

【FdData 中間期末：中学数学 2 年：四角形】

[\[平行四辺形の性質／計算問題／平行四辺形の性質：三角形の合同①／三角形の合同②／長さの証明／平行四辺形になる条件／平行四辺形になることの証明：4条件の1つ／三角形の合同を先に証明／ひし形・長方形・正方形：定義・性質／証明／面積が等しい三角形／等積変形／面積を求める／FdData 中間期末製品版のご案内\]](#)

[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#) 掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧

※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

数学：[\[数学 1 年\]](#)，[\[数学 2 年\]](#)，[\[数学 3 年\]](#) ((Shift)+左クリック)

理科：[\[理科 1 年\]](#)，[\[理科 2 年\]](#)，[\[理科 3 年\]](#) ((Shift)+左クリック)

社会：[\[社会地理\]](#)，[\[社会歴史\]](#)，[\[社会公民\]](#) ((Shift)+左クリック)

※全内容を掲載しておりますが、印刷はできないように設定しております

【】 平行四辺形の性質

[問題](3 学期)

次の各問いに答えよ。

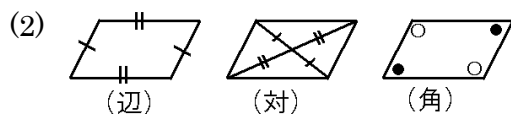
- (1) 平行四辺形の定義を書け。
- (2) 平行四辺形の性質を 3 つ書け。

[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]



[解答](1) 2 組の向かいあう辺が、それぞれ平行な四角形。(2) 2 組の向かいあう辺は、それぞれ等しい。2 組の向かいあう角は、それぞれ等しい。対角線は、それぞれ中点で交わる。

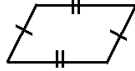
[解説]

[平行四辺形]

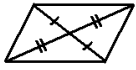
定義: 2組の向かいあう辺が, それぞれ平行な四角形

性質: 「辺対角」と覚えておく

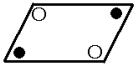
2組の向かいあう辺は, それぞれ等しい(辺)



対角線は, それぞれ中点で交わる(対)



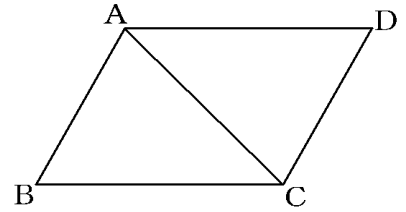
2組の向かいあう角は, それぞれ等しい(角)



[問題](3 学期)

右の図のように、 $AB \parallel DC$ ,  $AD \parallel BC$  の平行四辺形がある。

- (1) このとき、平行四辺形の 2 組の向かい合う辺の長さは等しいことを証明せよ。
- (2) (1)を使って、平行四辺形の対角線は中点で交わることを証明せよ。



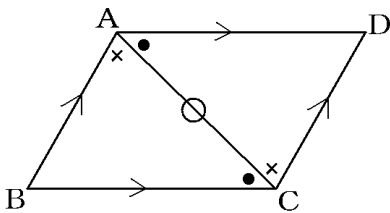
[解答欄]

(1)

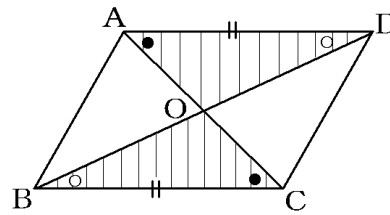
(2)

[ヒント]

(1)



(2)



[解答]

(1)

$\triangle ABC$  と  $\triangle CDA$  で、

仮定より  $AD \parallel BC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ACB = \angle CAD \cdots \textcircled{1}$$

仮定より  $AB \parallel DC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle BAC = \angle DCA \cdots \textcircled{2}$$

$AC$  は共通  $\cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$BC = DA, AB = CD$$

よって、平行四辺形の2組の向かい合う辺の長さは等しい。

(2)

対角線  $AC$  と  $BD$  の交点を  $O$  とする。

$\triangle AOD$  と  $\triangle COB$  で、

$AD \parallel BC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle OAD = \angle OCB \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ODA = \angle OBC \cdots \textcircled{2}$$

(1)より、平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので、

$$AD = CB \cdots \textcircled{3}$$

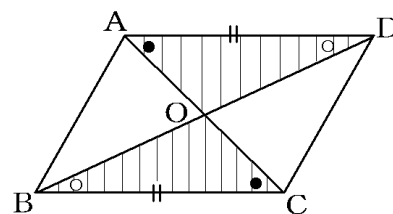
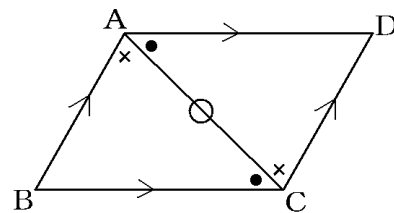
①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AOD \equiv \triangle COB$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AO = CO, DO = BO$$

よって、平行四辺形の対角線は中点で交わる。

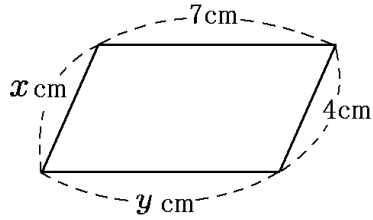


【】 計算問題

[基本]

[問題](後期期末)

次の四角形は平行四辺形である。  $x$ ,  $y$  の値を求めよ。

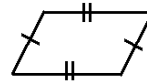


[解答欄]

$x =$	$y =$
-------	-------

[ヒント]

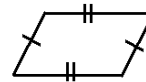
平行四辺形の向かいあう辺は、それぞれ等しい。



[解答]  $x = 4$   $y = 7$

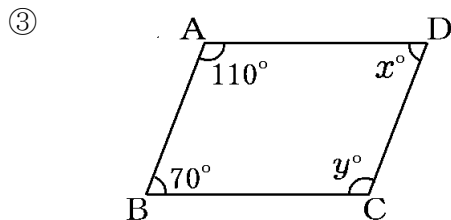
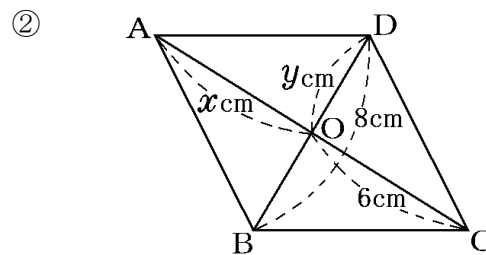
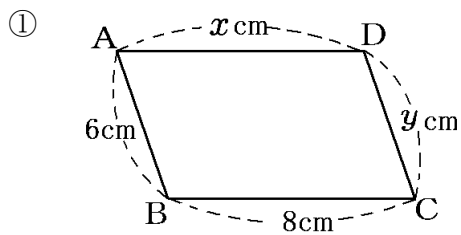
[解説]

平行四辺形の向かいあう辺は、それぞれ等しい。



[問題](3 学期)

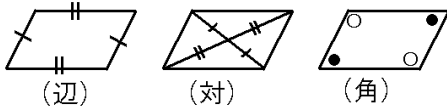
①～③の四角形 ABCD は平行四辺形である。それぞれ  $x$ ,  $y$  の値を求めよ。



[解答欄]

① $x =$	$y =$	② $x =$
$y =$	③ $x =$	$y =$

[ヒント]



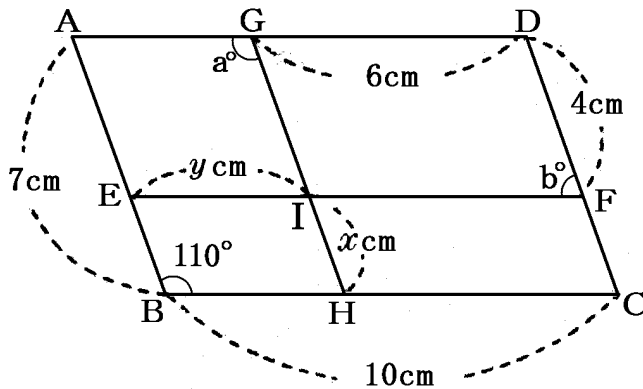
[解答]①  $x=8$   $y=6$  ②  $x=6$   $y=4$  ③  $x=70$   $y=110$

[解説]

- ① 平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、 $AD=BC$ ,  $AB=DC$
- ② 平行四辺形の対角線は、それぞれ中点で交わるので、 $OA=OC$ ,  $OD=BD \div 2$
- ③ 平行四辺形の向かいあう角は等しいので、 $\angle D=\angle B$ ,  $\angle A=\angle C$

[問題](3学期)

次の図の平行四辺形  $ABCD$  で、 $AD \parallel EF$ ,  $AB \parallel GH$  である。このとき、 $x$ ,  $y$  の長さ、 $a$ ,  $b$  の角の大きさをそれぞれ求めよ。



[解答欄]

$x =$	$y =$	$a =$
$b =$		

[解答]  $x=3\text{cm}$   $y=4\text{cm}$   $a=110^\circ$   $b=70^\circ$

[解説]

四角形  $ABHG$  は仮定より向かい合う 2 組の辺が平行なので平行四辺形である。

平行四辺形の向かい合う角は等しいので、 $a=110^\circ$

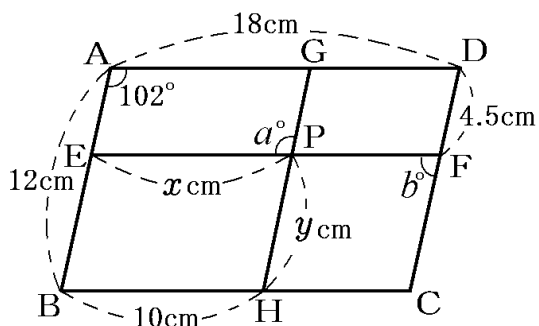
同様にして、四角形  $GDFI$  も平行四辺形で、 $b=\angle DGI=180^\circ - a=180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

また、平行四辺形の向かい合う辺は等しいので、

$$x=CF=7-4=3\text{cm}, \quad y=AG=10-6=4\text{cm}$$

[問題](後期期末)

次の図の平行四辺形 ABCD で、 $AB \parallel GH$ 、 $AD \parallel EF$  である。このとき、 $x$ 、 $y$  の値、角  $a$ 、 $b$  の大きさをそれぞれ求めよ。



[解答欄]

$x =$	$y =$	$a =$
$b =$		

[解答]  $x = 10$   $y = 7.5$   $a = 102$   $b = 78$

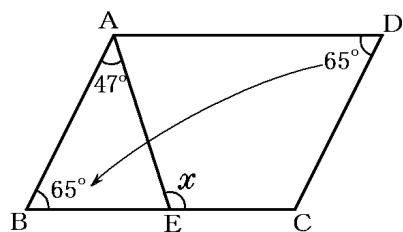
[三角形+平行四辺形]

[問題](3 学期)

右の図において、四角形 ABCD は平行四辺形である。  
 $\angle x$  の大きさを求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

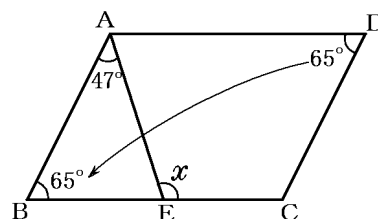
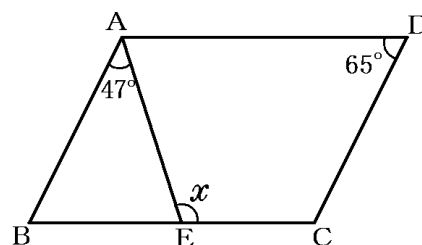


[解答]  $112^\circ$

[解説]

平行四辺形の向かいあう角は等しいので  $\angle B = \angle D = 65^\circ$   
 $\triangle ABE$  で、三角形の外角は、そのとなりにない 2 つの内角の和に等しいので、

$$x = \angle BAE + \angle ABE = 47^\circ + 65^\circ = 112^\circ$$



[問題]

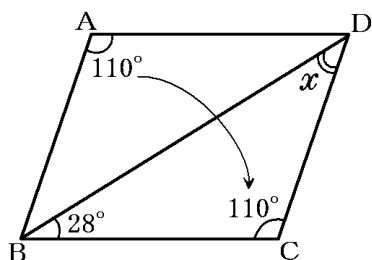
右の図で、四角形 ABCD は平行四辺形である。

$x$  の値を求めよ。

(岐阜県)

[解答欄]

[ヒント]



[解答] 42°

[解説]

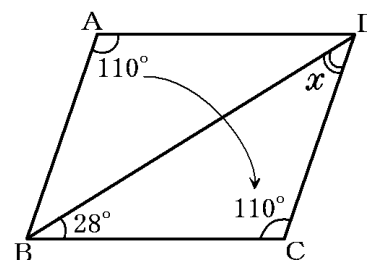
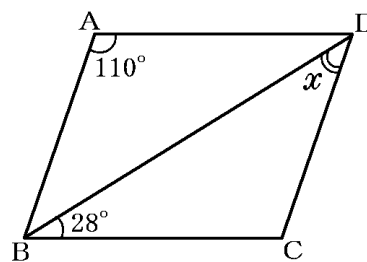
平行四辺形の向かいあう角は等しいので、

$$\angle BCD = \angle BAD = 110^\circ$$

三角形の内角の和は 180° なので、

$$x + 28^\circ + \angle BCD = 180^\circ, \quad x + 28^\circ + 110^\circ = 180^\circ,$$

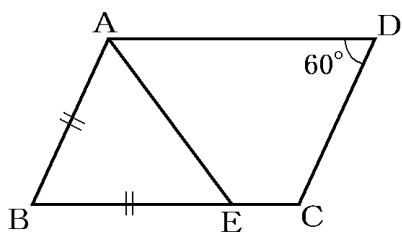
$$x = 180^\circ - 28^\circ - 110^\circ = 42^\circ$$



[平行四辺形+二等辺三角形]

[問題](3 学期)

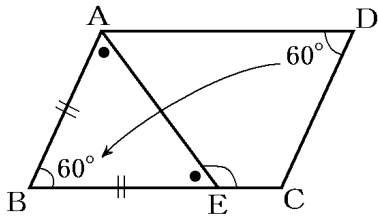
次の平行四辺形 ABCD で、 $AB=BE$  である。このとき、 $\angle AEC$  の大きさを求めよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $120^\circ$

[解説]

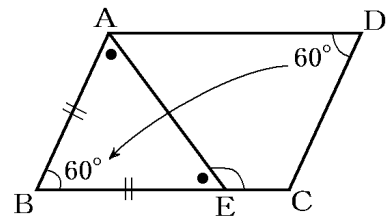
平行四辺形の向かいあう角は等しいので、

$$\angle ABE = \angle ADC = 60^\circ$$

$\triangle BAE$  は二等辺三角形なので、

$$\angle BEA = \angle BAE = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$$

$$\angle AEC = 180^\circ - \angle BEA = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

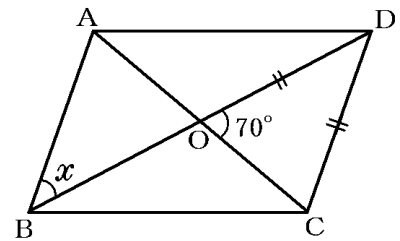


[問題](入試問題)

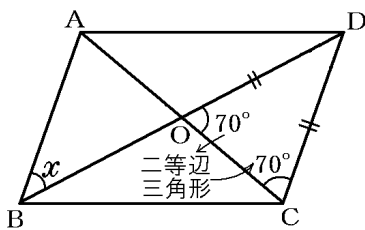
右の図は、平行四辺形 ABCD で、対角線 AC と対角線 BD の交点を O とする。DO = DC のとき、 $\angle x$  の大きさを求めよ。

(鳥取県)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]  $40^\circ$

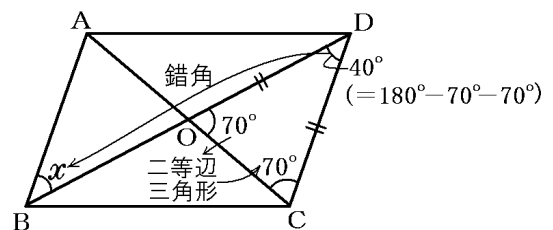
[解説]

二等辺三角形 DOC で、 $\angle DCO = \angle DOC = 70^\circ$

$$\angle ODC = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$$

$AB \parallel DC$  で平行線の錯角は等しいので、

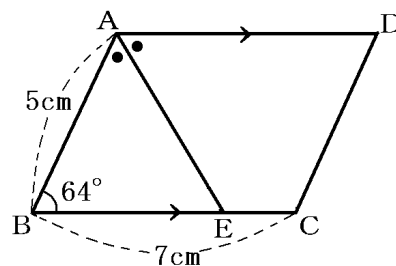
$$x = \angle ODC = 40^\circ$$



[角の二等分線]

[問題](3学期)

右の図の平行四辺形  $ABCD$  で、点  $E$  は  $\angle BAD$  の二等分線と辺  $BC$  との交点である。 $\angle ABE = 64^\circ$  ,  $AB = 5\text{cm}$  ,  $BC = 7\text{cm}$  のとき、次の各問いに答えよ。



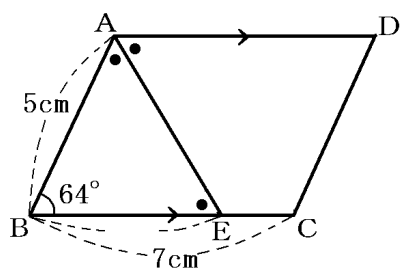
(1)  $\angle AEB$  の大きさを求めよ。

(2) 線分  $EC$  の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



[解答](1)  $58^\circ$  (2)  $2\text{cm}$

[解説]

