平行な線は記号であらわすこと。



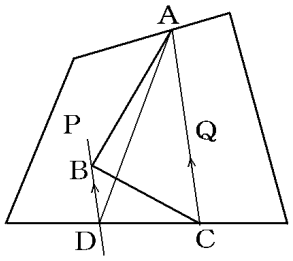
[解答欄]



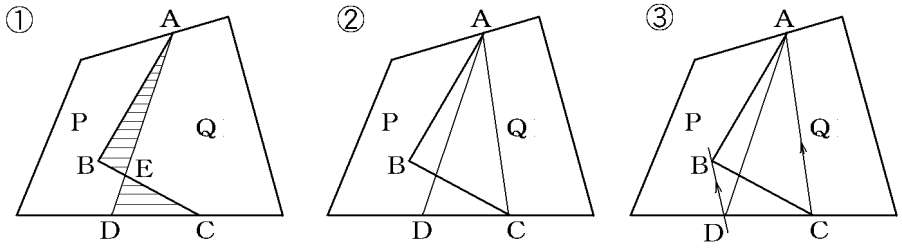
[ヒント]



[解答]



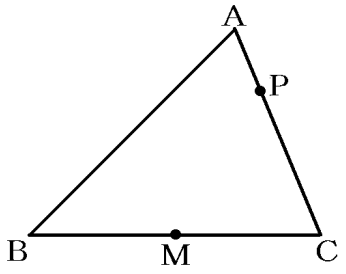
[解説]



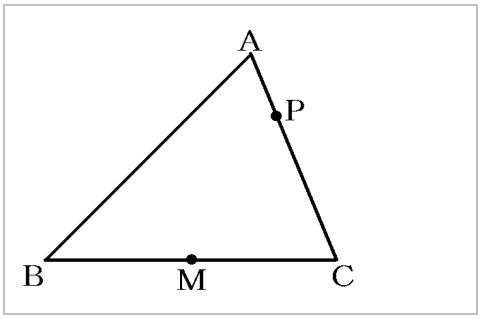
まず，上図①のように，境界線変更前と変更後の面積がおおよそ等しくなるように AD を引く。Q についていえば，△ABE が減少する部分で，△EDC が増加する部分である。この 2 つの三角形の面積が同じになればよい。次に図②のように A と C を結ぶ。△ABE と△EDC の面積が等しいとき，△ABC と△ADC の面積は等しくなる。AC を共通な底辺と考えると，図③のように，BD は底辺 AC に平行になる。

[問題](3 学期)(***)

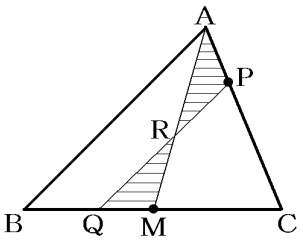
△ABC において，辺 BC の中点を M，辺 AC 上の点を P とする。辺 BC 上に点 Q をとって，△ABC の面積を 2 等分するような線分 PQ を作図せよ。



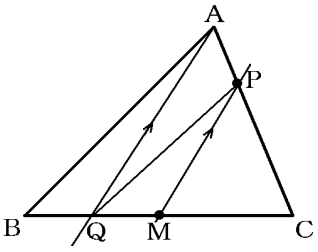
[解答欄]



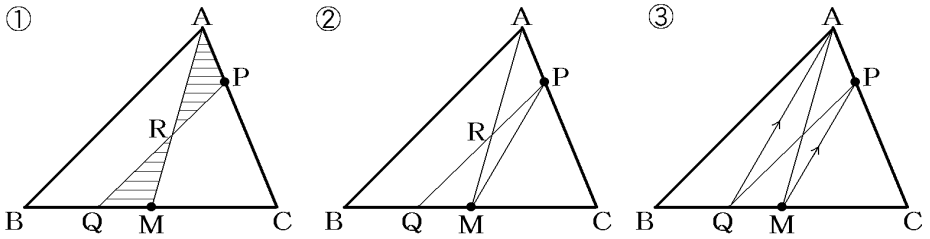
[ヒント]



[解答]



[解説]