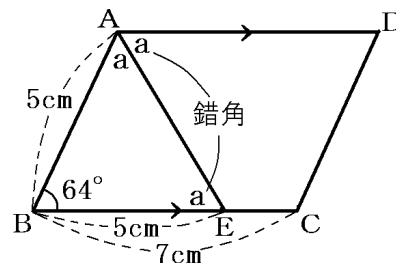
(1) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って、図のように  $a$  の角をとる。

$\triangle ABE$  で「三角形の内角の和は  $180^\circ$  」なので、

$$a + a + 64^\circ = 180^\circ, \quad 2a = 116^\circ \quad \text{ゆえに } a = 58^\circ$$

(2) 「2角が等しい三角形は二等辺三角形である」ので、

$\triangle BAE$  は二等辺三角形で  $BA = BE = 5\text{cm}$  ゆえに、 $EC = BC - BE = 7 - 5 = 2\text{cm}$



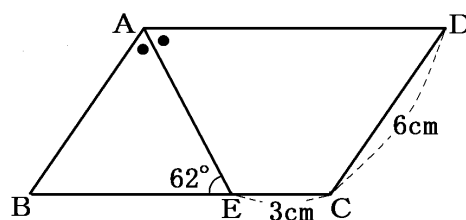
[問題](3学期)

右の図の平行四辺形  $ABCD$  で、 $\angle BAD$  の二等分線と辺  $BC$  の交点を  $E$  とするとき、次の各問いに答えよ。

(1)  $\triangle ABE$  はどんな三角形か。

(2)  $\angle ADC$  の大きさを求めよ。

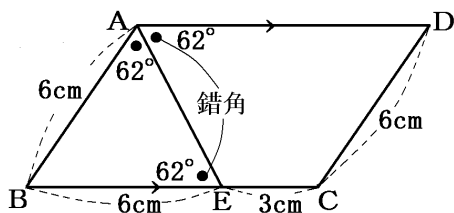
(3)  $AD$  の長さを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]



[解答](1) 二等辺三角形 (2)  $56^\circ$  (3) 9cm

[解説]

(1) 「平行線では錯角は等しい」性質を使って、図のように  $62^\circ$  の角を移す。

「2角が等しい三角形は二等辺三角形である」ので、 $\triangle ABE$  は二等辺三角形になる。

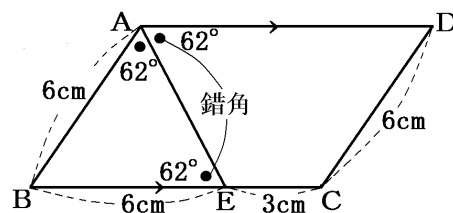
(2)  $\triangle ABE$  で、「三角形の内角の和は  $180^\circ$ 」なので、 $\angle B + 62^\circ + 62^\circ = 180^\circ$  ,  $\angle B = 56^\circ$

「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ので、 $\angle D = \angle B$  ゆえに  $\angle D = 56^\circ$

(3) 「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので、 $AB = CD = 6\text{cm}$

$\triangle ABE$  は二等辺三角形なので、 $AB = BE$  ゆえに  $BE = 6\text{cm}$   $BC = BE + EC = 6 + 3 = 9\text{cm}$

「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ので、 $AD = BC = 9\text{cm}$

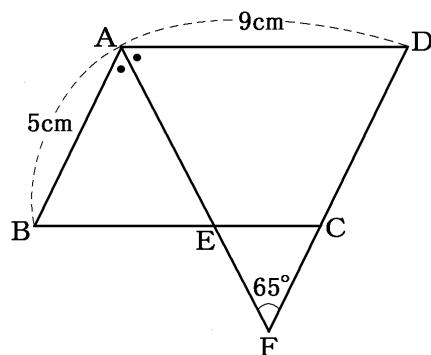


[問題](3学期)

平行四辺形 ABCD の  $\angle A$  の二等分線が辺 BC と交わる点を E, 辺 DC の延長と交わる点を F とする。 $\angle F = 65^\circ$  ,  $AB = 5\text{cm}$  ,  $AD = 9\text{cm}$  である。次の各問いに答えよ。

(1)  $\angle B$  ,  $\angle AEC$  の大きさを求めよ。

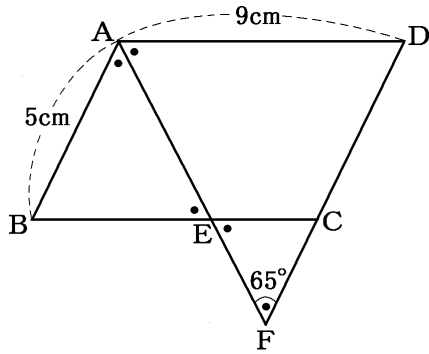
(2) CF の長さを求めよ。



[解答欄]

(1) $\angle B =$	$\angle AEC =$	(2)
------------------	----------------	-----

[ヒント]



[解答](1)  $\angle B = 50^\circ$      $\angle AEC = 115^\circ$     (2) 4cm

[解説]

(1) 仮定より  $\angle CFE = 65^\circ$  で、平行線の錯角は等しいので、 $\angle BAE = \angle CFE$

よって  $\angle BAE = 65^\circ$

また、仮定より  $\angle DAE = \angle BAE$  なので、

$\angle DAE = 65^\circ$

よって、 $\angle BAD = \angle BAE + \angle DAE$

$= 65^\circ + 65^\circ = 130^\circ$

平行線の錯角は等しいので、 $\angle GBA = \angle BAD$  よって

$\angle GBA = 130^\circ$  ゆえに、 $\angle B = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

次に  $\angle AEC$  について、平行線の錯角は等しいので、 $\angle BEA = \angle DAE$  よって  $\angle BEA = 65^\circ$

$\angle AEC = 180^\circ - \angle BEA = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

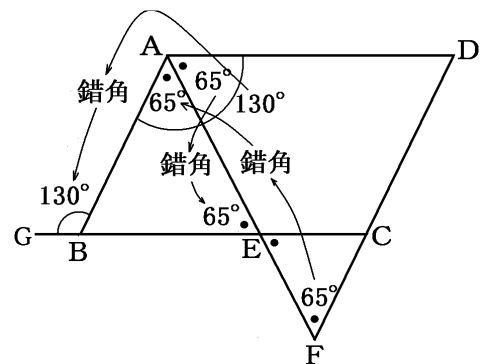
(2) (1)より  $\angle BAE = \angle BEA$  なので、 $\triangle BAE$  は二等辺三角形で、 $BA = BE$

$BA = 5\text{cm}$  なので、 $BE = 5\text{cm}$  また、 $BC = AD = 9\text{cm}$

よって、 $CE = BC - BE = 9 - 5 = 4(\text{cm})$

対頂角は等しいので、 $\angle CEF = \angle AEB = 65^\circ$

よって、 $\angle CEF = \angle CFE$  なので、 $\triangle CEF$  は二等辺三角形で  $CF = CE$  ゆえに、 $CF = 4\text{cm}$

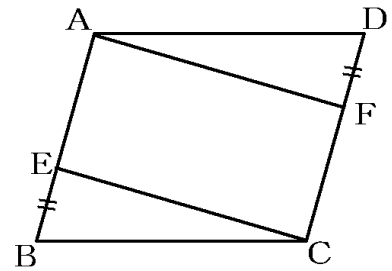


【】 平行四辺形の性質を使った証明

【】 三角形の合同①

[問題](後期期末)

平行四辺形 ABCD の辺 DC, AB 上に,  $DF=BE$  となる点 F, E をそれぞれとる。このとき,  $AF=CE$  であることを証明したい。( ) にあてはまるものを入れよ。



(証明)

(ア) と  $\triangle CEB$  で,

仮定より, (イ)  $\dots$ ①

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので, (ウ)  $\dots$ ②

平行四辺形の向かいあう角は等しいので, (エ)  $\dots$ ③

①, ②, ③ から, (オ) ので, (カ)

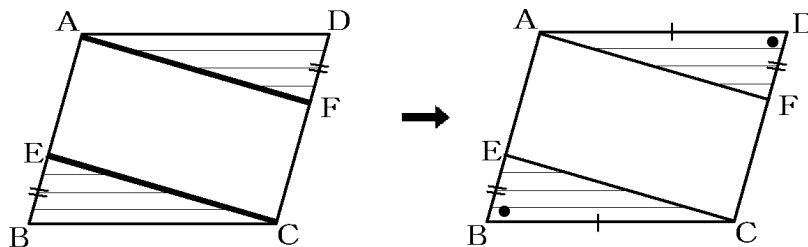
合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$AF=CE$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

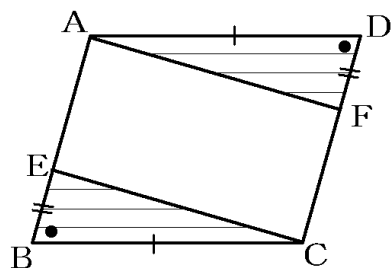
[ヒント]



[解答]ア  $\triangle AFD$  イ  $DF=BE$  ウ  $AD=CB$  エ  $\angle ADF=\angle CBE$

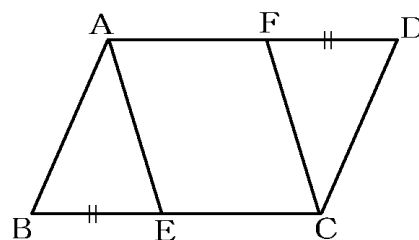
オ 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しい カ  $\triangle AFD \equiv \triangle CEB$

[解説]

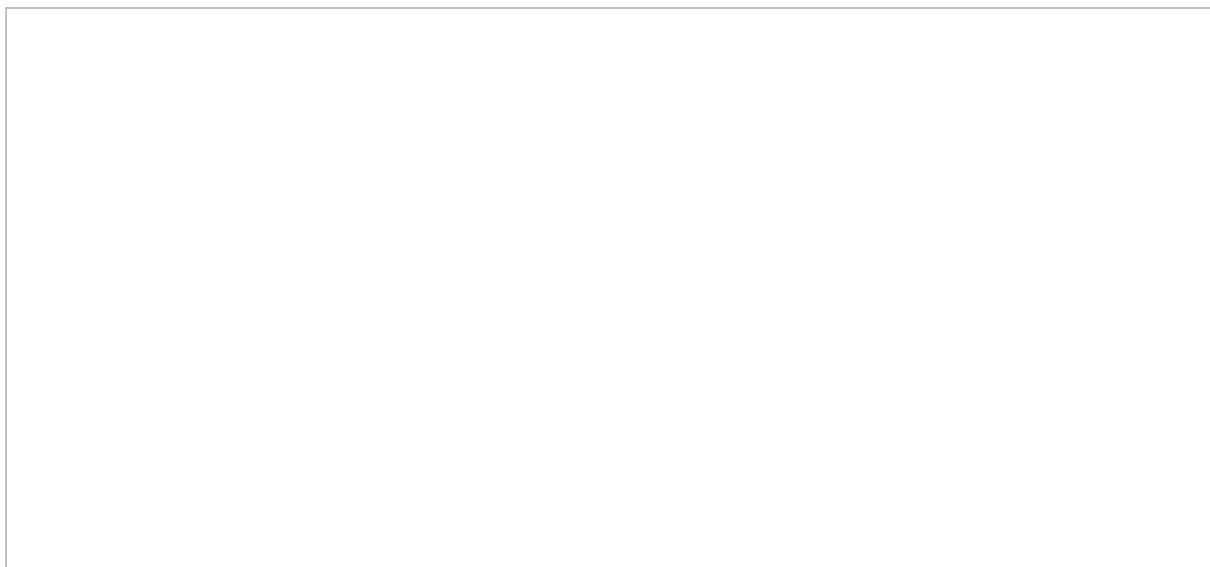


[問題](3学期)

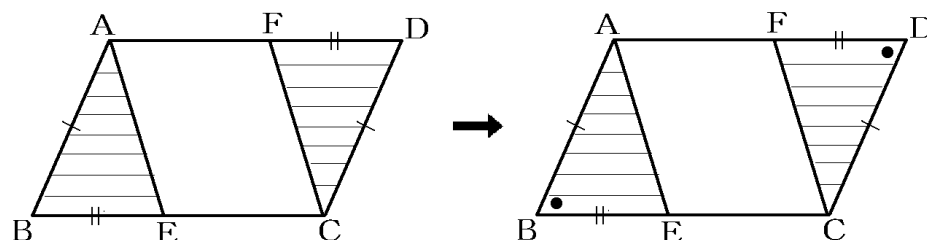
右の図の平行四辺形  $ABCD$  に、 $BE=DF$  となるような点  $E$ 、点  $F$  をとるとき、 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$  となることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  で、

仮定より、 $BE=DF$  ……①

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、

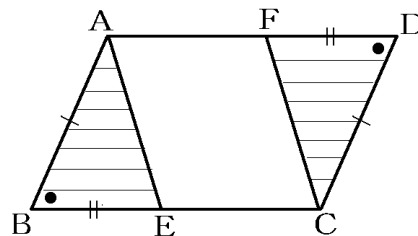
$AB=CD$  ……②

平行四辺形の向かいあう角は等しいので、

$\angle ABE = \angle CDF$  ……③

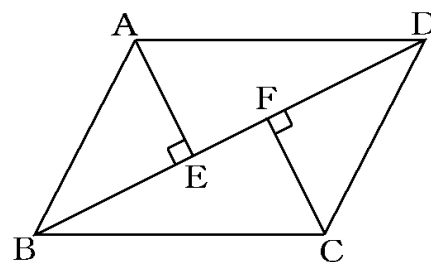
①、②、③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$



[問題](1学期中間)

平行四辺形 ABCD の A, C から対角線 BD にひいた垂線と BD との交点をそれぞれ E, F とする。このとき、 $AE=CF$  となることを次のように証明した。ア～ウにあてはまるものを書け。



(証明)

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  で、

仮定より、

$$\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ \dots \text{①}$$

平行四辺形の向かい合う辺は等しいので、

$$AB = CD \dots \text{②}$$

また、 $AB \parallel DC$  で、平行線の(ア)は等しいので、

$$\angle ABE = \angle CDF \dots \text{③}$$

①, ②, ③から、直角三角形の(イ)が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \cong \triangle CDF$$

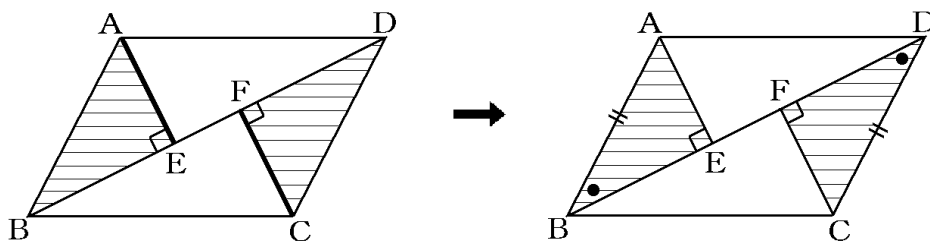
合同な図形では、(ウ)は等しいので、

$$AE = CF$$

[解答欄]

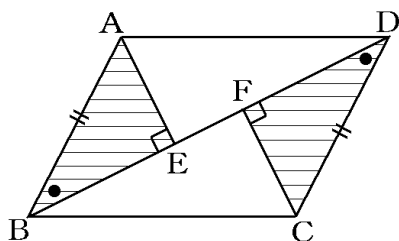
ア	イ	ウ
---	---	---

[ヒント]



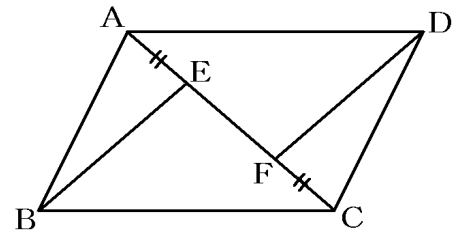
[解答]ア 錯角 イ 斜辺と1つの鋭角 ウ 対応する辺の長さ

[解説]



[問題](2学期期末)

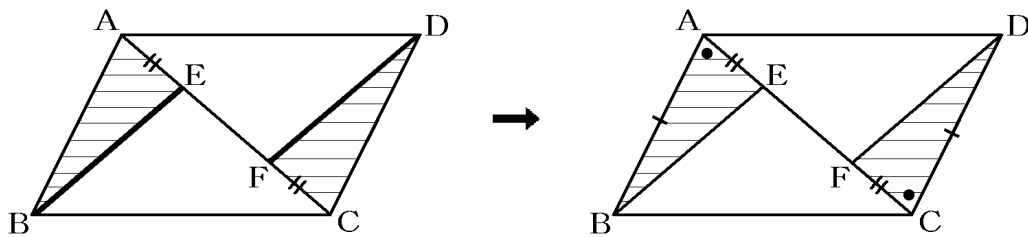
右の図は、平行四辺形  $ABCD$  の対角線  $AC$  上に  $AE=CF$  となる点  $E$ 、点  $F$  をとり、 $B$  と  $E$ 、 $D$  と  $F$  を結んだものである。このとき、 $BE=DF$  であることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  で、

仮定より、

$$AE = CF \dots \textcircled{1}$$

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので、

$$AB = CD \dots \textcircled{2}$$

$AB \parallel CD$  で、平行線の錯角は等しいので、

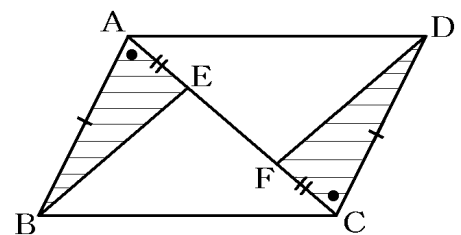
$$\angle BAE = \angle DCF \dots \textcircled{3}$$

①、②、③から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \cong \triangle CDF$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

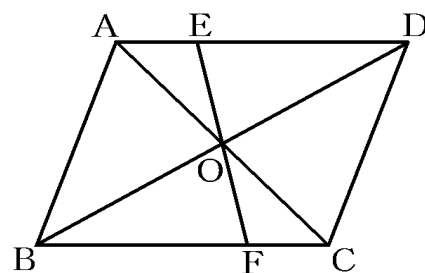
$$BE = DF$$





[問題](2 学期期末)