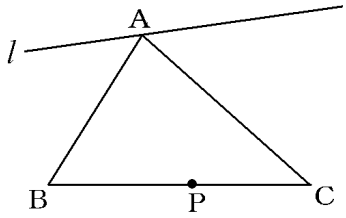


M は BC の中点なので，△ABM と△ACM は面積が等しい。したがって，△ACM は△ABC の半分の面積である。PQ が△ABC の面積を二等分するとき，△PQC の面積は△ACM の面積と等しくなる。上図①のように，△PQC と△ACM の面積がおおよそ等しくなるように点 Q をとる。このとき，△APR と△QMR の面積は等しい。次に図②のように P と M を結ぶ。△APR と△QMR の面積が等しいとき，

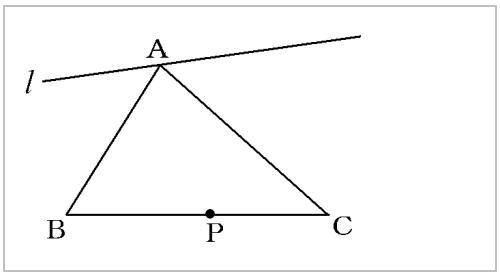
△AMP と△QMP の面積は等しくなる。MP を共通な底辺と考えると，図③のように，AQ は底辺 MP に平行になる。

[問題](3 学期)(***)

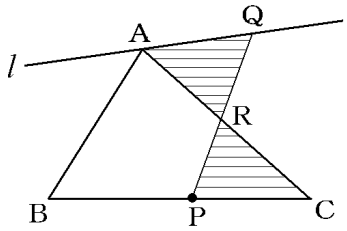
右の図のように，△ABC の頂点 A を通る直線 l と，辺 BC 上に点 P がある。l 上に点 Q をとり，四角形 ABPQ が△ABC の面積と等しくなるようにする。点 Q を作図せよ。



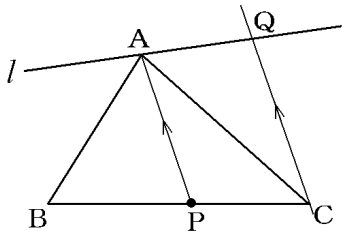
[解答欄]



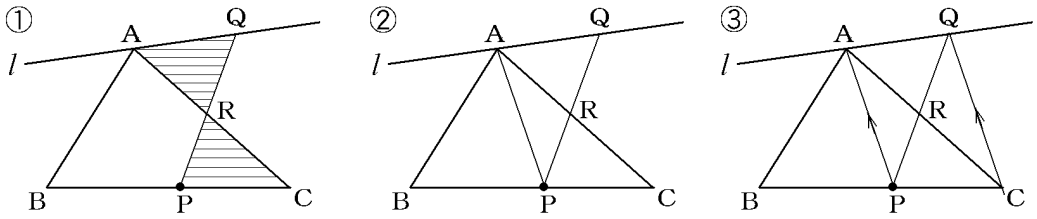
[ヒント]



[解答]

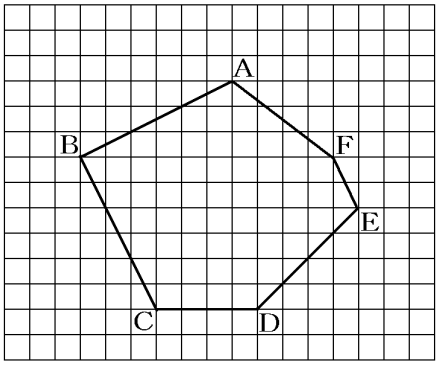


[解説]

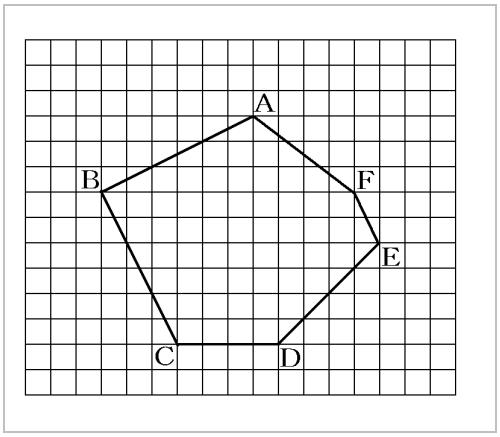


[問題](3 学期)(***)

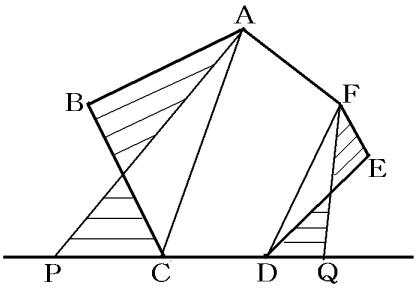
次の図で，直線 CD 上に点 P，Q をとり，六角形 ABCDEF と面積の等しい四角形 APQF をかけ。