次の図のように, 平行四辺形  $ABCD$  の対角線の交点を  $O$  とし,  $O$  を通る直線が  $AD$ ,  $BC$  と交わる点を  $E$ ,  $F$  とする。このとき,  $OE=OF$  となることを証明した。ア～オにあてはまるものを書け。



(証明)

$\triangle AEO$  と  $\triangle$ (ア) で,

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので,

$$AO = (\text{イ}) \cdots \text{①}$$

平行線の錯角は等しいので,

$$\angle EAO = \angle (\text{ウ}) \cdots \text{②}$$

対頂角は等しいので,

$$\angle AOE = \angle (\text{エ}) \cdots \text{③}$$

①, ②, ③から, (オ) が, それぞれ等しいので,

$$\triangle AEO \cong \triangle (\text{ア})$$

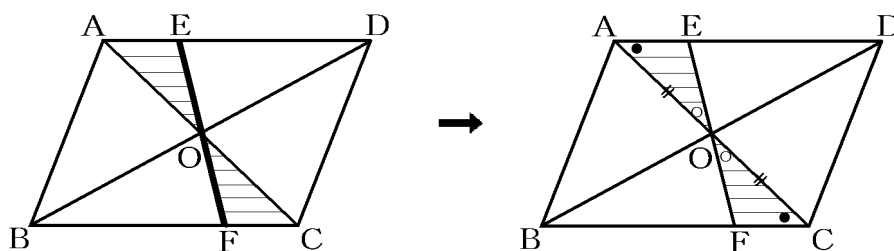
合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$OE = OF$$

[解答欄]

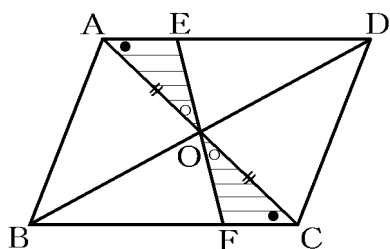
ア	イ	ウ
エ	オ	

[ヒント]



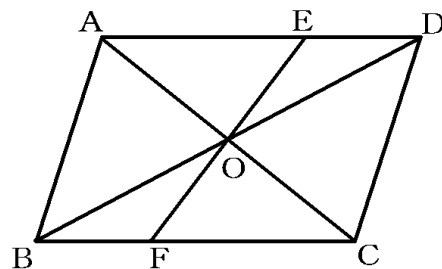
[解答] ア CFO イ CO ウ FCO エ COF オ 1組の辺とその両端の角

[解説]

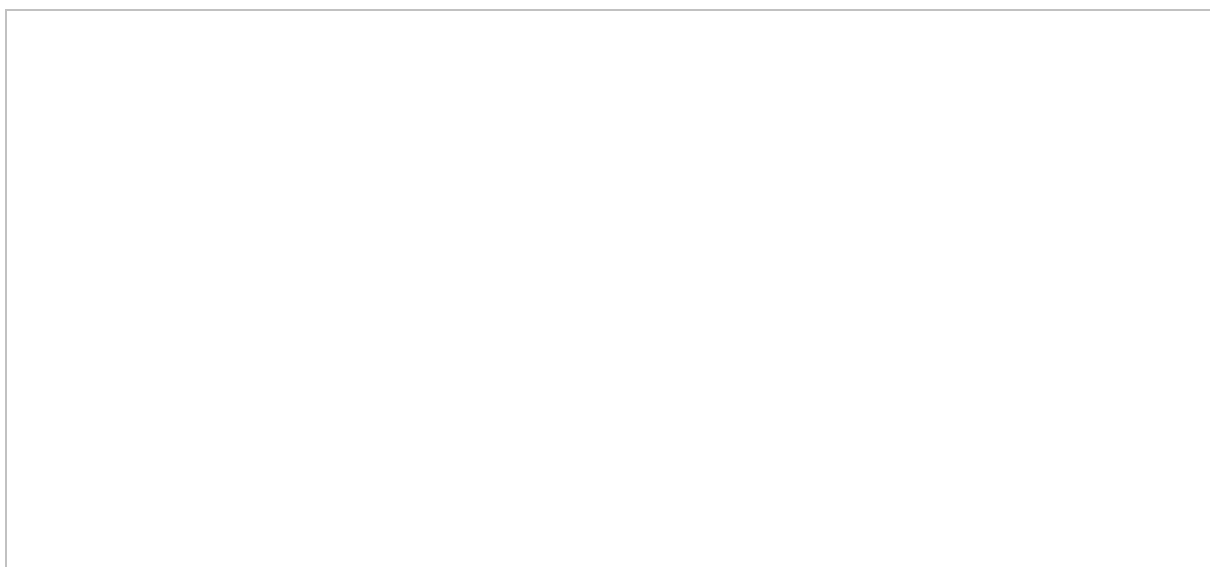


[問題](3学期)

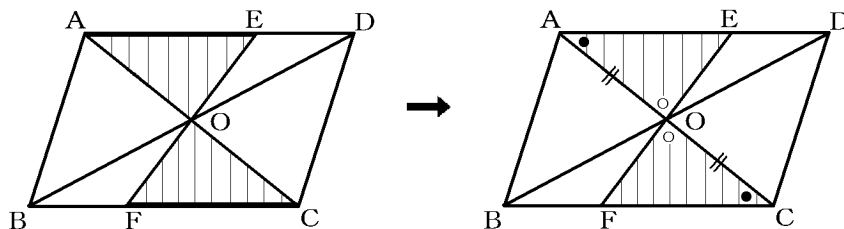
右の図の平行四辺形  $ABCD$  で、 $O$  は対角線の交点である。点  $O$  を通る直線と辺  $AD$ 、辺  $BC$  との交点をそれぞれ  $E$ 、 $F$  とする。このとき、 $AE=CF$  となることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle AEO$  と  $\triangle CFO$  で、  
 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので、

$$AO=CO \cdots \textcircled{1}$$

$AD \parallel BC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle EAO = \angle FCO \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、

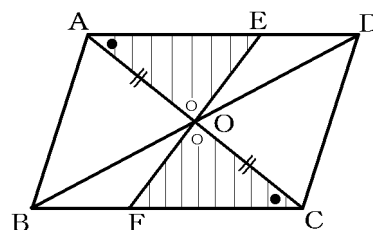
$$\angle AOE = \angle COF \cdots \textcircled{3}$$

①、②、③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AEO \cong \triangle CFO$$

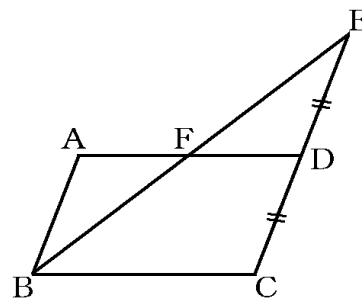
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$AE=CF$$

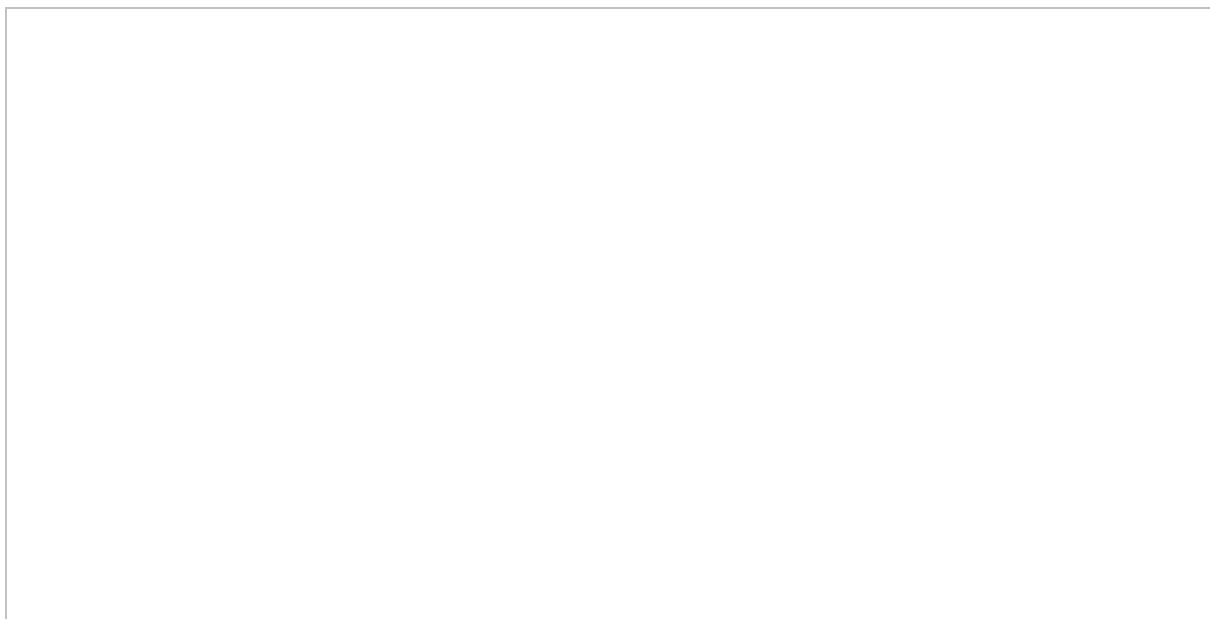


[問題](後期期末)

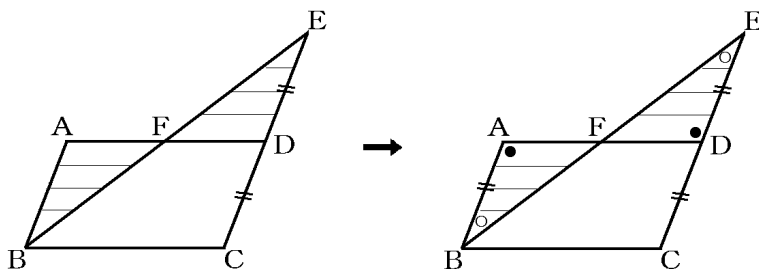
右の図のように、平行四辺形 ABCD の辺 CD の延長上に  $CD=DE$  となる点 E をとり、線分 BE と辺 AD との交点を F とする。このとき、 $\triangle ABF \equiv \triangle DEF$  であることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABF$  と  $\triangle DEF$  で、

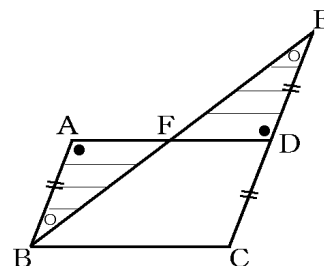
$AB \parallel CE$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ABF = \angle DEF \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BAF = \angle EDF \cdots \textcircled{2}$$

平行四辺形 ABCD で、向かいあう辺は等しいので、

$$AB = CD \cdots \textcircled{3}$$



仮定より,

$$CD=DE \cdots ④$$

③, ④より,

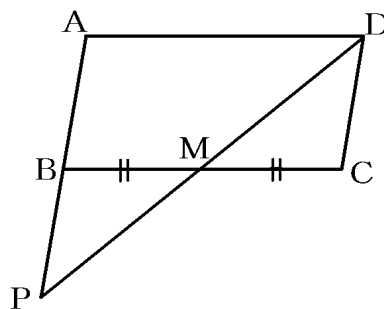
$$AB=DE \cdots ⑤$$

①, ②, ⑤から, 1組の辺とその両端の角が, それぞれ等しいので,

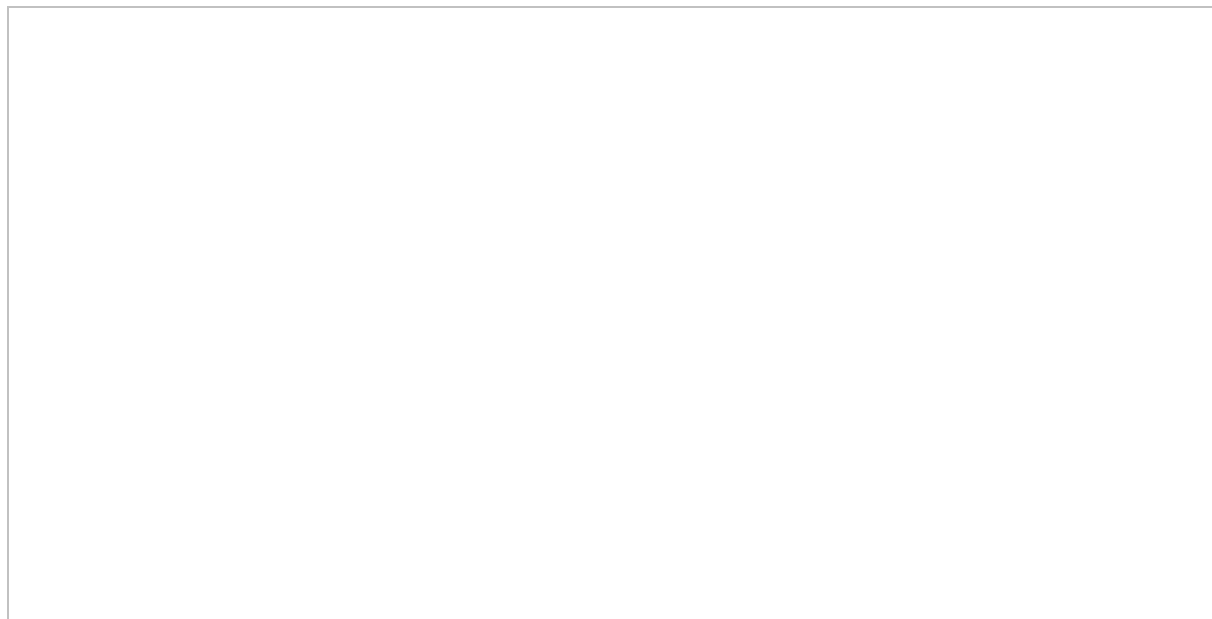
$$\triangle ABF \equiv \triangle DEF$$

[問題](1学期期末)

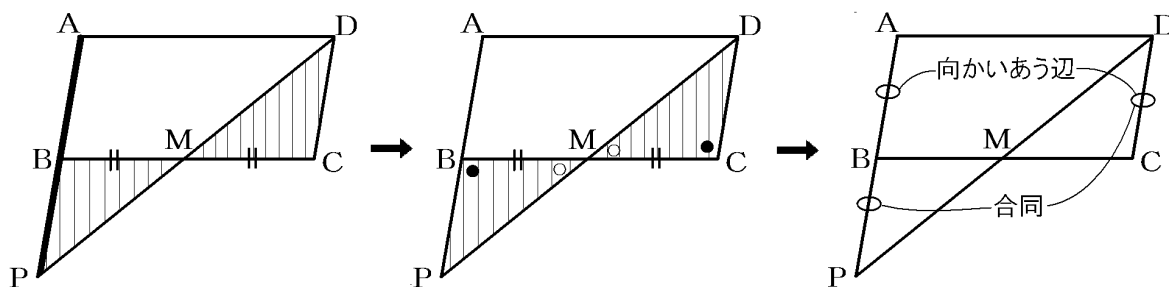
右の図の平行四辺形  $ABCD$  で, 辺  $BC$  の中点を  $M$  とし,  $DM$  の延長と  $AB$  の延長との交点を  $P$  とすれば,  $AB=BP$  となることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle BPM$  と  $\triangle CDM$  で、

仮定より、

$$BM = CM \cdots \textcircled{1}$$

$AP \parallel DC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle PBM = \angle DCM \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle BMP = \angle CMD \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、 $\triangle BPM \equiv \triangle CDM$

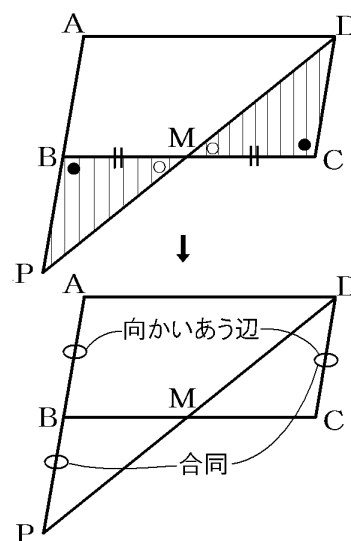
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$BP = CD \cdots \textcircled{4}$$

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので、

$$CD = AB \cdots \textcircled{5}$$

④, ⑤より、 $AB = BP$



[問題](後期期末)

右の図のように、平行四辺形  $ABCD$  の  $\angle B$  の二等分線と辺  $AD$  との交点を  $E$ 、 $\angle D$  の二等分線と辺  $BC$  との交点を  $F$  とする。このとき、 $BE = DF$  であることを次のように証明した。( ) をうめて証明を完成させよ。

(証明)

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  で、

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、 $AB = ( \text{ア} ) \cdots \textcircled{1}$

平行四辺形の向かいあう角は等しいので、 $\angle A = ( \text{イ} ) \cdots \textcircled{2}$

仮定から、

$$\angle ABE = \angle CBE \cdots \textcircled{3}$$

$$\angle CDF = ( \text{ウ} ) \cdots \textcircled{4}$$

平行四辺形の向かいあう角は等しいので、 $\angle ABC = \angle CDA \cdots \textcircled{5}$

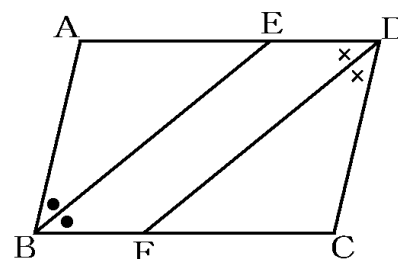
③, ④, ⑤から、 $\angle ABE = ( \text{エ} ) \cdots \textcircled{6}$

①, ②, ⑥から、( オ ) が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

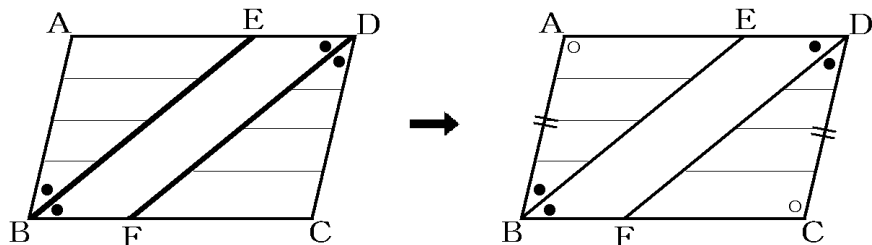
$$BE = DF$$



[解答欄]

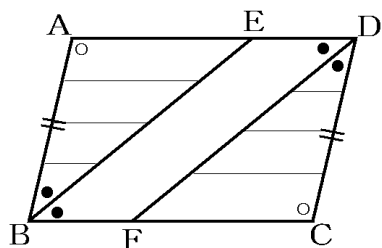
ア	イ	ウ
エ	オ	

[ヒント]



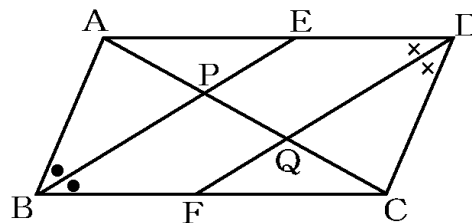
[解答]ア CD イ  $\angle C$  ウ  $\angle ADF$  エ  $\angle CDF$  オ 1組の辺とその両端の角

[解説]



[問題](入試問題)

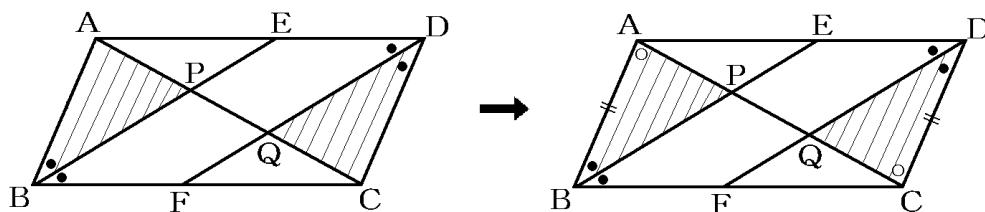
右の図のように、平行四辺形 ABCD がある。 $\angle B$  の二等分線と辺 AD の交点を E,  $\angle D$  の二等分線と辺 BC の交点を F とする。また、対角線 AC と線分 BE, DF の交点をそれぞれ P, Q とする。このとき、 $AD > AB$  として、 $\triangle ABP \cong \triangle CDQ$  であることを証明せよ。



(高知県)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle ABP$  と  $\triangle CDQ$  で、

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので、

$$AB = CD \cdots \textcircled{1}$$

$AB \parallel CD$  で平行線の錯角は等しいので、

$$\angle BAP = \angle DCQ \cdots \textcircled{2}$$

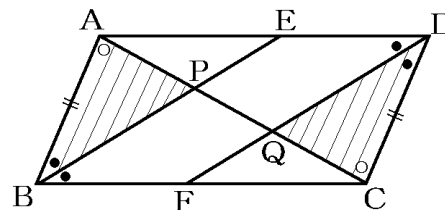
仮定より、 $\angle ABP = \frac{1}{2} \angle ABC$ ,  $\angle CDQ = \frac{1}{2} \angle CDA$

平行四辺形の向かいあう角は等しいので、 $\angle ABC = \angle CDA$

よって、 $\angle ABP = \angle CDQ \cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

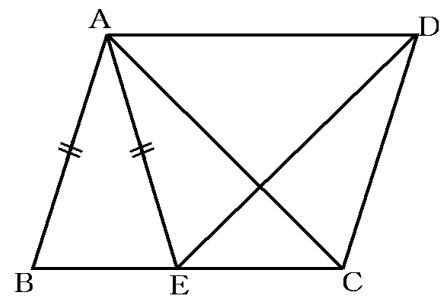
$$\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$$



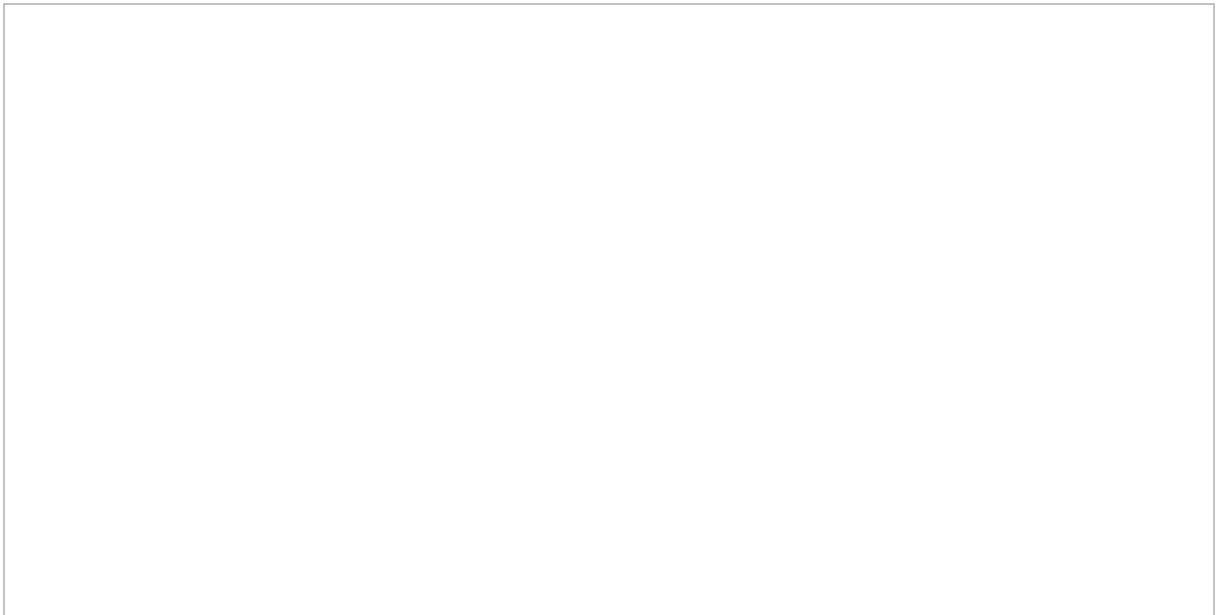
【】 三角形の合同②

[問題](後期期末)

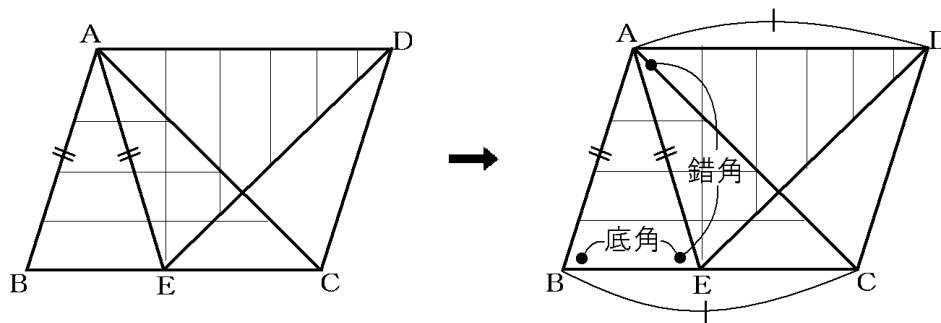
右図のように、平行四辺形  $ABCD$  があり、点  $E$  は辺  $BC$  上の点で、 $AB=AE$  である。このとき、 $\triangle ABC \equiv \triangle EAD$  となることを証明せよ。



[解答欄]

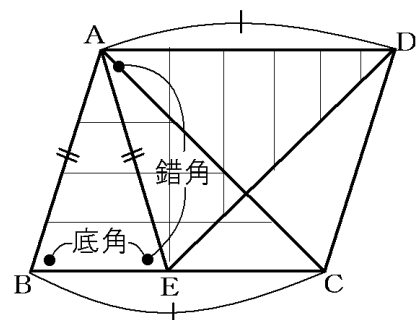


[ヒント]



[解答]

$\triangle ABC$  と  $\triangle EAD$  で、  
 四角形  $ABCD$  は平行四辺形なので、  
 $BC=AD$  …①  
 仮定より、 $AB=EA$  …②  
 ②より、 $\triangle ABE$  は二等辺三角形なので、  
 $\angle ABC = \angle AEB$  …③





AD // BC で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle AEB = \angle EAD \cdots \textcircled{4}$$

③, ④より、

$$\angle ABC = \angle EAD \cdots \textcircled{5}$$

①, ②, ⑤から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle EAD$$

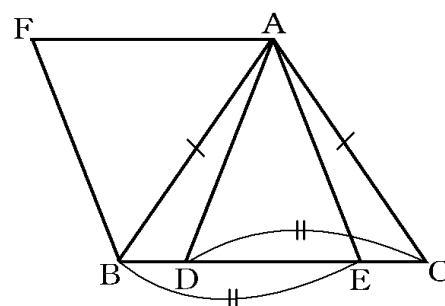
[問題](入試問題)

右の図のように、 $AB=AC$  の二等辺三角形  $ABC$  の辺  $BC$  上に、2点  $D, E$  があり、 $BE=CD$  である。

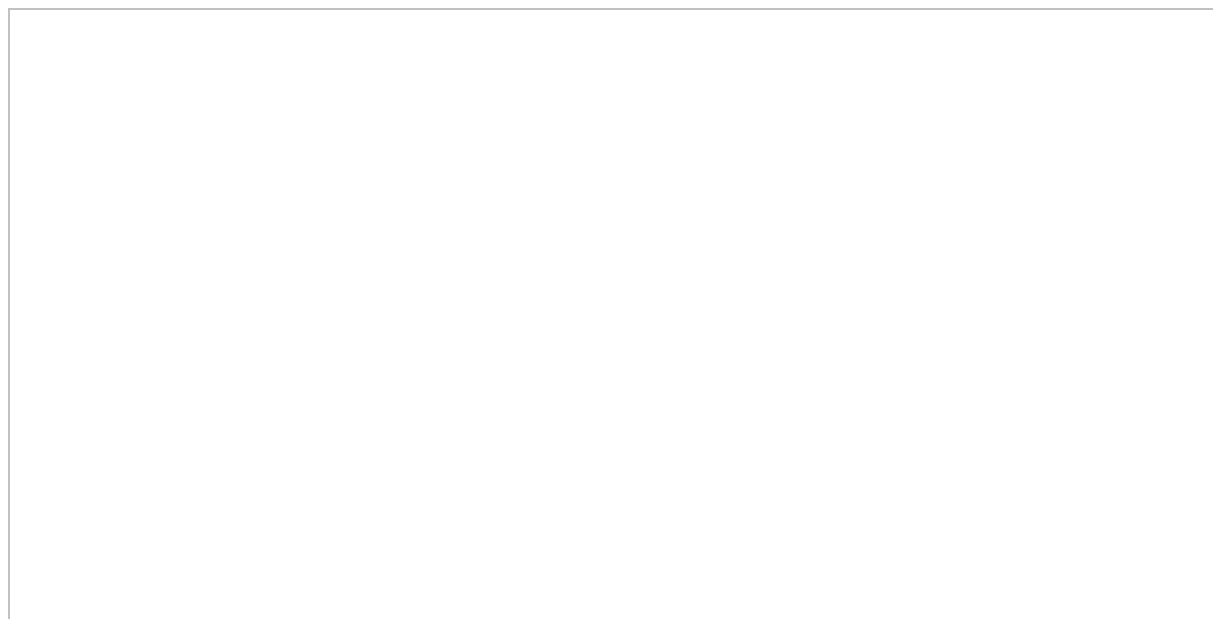
また、四角形  $AFBE$  は、平行四辺形である。このとき、

$\triangle AFB \equiv \triangle CDA$  であることを証明せよ。

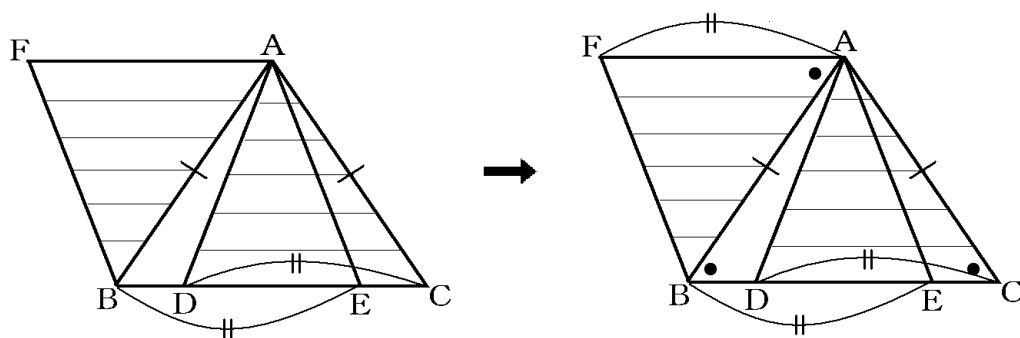
(山口県)



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle AFB$  と  $\triangle CDA$  で、

四角形  $AFBE$  は、平行四辺形であるので、

$$AF=BE \dots ①$$

仮定より、 $BE=CD \dots ②$

①、②より、 $AF=CD \dots ③$

仮定より、 $\triangle ABC$  は  $AB=AC$  の二等辺三角形なので、

$$AB=CA \dots ④$$

$$\angle ACD = \angle ABE \dots ⑤$$

$FA \parallel BE$  で平行線の錯角は等しいので、

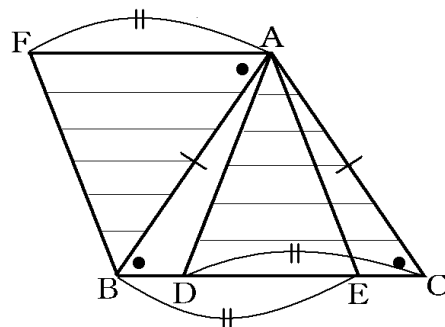
$$\angle ABE = \angle BAF \dots ⑥$$

⑤、⑥より、

$$\angle BAF = \angle ACD \dots ⑦$$

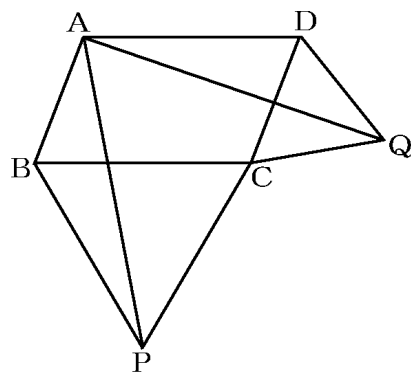
③、④、⑦から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AFB \equiv \triangle CDA$$



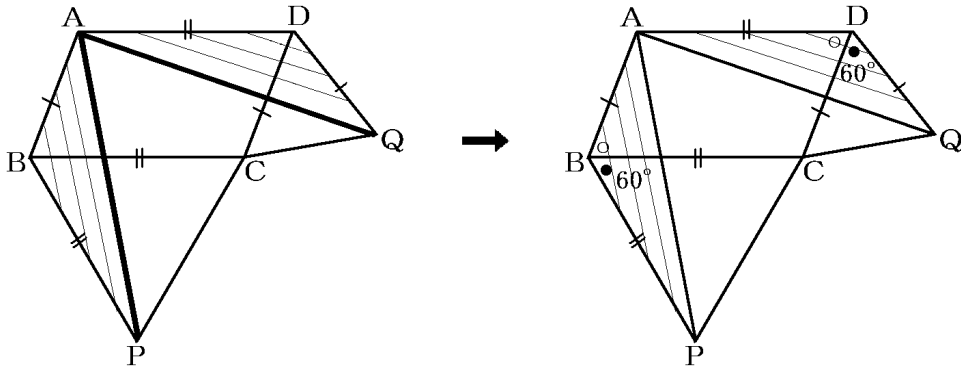
[問題](後期期末)

右の図で、四角形  $ABCD$  は平行四辺形、 $\triangle BPC$ 、 $\triangle CQD$  は正三角形である。このとき、 $AP=AQ$  であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle ABP$  と  $\triangle QDA$  で、

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、 $AD=BC \cdots ①$

$\triangle BCP$  は正三角形なので、 $BC=PB \cdots ②$

①, ②より、 $PB=AD \cdots ③$

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、 $AB=DC \cdots ④$

$\triangle CDQ$  は正三角形なので、 $DC=QD \cdots ⑤$

④, ⑤より、 $AB=QD \cdots ⑥$

$\triangle BCP, \triangle CDQ$  は正三角形なので、 $\angle PBC = \angle QDC = 60^\circ$

よって、 $\angle ABP = \angle ABC + \angle PBC = \angle ABC + 60^\circ \cdots ⑦$

$\angle QDA = \angle ADC + \angle QDC = \angle ADC + 60^\circ \cdots ⑧$

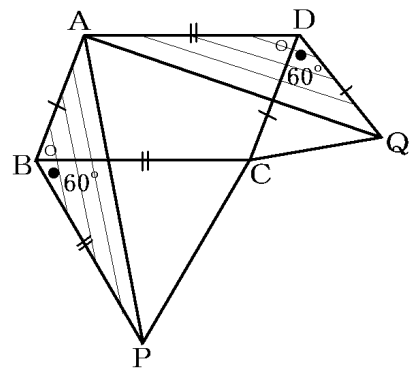
平行四辺形の向かいあう角は等しいので、

$\angle ABC = \angle ADC \cdots ⑨$

⑦, ⑧, ⑨より、 $\angle ABP = \angle QDA \cdots ⑩$

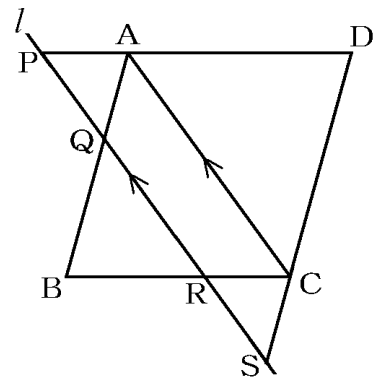
③, ⑥, ⑩から、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABP \equiv \triangle QDA$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、 $AP=AQ$