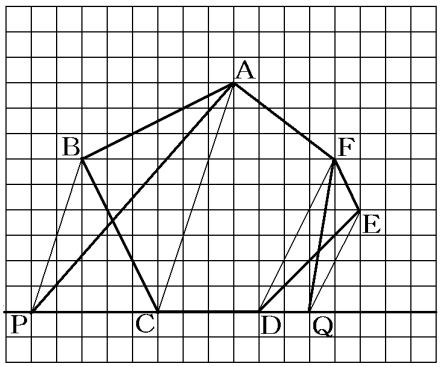
[解答欄]



[ヒント]



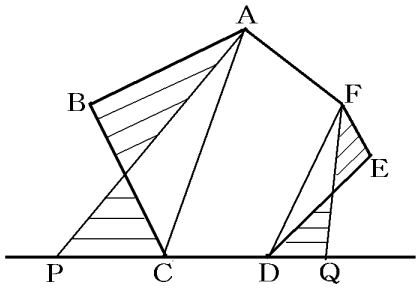
[解答]



[解説]

AC // BP となるように P をとれば，△ABC の面積と△APC の面積は等しくなる。

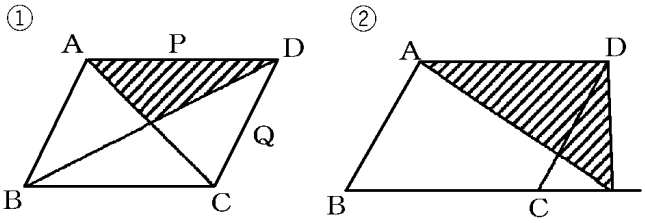
FD // EQ となるように Q をとれば，△FED の面積と△FQD の面積は等しくなる。



【】面積を求める

[問題](3 学期)(**)

次の図で, 斜線部分の面積を求めよ。ただし, 平行四辺形 ABCD の面積は 120cm² とする。



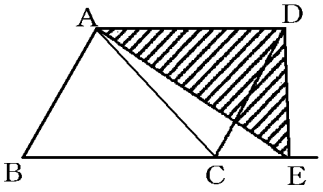
[解答欄]

①	②

[ヒント]

① 平行四辺形の 2 つの対角線で分けられる 4 つの三角形はすべて面積が等しい。

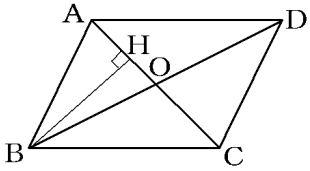
② 右図で，△ADE と△ADC の面積は等しい。



[解答]① 30cm²　② 60cm²

[解説]

① 平行四辺形の対角線で分けられる 2 つの三角形は合同である。したがって，右図の△ABD と△CBD は面積が等しい。また，△BAC と△DAC も面積が等しい。



さらに，平行四辺形の 2 つの対角線で分けられる 4 つの三角形(右図の△ABO，△BCO，△CDO，△ADO)はすべて面積が等しい。

例えば，右図の△ABO と△BCO で，AO，CO をそれぞれの三角形の底辺とする。平行四辺形の対角線は中点で交わるので，AO＝CO となる。また，2 つの三角形の高さ BH は共通である。したがって，△ABO と△BCO の面積は等しくなる。同様にして，△BCO と△CDO，△CDO と△ADO も面積が等しくなる。

よって，問題図の図の斜線部分の面積は，120(cm²)÷4＝30(cm²)となる。

② 右図の△ADE と△ADC の共通の底辺を AD とすると，

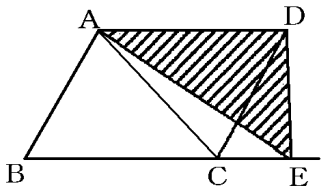
CE // AD なので，2 つの三角形の高さは等しくなる。

したがって，△ADE と△ADC の面積は等しい。

平行四辺形 ABCD の面積は 120cm² なので，

△ADC の面積は，120(cm²)÷2＝60(cm²)となる。

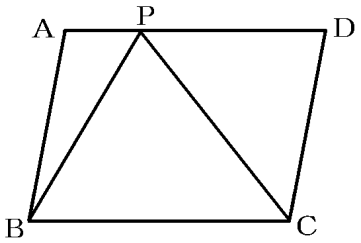
したがって，△ADE の面積も 60(cm²)となる。

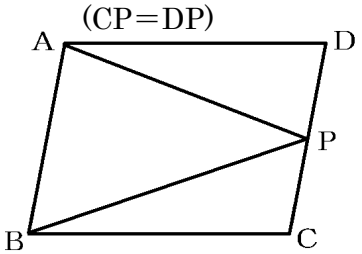


[問題](3 学期)(***)