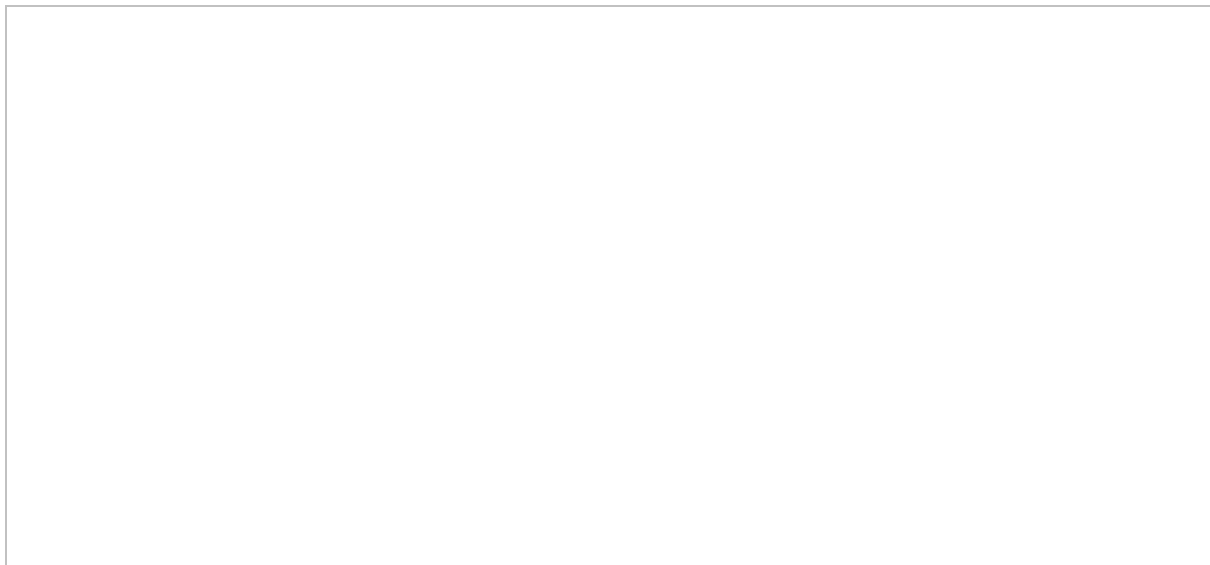


[問題](後期期末)

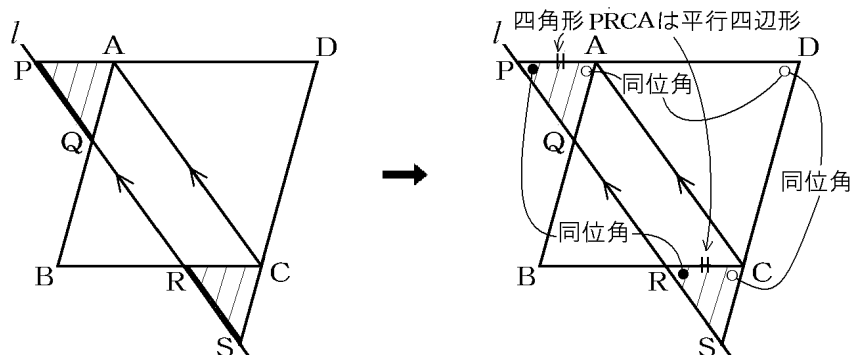
右図のように平行四辺形  $ABCD$  で、対角線  $AC$  に平行な直線  $l$  と4辺またはその延長との交点をそれぞれ  $P, Q, R, S$  とする。このとき、 $PQ=RS$  であることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle APQ$  と  $\triangle CRS$  で,

仮定より,  $PD \parallel BC$ ,  $AC \parallel PR$  なので, 四角形  $ACRP$  は平行四辺形になる。

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので,

$$AP = CR \dots \textcircled{1}$$

$PD \parallel BC$  で, 平行線の同位角は等しいので,

$$\angle APQ = \angle CRS \dots \textcircled{2}$$

$AD \parallel BC$ ,  $AB \parallel DC$  で, 平行線の同位角は等しいので,

$$\angle PAQ = \angle ADC \dots \textcircled{3}$$

$$\angle RCS = \angle ADC \dots \textcircled{4}$$

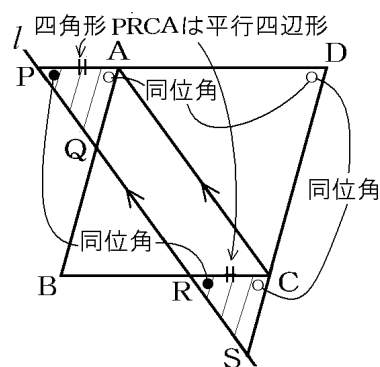
$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ より, } \angle PAQ = \angle RCS \dots \textcircled{5}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{5}$  から, 1 組の辺とその両端の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle APQ \cong \triangle CRS$$

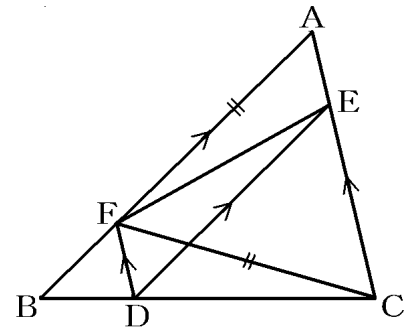
合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$PQ = RS$$

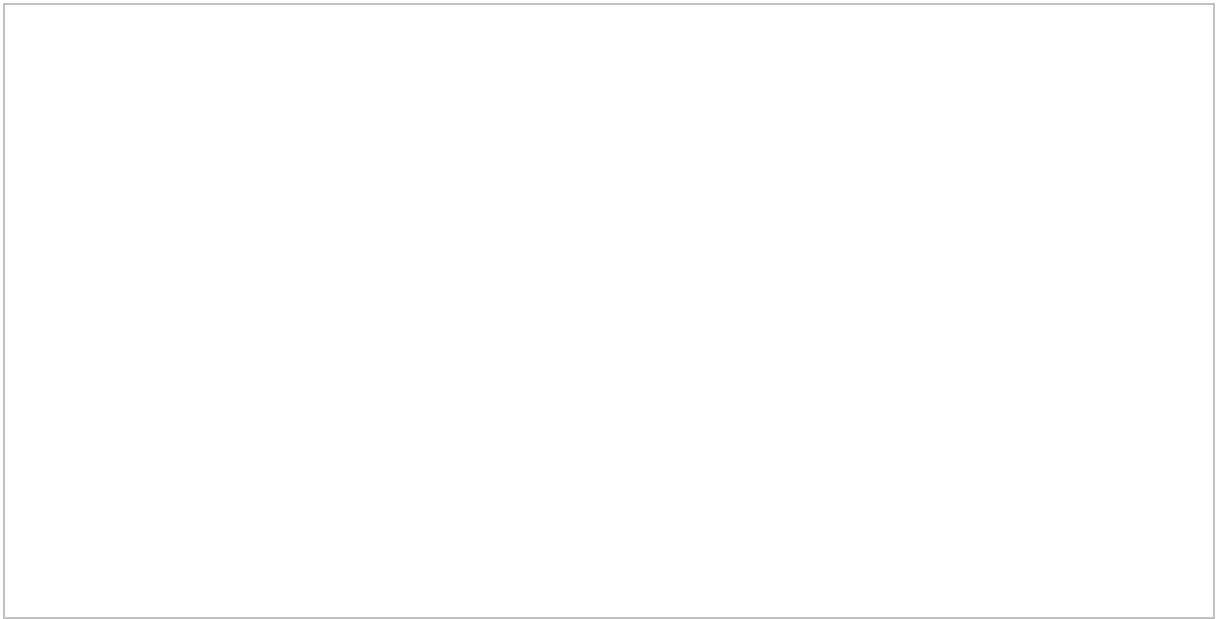


[問題](2学期期末)

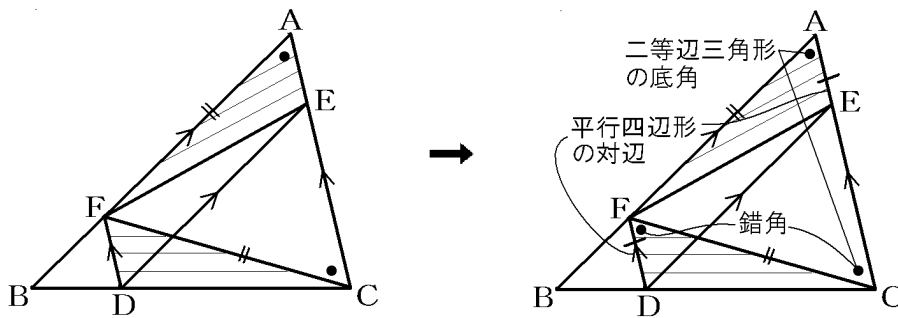
右の図で、3点D, E, Fはそれぞれ $\triangle ABC$ の辺BC, CA, AB上の点で、 $FA=FC$ ,  $AB \parallel ED$ ,  $AC \parallel FD$ である。このとき、 $\triangle AFE \cong \triangle FCD$ となることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle AFE$  と  $\triangle FCD$  で,

仮定より,

$$FA = CF \cdots \textcircled{1}$$

$AC \parallel FD$  で, 平行線の錯角は等しいので,

$$\angle CFD = \angle FCA \cdots \textcircled{2}$$

また, ①より,  $\triangle FAC$  は二等辺三角形なので,

$$\angle FCA = \angle FAE \cdots \textcircled{3}$$

②, ③より,

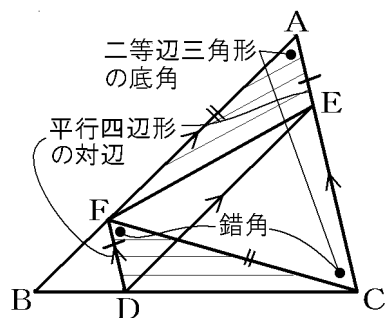
$$\angle FAE = \angle CFD \cdots \textcircled{4}$$

$AB \parallel ED$ ,  $AC \parallel FD$  より四角形  $AEDF$  は平行四辺形なので,

$$AE = FD \cdots \textcircled{5}$$

①, ④, ⑤から, 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

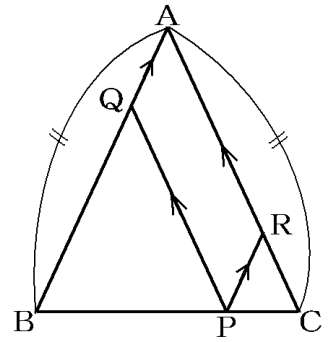
$$\triangle AFE \equiv \triangle FCD$$



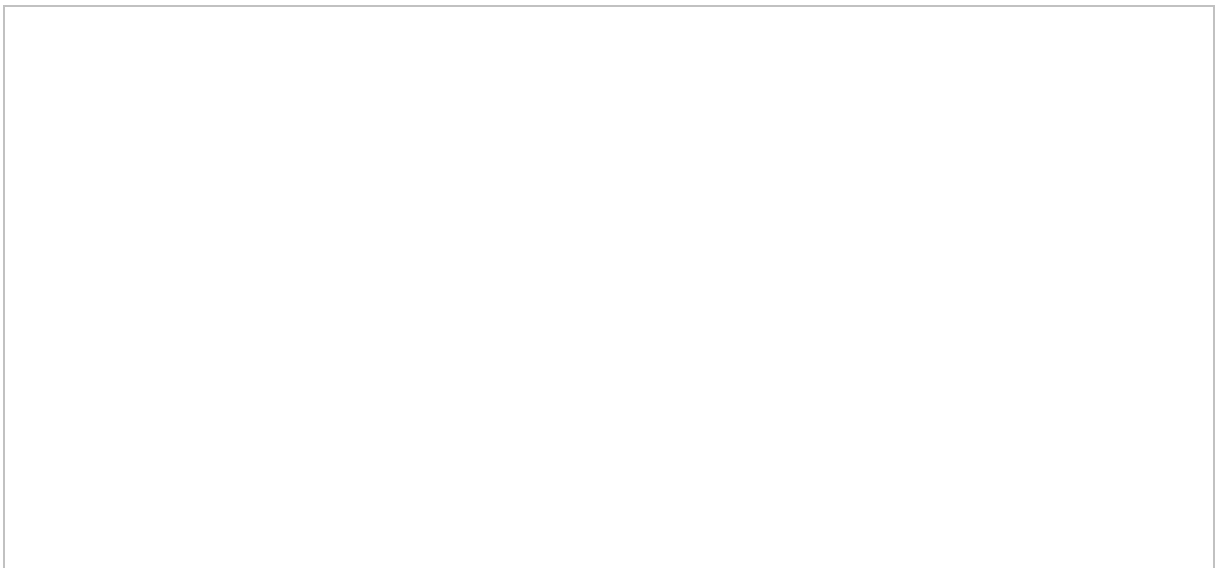
【】 長さの証明

[問題](後期期末)

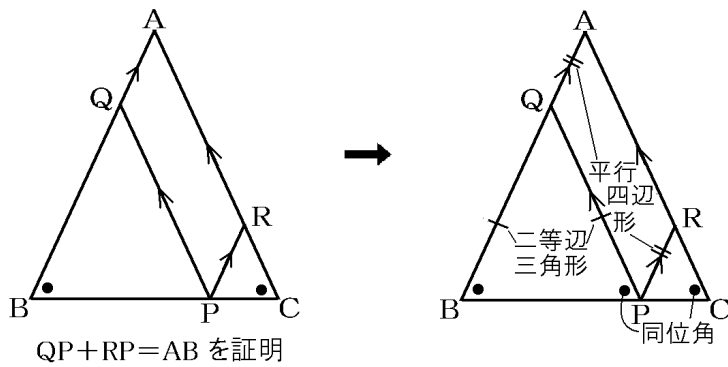
二等辺三角形  $ABC$  の底辺  $BC$  上に点  $P$  をとる。また、 $P$  を通り、辺  $AC$ ,  $AB$  上に平行な直線をひき、辺  $AB$ ,  $AC$  との交点をそれぞれ  $Q$ ,  $R$  とする。このとき、 $QP+RP=AB$  であることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABC$  は二等辺三角形なので、

$$\angle B = \angle C \cdots \textcircled{1}$$

$AC \parallel QP$  で、平行線の同位角は等しいので、

$$\angle C = \angle QPB \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より,  $\angle B = \angle QPB$

よって,  $\triangle QBP$  は二等辺三角形になり,  $QB = QP \cdots \textcircled{3}$

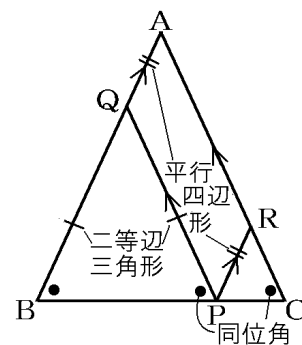
また, 仮定より,  $AQ \parallel RP$ ,  $AR \parallel QP$  なので, 四角形  $AQPR$  は平行四辺形になる。平行四辺形の対辺は等しいので、

$$AQ = RP \cdots \textcircled{4}$$

③, ④より,  $QP + RP = QB + AQ$

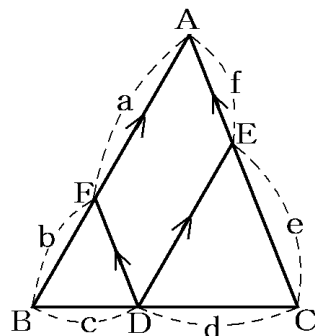
$QB + AQ = AB$  なので、

$$QP + RP = AB$$



[問題](後期期末)

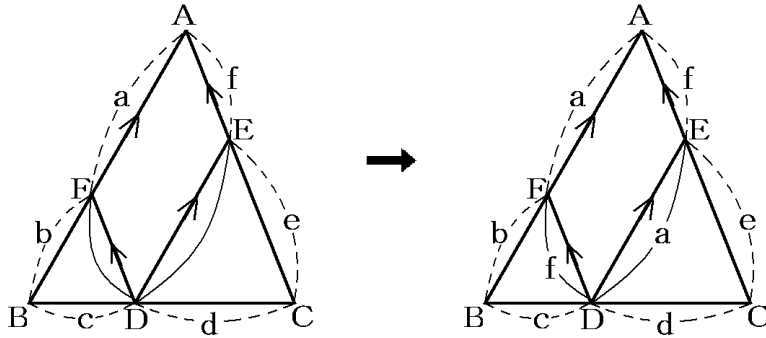
$\triangle ABC$  で、辺  $BC$  上の点  $D$  を通り、辺  $AB$ ,  $AC$  に平行な直線をひき、辺  $AC$ ,  $AB$  との交点をそれぞれ  $E$ ,  $F$  とする。このとき、 $\triangle FBD$  と  $\triangle EDC$  の周りの長さの和は、 $\triangle ABC$  の周りの長さに等しい。これを右の図を使って証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