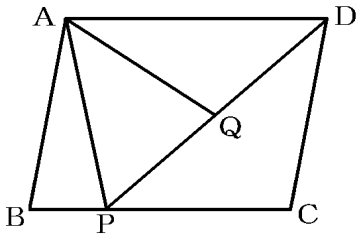
面積が 40cm² の平行四辺形 ABCD で，点 P を次のようにとるとき，以下の各問いに答えよ。

(1)　△ABP＋△CDP の面積を求めよ。　(2) △ADP の面積を求めよ。





(3) 点 Q が線分 DP の中点であるときの△APQ の面積を求めよ。

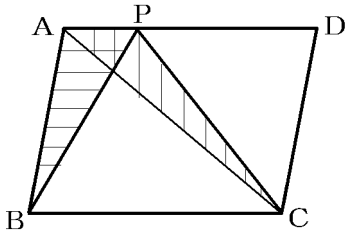


[解答欄]

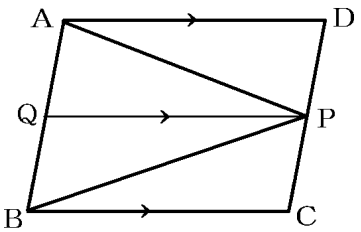
(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(1)



(2)



(3) △APD の面積は平行四辺形 ABCD の $\frac{1}{2}$，△APQ の面積は△APD の $\frac{1}{2}$

[解答](1) 20cm²　(2) 10cm²　(3) 10cm²

[解説]

(1) 右図のように線分 AC をひく。

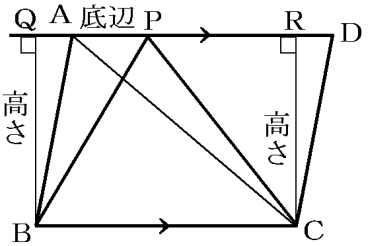
△ABP と△ACP について，

AP を共通の底辺とすると，QD // BC なので，

BQ＝CR となり，2 つの三角形の高さも等しくなり，

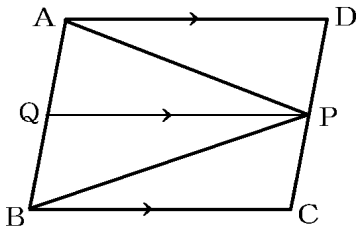
△ABP＝△ACP と 2 つの三角形の面積は等しくなる。

よって，△ABP＋△CDP＝△ACP＋△CDP＝△ACD



△ACD の面積は平行四辺形 ABCD の $\frac{1}{2}$ で，$40\times\frac{1}{2}=20$ (cm²)となる。

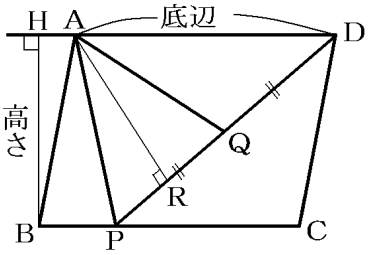
(2) 右図のように AD，BC に平行な線分 PQ をひく。



明らかに，4 つの三角形(△ADP，△PQA，△PQB，△CBP)はすべて面積が等しい。

よって，(△ADP の面積)＝40÷4＝10cm²

(3) 右図のように底辺と高さをとると，



(平行四辺形 ABCD の面積)＝(底辺 AD)×(高さ BH)

(△APD の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 AD)×(高さ BH)

よって，△APD の面積は平行四辺形 ABCD の面積の半分で，40÷2＝20(cm²)