四角形 AFDE で、

$AF \parallel ED, AE \parallel FD$  だから、

四角形 AFDE は平行四辺形である。

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので、

$$ED = AF = a$$

$$FD = AE = f$$

よって、

$$(\triangle FBD \text{ の周りの長さ}) = b + c + f$$

$$(\triangle EDC \text{ の周りの長さ}) = a + d + e$$

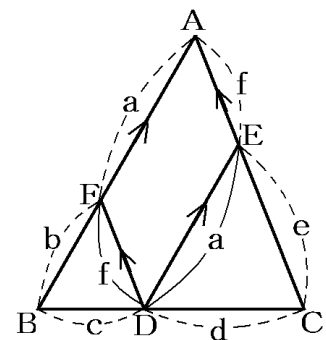
$$(\triangle FBD \text{ の周りの長さ}) + (\triangle EDC \text{ の周りの長さ}) = a + b + c + d + e + f$$

$$(\triangle ABC \text{ の周りの長さ}) = a + b + c + d + e + f$$

よって、 $(\triangle FBD \text{ の周りの長さ}) + (\triangle EDC \text{ の周りの長さ}) = (\triangle ABC \text{ の周りの長さ})$

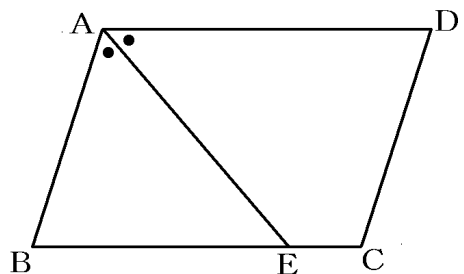
したがって、

$\triangle FBD$  と  $\triangle EDC$  の周りの長さの和は、 $\triangle ABC$  の周りの長さに等しい。

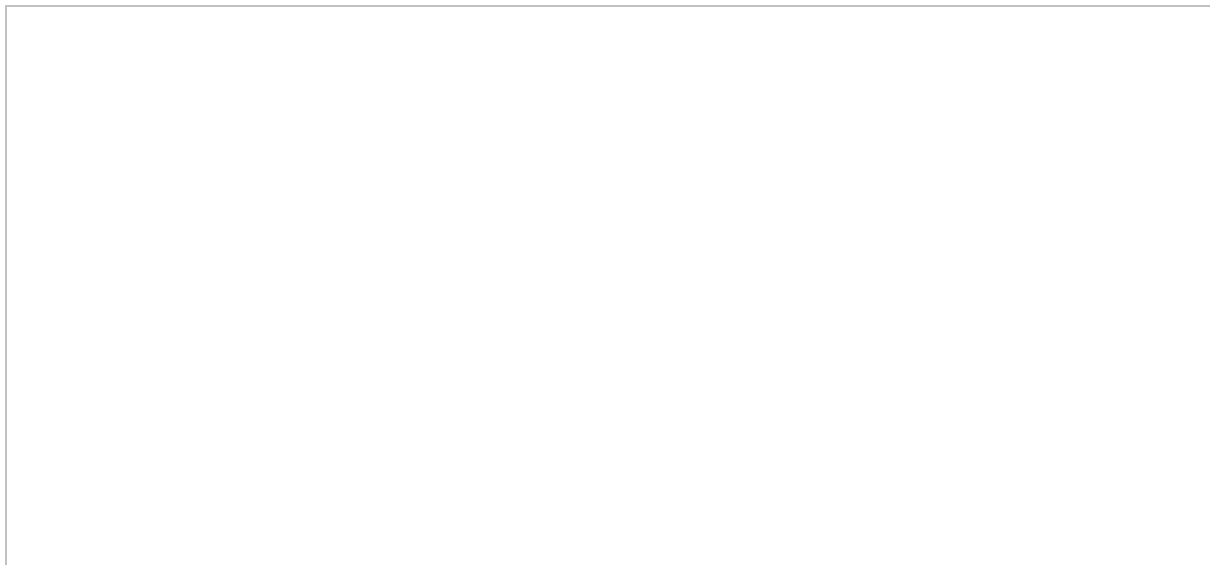


[問題](3 学期)

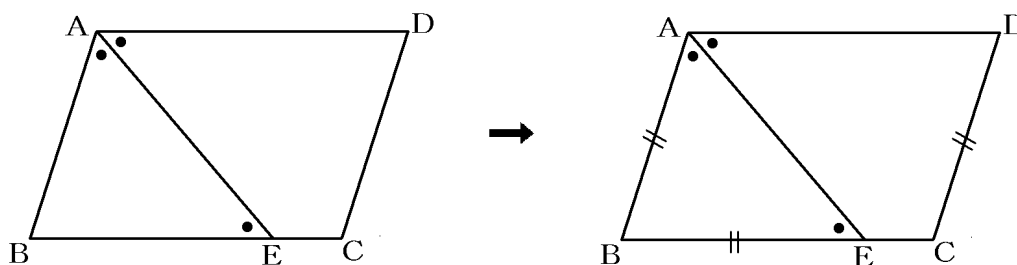
右の図のような、平行四辺形 ABCD で、 $\angle BAD$  の二等分線と辺 BC との交点を E とする。このとき、 $EC + CD = AD$  となることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



EC + CD = AD を証明

[解答]

仮定より,  $\angle BAE = \angle DAE$

AD // BC で, 平行線の錯角は等しいので,

$$\angle DAE = \angle BEA$$

よって,  $\angle BAE = \angle BEA$

2つの角が等しいので,  $\triangle BAE$  は二等辺三角形で,

$$BA = BE$$

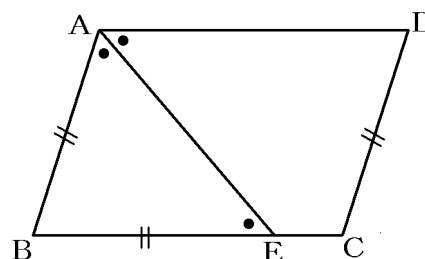
平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので,  $BA = CD$

よって,  $BE = CD$

したがって,  $EC + CD = EC + BE = BC$

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので,  $BC = AD$

したがって,  $EC + CD = AD$



【】 平行四辺形になることの証明

【】 平行四辺形になる条件

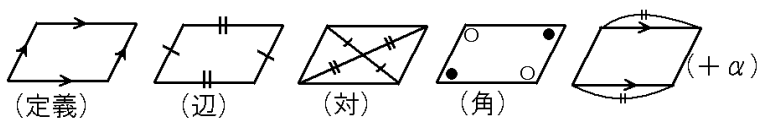
[平行四辺形になる条件]

[問題](3 学期)

2 組の向かいあう辺が、それぞれ平行な四角形を平行四辺形というが、これ以外に、平行四辺形になるための条件を 4 つ書け。

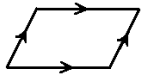
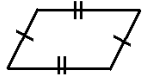
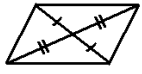
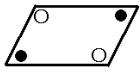
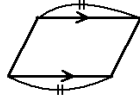
[解答欄]

[ヒント]



[解答] 2 組の向かい合った辺がそれぞれ等しい。2 組の向かい合った角がそれぞれ等しい。対角線がそれぞれの中点で交わる。1 組の向かい合う辺が平行で等しい。

[解説]

<p>[平行四辺形になるための条件]</p> <p>2組の向かいあう辺が、それぞれ平行(定義)</p>  <p>2組の向かいあう辺が、それぞれ等しい(辺)</p>  <p>対角線が、それぞれ中点で交わる(対)</p> 	<p>2組の向かいあう角が、それぞれ等しい(角)</p>  <p>1組の向かいあう辺が、等しくて平行(+α)</p>  <p>※「辺対角+α」と覚えておく</p>
--	---

[次は平行四辺形になるか]

[問題](3 学期)

次の四角形 ABCD は平行四辺形になるか。なる場合はそのときあてはまる条件を、ならない場合は×で答えよ。

(1)  $AD \parallel BC$ ,  $AD=5\text{cm}$ ,  $BC=5\text{cm}$

(2)  $AB=6\text{cm}$ ,  $BC=4\text{cm}$ ,  $DC=4\text{cm}$ .  $AD=6\text{cm}$ ,

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[解答](1) なる。1組の辺が平行で等しい。 (2) ×

[問題](1 学期中間)

次のア～オのような四角形 ABCD で、平行四辺形となるものを選び、かな符号で答えよ。

ア AB=4cm, BC=6cm, CD=4cm, DA=6cm

イ  $\angle A=80^\circ$ ,  $\angle B=100^\circ$ ,  $\angle C=100^\circ$ ,  $\angle D=80^\circ$

ウ AC=8cm, BD=8cm

エ  $\angle A=70^\circ$ ,  $\angle B=110^\circ$ , AD=3cm, BC=3cm

オ AB // DC,  $\angle A=60^\circ$ ,  $\angle C=60^\circ$

[解答欄]

--

[解答]ア, エ, オ

[解説]

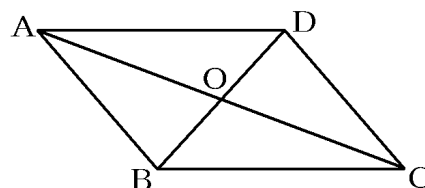
ア: AB=CD, AD=BC で、2組の向かい合った辺がそれぞれ等しいので平行四辺形になる。

エ: AD=BC, AD // BC で、1組の向かい合う辺が平行で等しいので平行四辺形になる。

オ: AB // DC, AD // BC で、2組の辺が平行なので平行四辺形になる。

[問題](3 学期)

図のような四角形 ABCD に次の条件を加えるとき、平行四辺形となるものには○を、そうでないものには×を書け。



(1) AD // BC,  $\angle DAB + \angle CDA = 180^\circ$

(2) AC=BD, AC ⊥ BD

(3) AD // BC, AB=DC

(4) AO=BO=DO=CO

[解答欄]

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

[解答](1) ○ (2) × (3) × (4) ○

[解説]

(1) 右図で、 $\angle EDC + \angle CDA = 180^\circ$

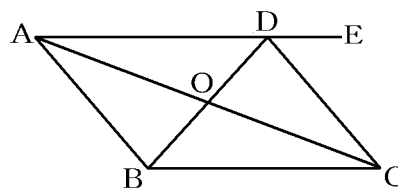
条件より、 $\angle DAB + \angle CDA = 180^\circ$

よって、 $\angle EDC + \angle CDA = \angle DAB + \angle CDA$  なので、

$\angle EDC = \angle DAB$  となり、同位角が等しいので AB // DC

また、条件より AD // BC なので、向かい合う2つの辺が平行になる。

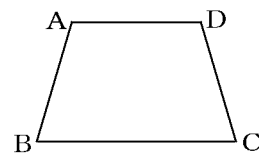
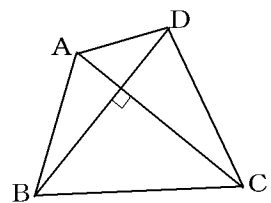
よって、四角形 ABCD は平行四辺形になる。



(2) 例えば、右図のように、 $AC=BD$ 、 $AC \perp BD$  である四角形は平行四辺形ではない。

(3) 例えば、右図のような四角形は  $AD \parallel BC$ 、 $AB=DC$  であるが、平行四辺形ではない。もし、 $AD \parallel BC$ 、 $AD=BC$  であるならば、「向かい合う 1 組の辺が平行で等しい」ので平行四辺形になる。

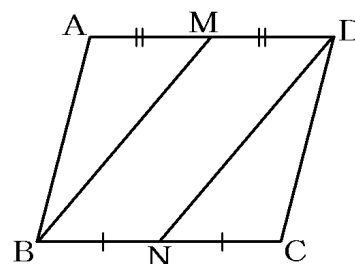
(4)  $AO=BO=DO=CO$  なので、対角線が midpoint で交わる。したがって、平行四辺形になる。(正確には、長方形になる。長方形は平行四辺形の一つである。)



【】 4条件の1つを使った証明

[問題](3学期)

右の図で点 M, N は, 平行四辺形 ABCD の辺 AD, BC の中点である。このとき, 四角形 MBND が平行四辺形であることを次のように証明した。( )をうめよ。



(証明)

平行四辺形の向かい合う辺は等しいので,

$$AD = (\text{ア}) \dots \text{①}$$

点 M, N は, 辺 AD, BC の中点であるので,

$$MD = \frac{1}{2}AD, \quad BN = \frac{1}{2}(\text{イ}) \dots \text{②}$$

①, ②より,

$$MD = BN \dots \text{③}$$

平行四辺形の向かいあう辺は(ウ)なので,

$$AD \parallel (\text{エ})$$

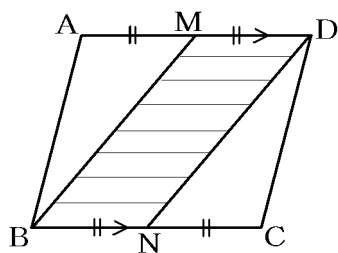
$$\text{よって, } MD \parallel BN \dots \text{④}$$

③, ④から, 四角形 MBND は(オ)なので, 平行四辺形である。

[解答欄]

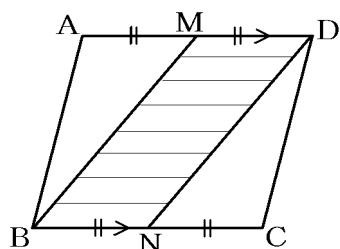
ア	イ	ウ
エ	オ	

[ヒント]



[解答]ア BC イ BC ウ 平行 エ BC オ 1組の向かい合う辺が, 等しくて平行

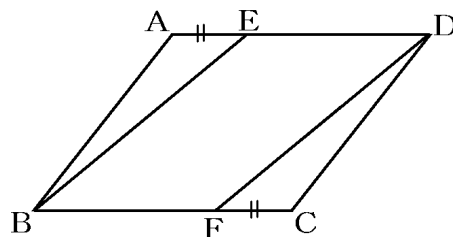
[解説]



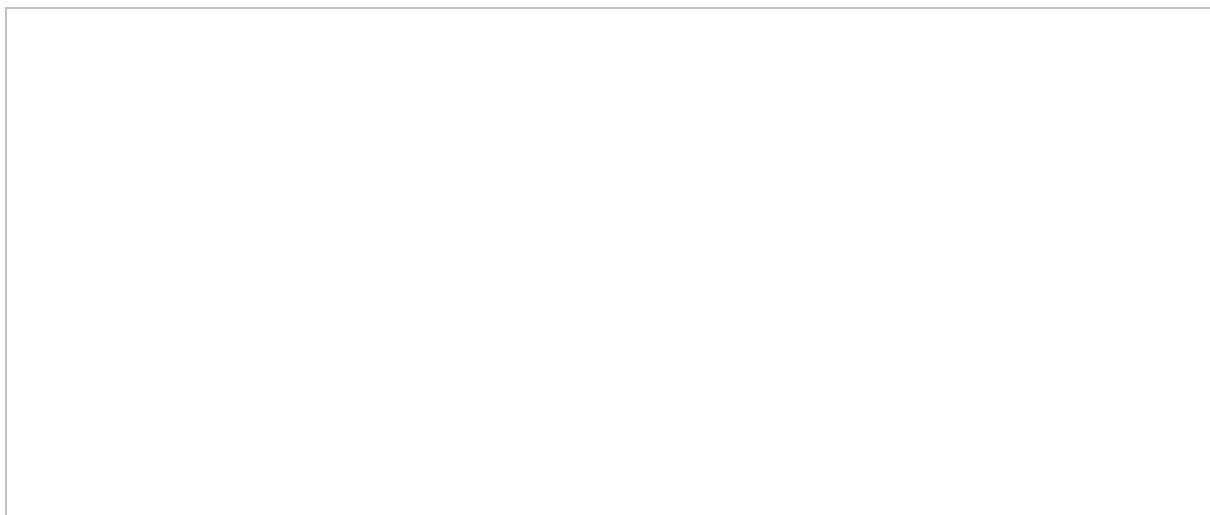
(1組の向かい合う辺が, 等しくて平行)

[問題](3学期)

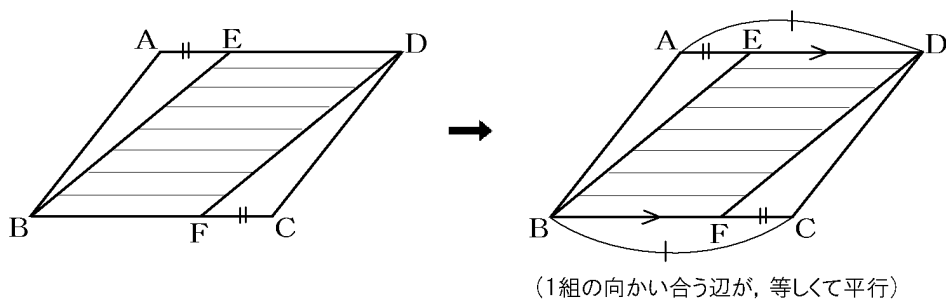
右の図で、平行四辺形  $ABCD$  の辺  $AD$ ,  $BC$  上に  $AE=CF$  となるような点  $E$ ,  $F$  をとる。このとき、四角形  $EBFD$  は平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