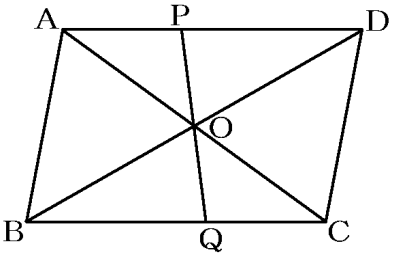
次に，△APQ と△ADQ について，

点 Q が線分 DP の中点であるので，(底辺 PQ)＝(底辺 DQ)

高さ AR は共通。よって，△APQ と△ADQ の面積は等しく，△APQ の面積は△APD の半分になる。ゆえに，(△APQ の面積)＝20÷2＝10(cm²)

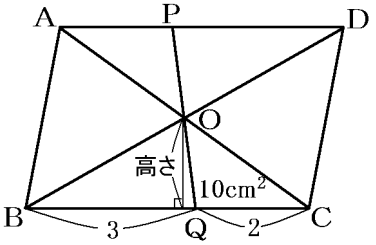
[問題](3 学期)(***)

平行四辺形 ABCD で対角線の交点 O を通る直線をひき，辺 AD，BC との交点をそれぞれ P，Q とする。BQ : QC ＝3 : 2，△OCQ=10cm² であるとき，△OAB の面積を求めよ。



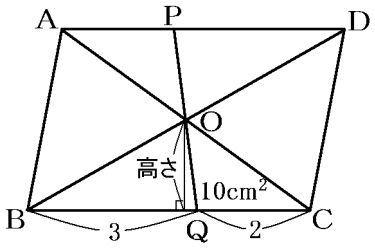
[解答欄]

[ヒント]



[解答]25(cm²)

[解説]



△OBQ と△OCQ で，底辺をそれぞれ BQ，CQ とすると高さは共通なので，2 つの三角形の面積比は底辺の長さの比になる。

よって，△OBQ：△OCQ＝BQ：CQ＝3：2

△OCQ=10cm² なので，

$\triangle OBQ = 10 \times \frac{3}{2} = 15(cm^2)$

よって，△OCB＝△OBQ＋△OCQ＝15＋10＝25(cm²)

ところで，平行四辺形の対角線は中点で交わるので，OA＝OC

△OAB と△OCB の底辺をそれぞれ OA，OC とすると，高さは共通で等しい。

高さと底辺の長さが等しいので，△OAB＝△OCB＝25(cm²)

【FdData 中間期末製品版のご案内】

詳細は，[FdData 中間期末ホームページ]に掲載（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆印刷・編集

この PDF ファイルは，FdData 中間期末を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 中間期末は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 中間期末の特徴

中間期末試験で成績を上げる秘訣は過去問を数多く解くことです。FdData 中間期末は，実際に全国の中学校で出題された試験問題をワープロデータ(Word 文書)にした過去問集です。各教科(社会・理科・数学)約 1800～2100 ページと豊富な問題を収録しているため，出題傾向の 90%以上を網羅しております。

FdData 中間期末を購入いただいたお客様からは,「市販の問題集とは比べものにならない質の高さですね。子どもが受けた今回の期末試験では，ほとんど同じような問題が出て今までにないような成績をとることができました。」,「製品の質の高さと豊富な問題量に感謝します。試験対策として，塾の生徒に FdData の膨大な問題を解かせたところ，成績が大幅に伸び過去最高の得点を取れました。」などの感想をいただいております。

◆サンプル版と製品版の違い

ホームページ上に掲載しておりますサンプルは，印刷はできませんが，製品の全内容を掲載しており，どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。しかし，FdData 中間期末がその本来の力を発揮するのは印刷ができる製品版においてです。印刷した問題を，鉛筆を使って一問一問解き進むことで，大きな学習効果を得ることができます。さらに，製品版は，すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」，編集に適した「問題解答一体形式」，暗記分野で効果を発揮する「一問一答形式」(理科と社会)の 3 形式を含んでいますので，目的に応じて活用することができます。

※FdData 中間期末の特徴(QandA 方式) ([Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ)

◆FdData 中間期末製品版(Word 版)の価格(消費税込み)

※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます

数学 1 年，数学 2 年，数学 3 年：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)

理科 1 年，理科 2 年，理科 3 年：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)

社会地理，社会歴史，社会公民：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)

※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は，メール(info2@fdtext.com)，または電話(092-811-0960)で承っております。

※注文→インストール→編集･印刷の流れ，※注文メール記入例　([Shift]＋左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail： info2@fdtext.com　Tel ：092-811-0960