四角形  $EBFD$  で、

四角形  $ABCD$  は平行四辺形なので、 $AD \parallel BC$

よって、 $ED \parallel BF \dots ①$

四角形  $ABCD$  は平行四辺形なので、

$AD = BC \dots ②$

仮定より、 $AE = CF \dots ③$

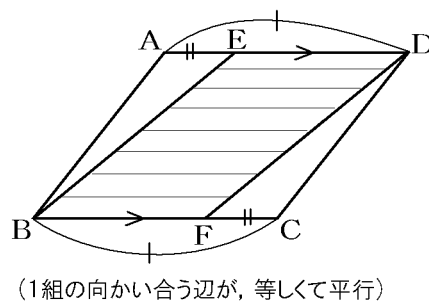
$ED = AD - AE \dots ④$

$BF = BC - CF \dots ⑤$

②, ③, ④, ⑤より、

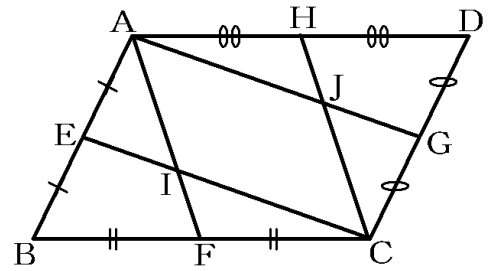
$ED = BF \dots ⑥$

①, ⑥より、1組の向かいあう辺が、等しくて平行なので、四角形  $EBFD$  は平行四辺形である。

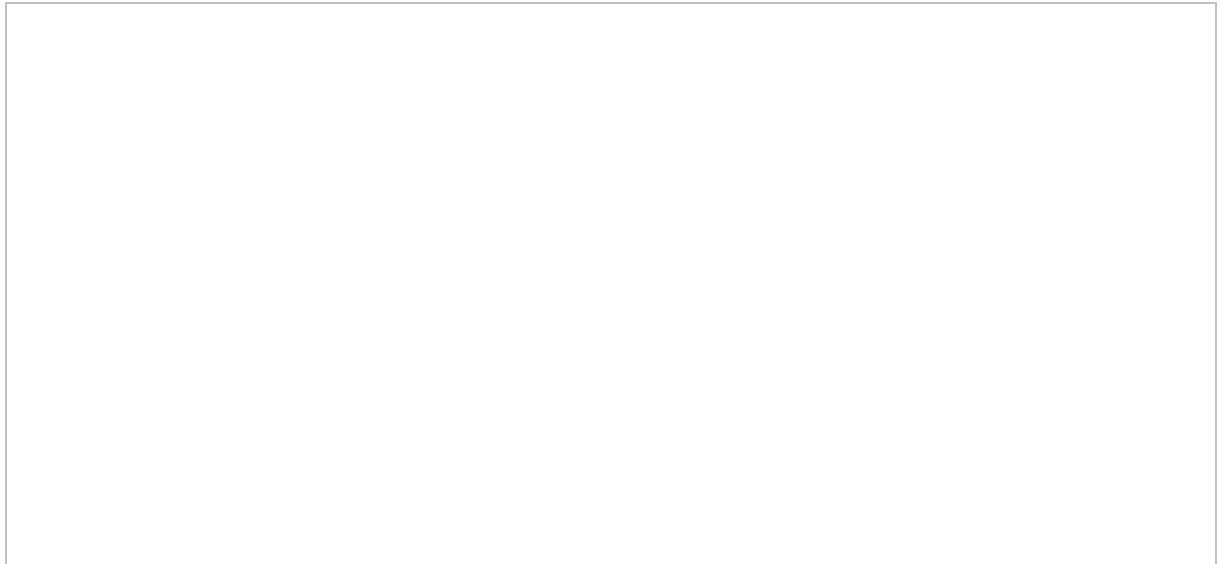


[問題](3 学期)

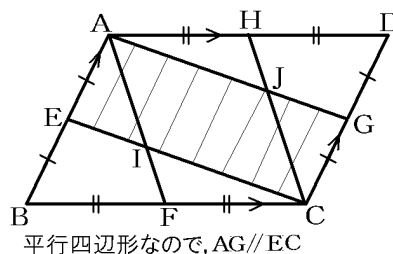
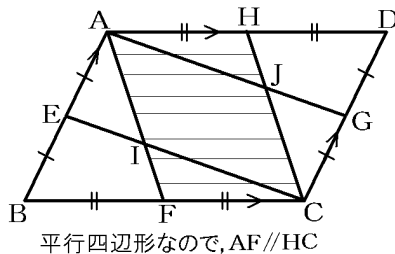
右の図で、四角形 ABCD は平行四辺形で、E, F, G, H は各辺の midpoint である。このとき、四角形 AICJ は平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

四角形 ABCD は平行四辺形なので、

$$AD \parallel BC \cdots \textcircled{1}, AD = BC \cdots \textcircled{2}$$

四角形 AFCH で、①より、 $AH \parallel FC \cdots \textcircled{3}$

H, F はそれぞれ AD, BC の midpoint なので、②より、

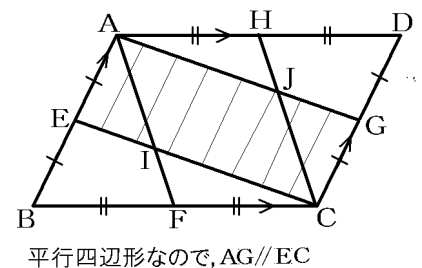
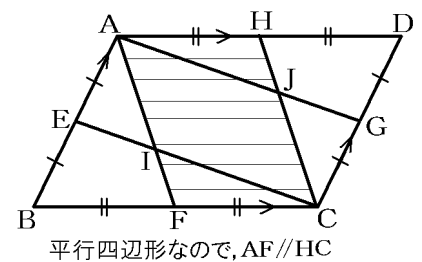
$$AH = FC \cdots \textcircled{4}$$

③, ④より、1 組の向かい合う辺が、等しくて平行なので、四角形 AFCH は平行四辺形になる。よって、 $AI \parallel JC \cdots \textcircled{5}$

同様に、四角形 AECG も平行四辺形なので、

$$AJ \parallel IC \cdots \textcircled{6}$$

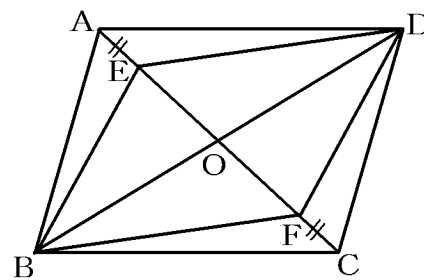
⑤, ⑥より 2 組の向かい合う辺がそれぞれ平行なので、四角形 AICJ は平行四辺形である。





[問題](3学期)

平行四辺形 ABCD で、対角線 AC 上に、点 E, F を、 $AE=CF$  となるようにとると、四角形 BFDE は平行四辺形である。このことを、次のように証明した。空らんをうめて証明を完成せよ。



(証明)

四角形 ABCD は平行四辺形で、平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので、

$$BO = (\text{ア}) \cdots \text{①}$$

$$AO = (\text{イ}) \cdots \text{②}$$

仮定より、 $AE = (\text{ウ}) \cdots \text{③}$

②, ③より、 $EO = (\text{エ}) \cdots \text{④}$

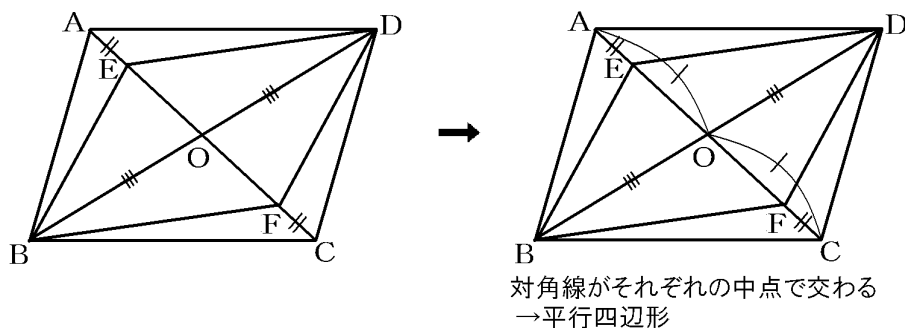
①, ④より、対角線が( オ )ので、

四角形 BFDE は平行四辺形である。

[解答欄]

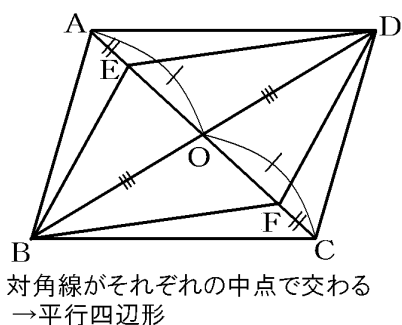
ア	イ	ウ
エ	オ	

[ヒント]



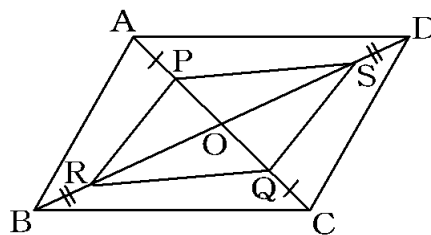
[解答]ア DO イ CO ウ CF エ FO オ それぞれの中点で交わる

[解説]

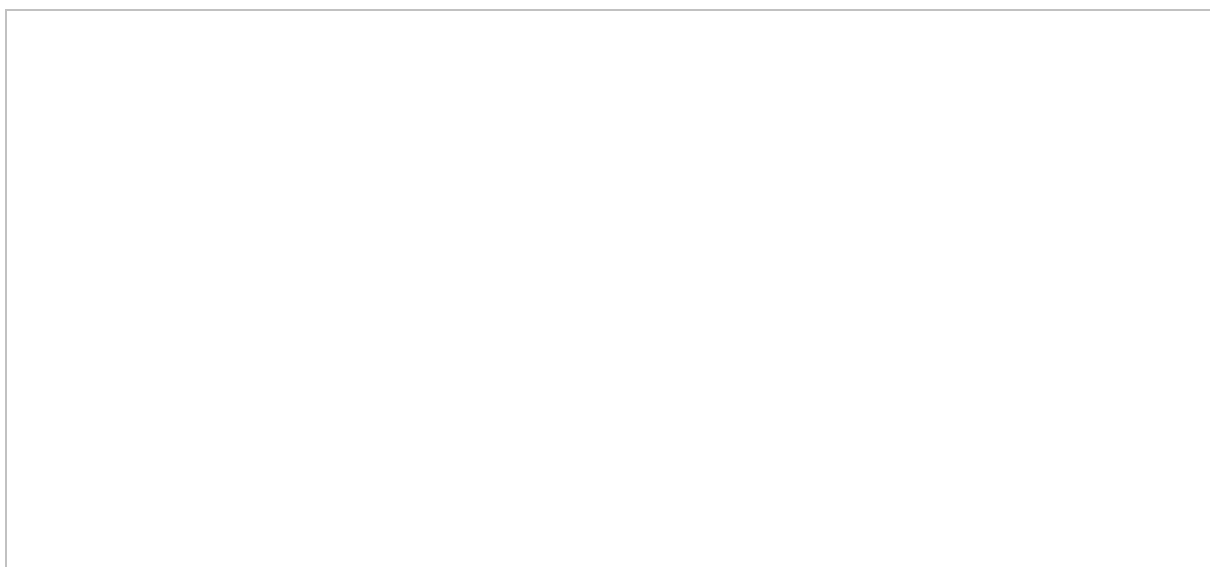


[問題](後期期末)

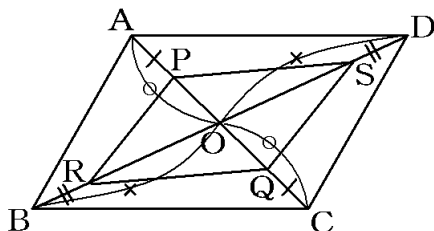
右の図のような平行四辺形  $ABCD$  がある。対角線  $AC$  上に、2 点  $P, Q$  を  $AP=CQ$  となるようにとる。また、対角線  $BD$  上に、2 点  $R, S$  を  $BR=DS$  となるようにとる。このとき、四角形  $PRQS$  が平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わるので、

$$OA=OC \cdots ①$$

$$OB=OD \cdots ②$$

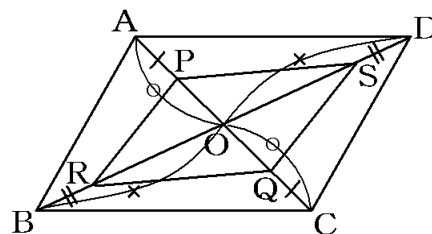
①と  $AP=CQ$  から、

$$OP=OQ \cdots ③$$

②と  $BR=DS$  から、

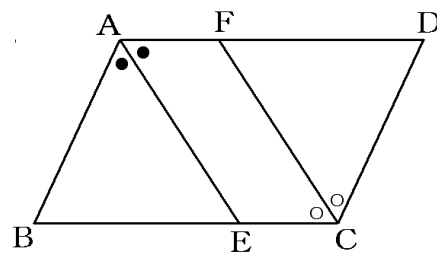
$$OR=OS \cdots ④$$

③、④から、対角線が、それぞれの中点で交わるので、四角形  $PRQS$  は平行四辺形である。



[問題](3 学期)

平行四角形 ABCD で、 $\angle BAD$  の二等分線と辺 BC との交点を E、 $\angle BCD$  の二等分線と辺 AD との交点を F とする。このとき、平行四角形 AECF が平行四角形であることを次のように証明した。ア～エにあてはまる記号やことばを答えよ。



(証明)

四角形 ABCD は平行四角形だから、

$$\angle BAD = \angle BCD \cdots \text{①}$$

仮定から、

$$\angle EAD = \frac{1}{2} \angle BAD \cdots \text{②}$$

$$\angle BCF = \frac{1}{2} \angle (\text{ア}) \cdots \text{③}$$

①, ②, ③から、 $\angle EAD = \angle (\text{イ}) \cdots \text{④}$

AD // BC から、 $\angle BCF = \angle CFD \cdots \text{⑤}$

④, ⑤から、 $\angle EAD = \angle CFD \cdots \text{⑥}$

⑥から、同位角が等しいので、AE // (ウ)  $\cdots \text{⑦}$

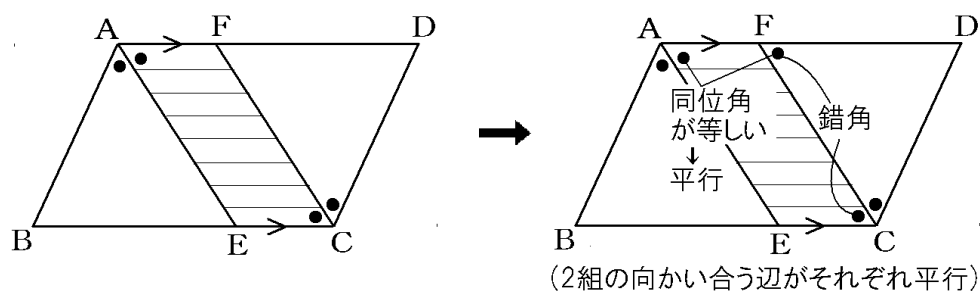
一方、AD // BC から、AF // EC  $\cdots \text{⑧}$

⑦, ⑧から、2 組の向かい合う辺がそれぞれ(エ)なので、四角形 AECF は平行四角形である。

[解答欄]

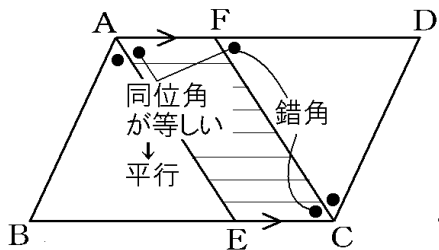
ア	イ	ウ
エ		

[ヒント]



[解答]ア BCD イ BCF ウ FC エ 平行

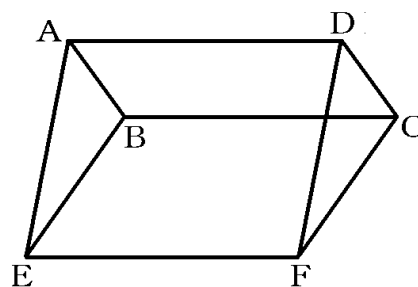
[解説]



(2組の向かい合う辺がそれぞれ平行)

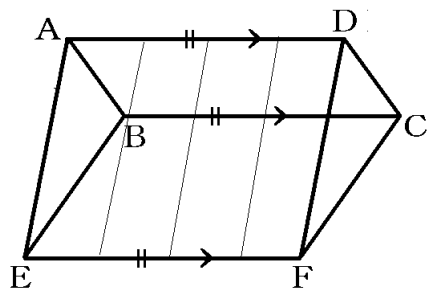
[問題](3学期)

右の図で、四角形 ABCD，四角形 BEFC がともに平行四辺形であるとき、四角形 AEFD も平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



(1組の向かいあう辺が、等しくて平行)

[解答]

四角形 ABCD は平行四辺形なので、

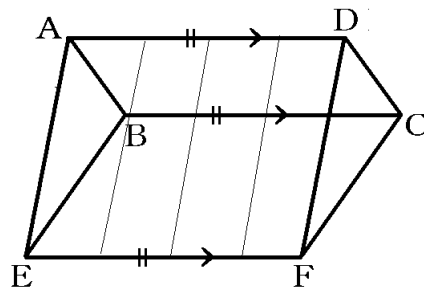
$$AD \parallel BC, AD=BC \cdots \textcircled{1}$$

四角形 BEFC は平行四辺形なので、

$$BC \parallel EF, BC=EF \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より,  $AD \parallel EF, AD=EF$

1組の向かい合う辺が, 等しくて平行なので,  
四角形 AEFB は平行四辺形である。



(1組の向かいあう辺が, 等しくて平行)

[問題](後期期末)

$\triangle ABC$  で  $AB$  の中点を  $M$ ,  $AC$  の中点を  $N$  とする。 $MN$  の延長上に  $MN=ND$  となる点  $D$  を取る。四角形  $MBCD$  が平行四辺形になることを次のように証明した。後の各問いに答えよ。

(証明)

四角形  $AMCD$  において

$$AN=CN \text{ (仮定)}$$

$$MN=ND \text{ (仮定)}$$

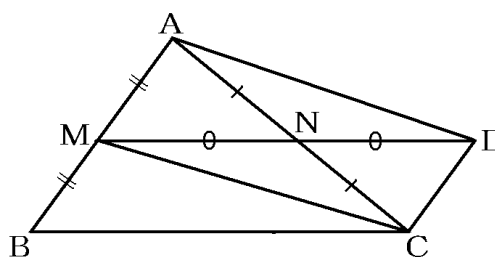
よって( ア )ので四角形  $AMCD$  は平行四辺形となる。...①

四角形  $MBCD$  において

( イ : 証明の続き )

(1) アに入る最も適切な語句をかけ。

(2) イに証明の続きをかき, 証明を完成せよ。

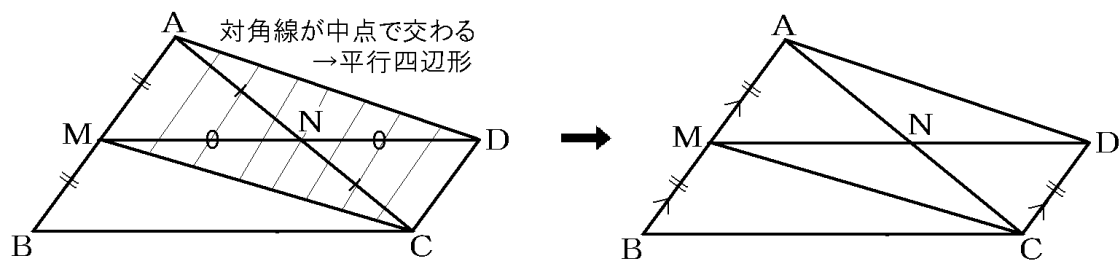


[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]



[解答]

(1) 対角線がそれぞれの中点で交わる

(2) ①より，四角形 AMCD は平行四辺形なので，

$$AM \parallel CD \cdots \textcircled{2}$$

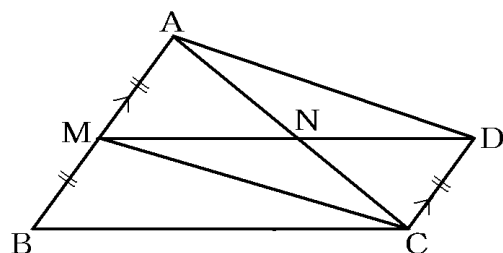
$$AM = CD \cdots \textcircled{3}$$

M は AB の中点なので， $AM = BM \cdots \textcircled{4}$

③，④より， $BM = CD \cdots \textcircled{5}$

②より， $BM \parallel CD \cdots \textcircled{6}$

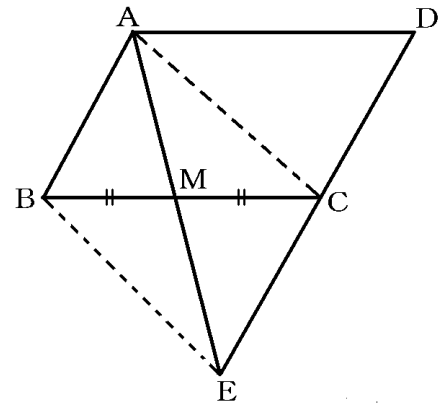
⑤，⑥より，1組の向かい合う辺が平行で等しいので，  
四角形 MBCD は平行四辺形になる。



【】 三角形の合同を先に証明

[問題](1 学期中間)

平行四辺形 ABCD の BC の中点を M とし、AM の延長と DC の延長との交点を E とする。このとき、四角形 ABEC が平行四辺形になることを、次のように証明した。ア～カにあてはまる記号やことばを答えよ。  
(証明)



$\triangle ABM$  と  $\triangle$ ( ア ) で、

仮定より、

$$BM = ( \text{イ} ) \cdots \text{①}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle AMB = \angle ( \text{ウ} ) \cdots \text{②}$$

平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ABM = \angle ( \text{エ} ) \cdots \text{③}$$

①, ②, ③から、( オ ) が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABM \cong \triangle ( \text{ア} )$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

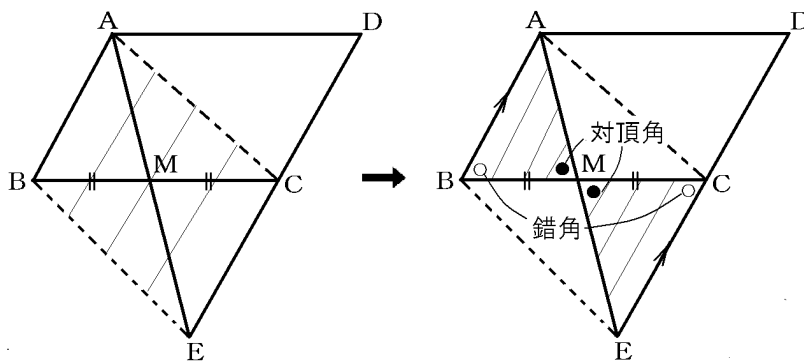
$$AM = ( \text{カ} ) \cdots \text{④}$$

①, ④より、四角形 ABEC の対角線が、それぞれの中点で交わるので、四角形 ABEC は平行四辺形になる。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

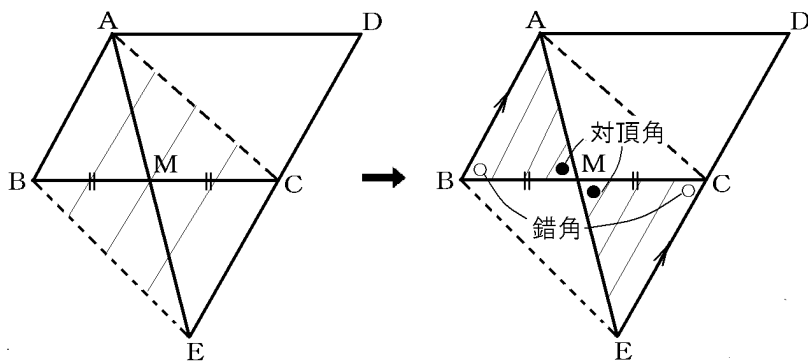
[ヒント]



AM=EMがいえれば、平行四辺形

[解答]ア ECM イ CM ウ EMC エ ECM オ 1組の辺とその両端の角 カ EM

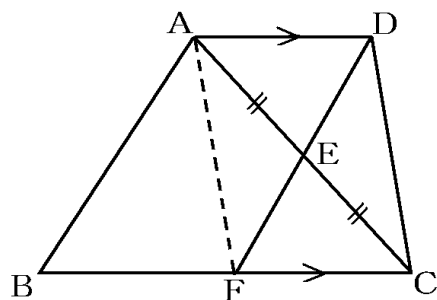
[解説]



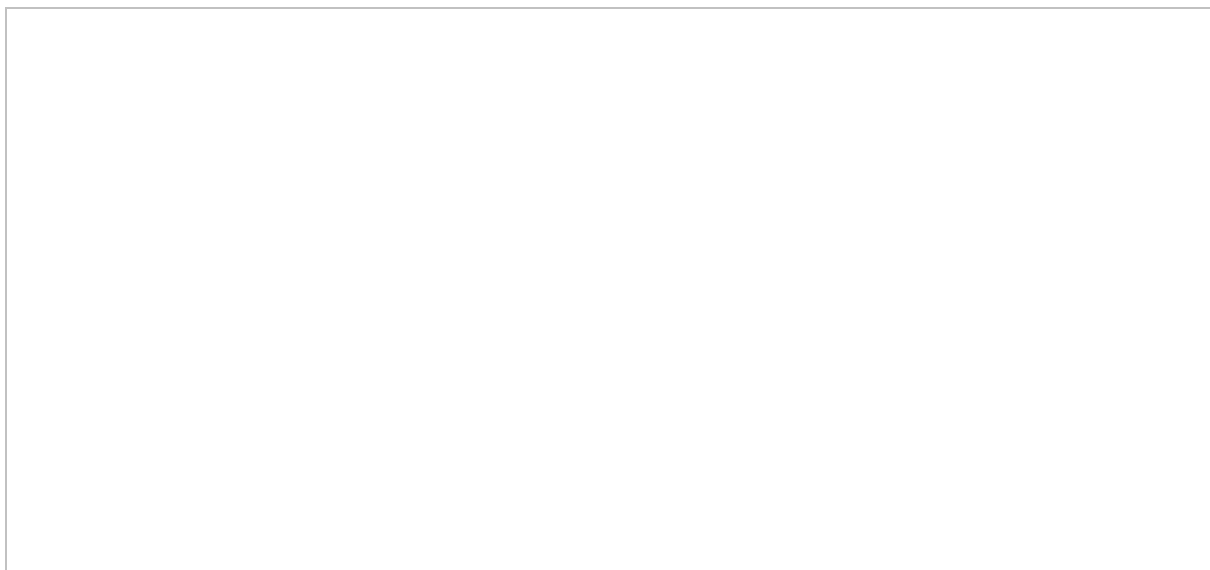
AM=EMがいれば、平行四辺形

[問題](後期期末)

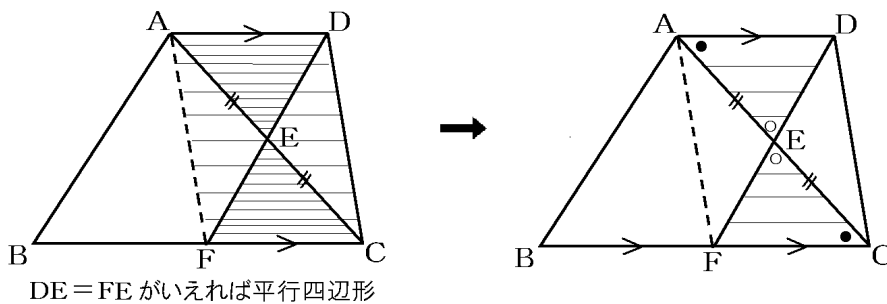
右の図のように、 $AD \parallel BC$ である台形 ABCD で、対角線 AC の中点を E とし、直線 DE と辺 BC の交点を F とするとき、四角形 AFCD は平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



DE = FE があれば平行四辺形



[解答]

$\triangle ADE$  と  $\triangle CFE$  で、

仮定より、

$$AE = CE \cdots \textcircled{1}$$

$AD \parallel BC$  で、平行線の錯角は等しいので、

$$\angle DAE = \angle FCE \cdots \textcircled{2}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle AED = \angle CEF \cdots \textcircled{3}$$

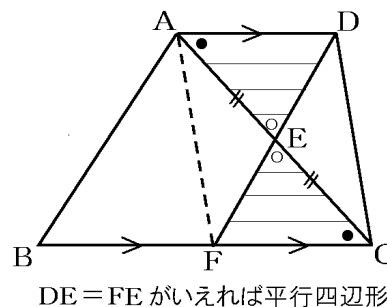
①, ②, ③から、1組の辺とその両端の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ADE \equiv \triangle CFE$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

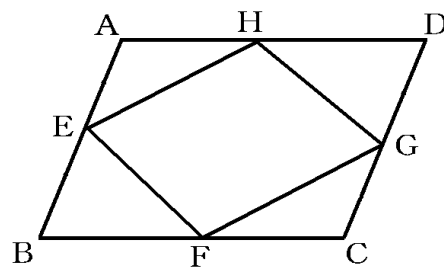
$$DE = FE \cdots \textcircled{4}$$

①, ④から、対角線が、それぞれの中点で交わるので、四角形  $AFCD$  は平行四辺形である。



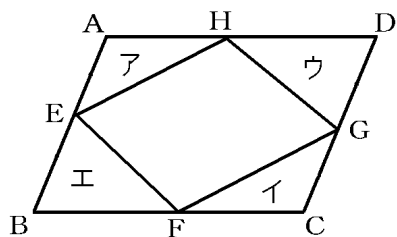
[問題](3学期)

平行四辺形  $ABCD$  で辺  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  の中点をそれぞれ  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  とするとき、四角形  $EFGH$  は平行四辺形であることを証明せよ。

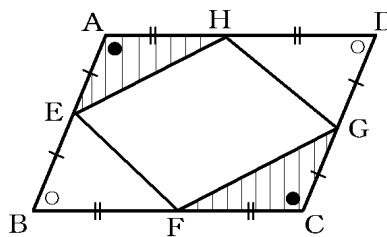


[解答欄]

[ヒント]



アとイの合同がいれば,  $EH=FG$   
 ウとエの合同がいれば,  $HG=EF$   
 ↓  
 向かい合う2組の辺の長さが等しい



[解答]

$\triangle AEH$  と  $\triangle CGF$  で,

仮定より  $AB=CD$ , かつ  $E, G$  はそれぞれ辺  $AB, CD$  の中点なので,  $AE=CG$  ……①

同様にして,  $AH=CF$  ……②

平行四辺形の向かい合う角は等しいので,

$$\angle EAH = \angle GCF \dots\dots ③$$

①, ②, ③から, 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$$

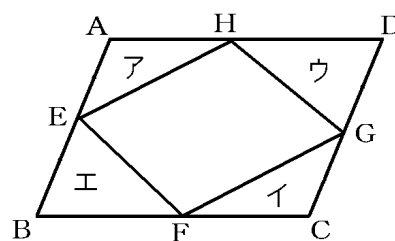
合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$EH=GF \dots\dots ④$$

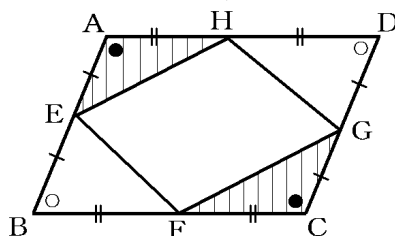
同様にして,  $\triangle BEF \equiv \triangle DGH$  なので,

$$EF=GH \dots\dots ⑤$$

④, ⑤より向かい合う2組の辺の長さが等しいので, 四角形  $EFGH$  は平行四辺形である。

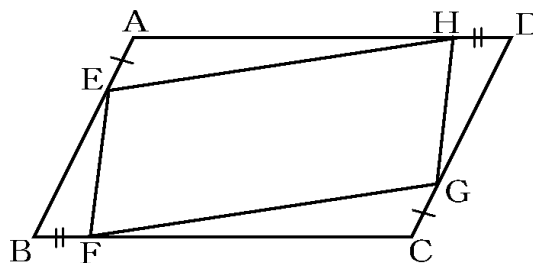


アとイの合同がいれば,  $EH=FG$   
 ウとエの合同がいれば,  $HG=EF$   
 ↓  
 向かい合う2組の辺の長さが等しい

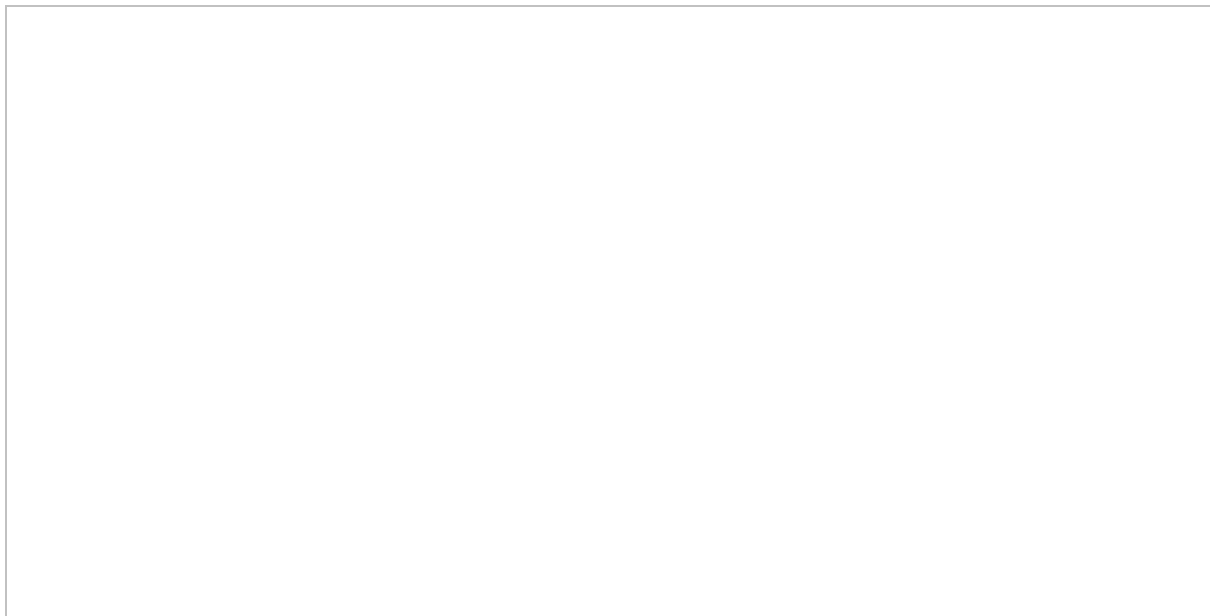


[問題](後期期末)

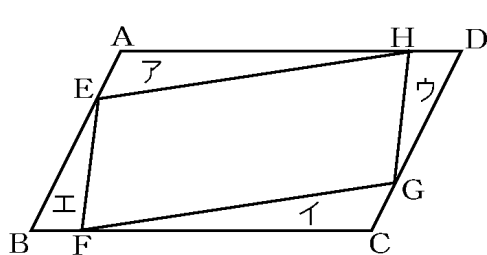
平行四辺形  $ABCD$  の辺  $AB, BC, CD, DA$  上にそれぞれ, 点  $E, F, G, H$  を  $AE=CG, DH=BF$  となるようにとる。このとき, 四角形  $EFGH$  が平行四辺形となることを証明せよ。



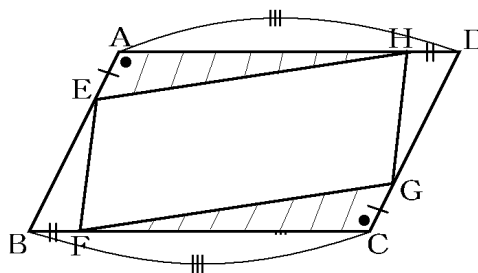
[解答欄]



[ヒント]



アとイの合同がいれば,  $EH=FG$   
 ウとエの合同がいれば,  $HG=EF$   
 ↓  
 向かい合う2組の辺の長さが等しい



[解答]

$\triangle AEH$  と  $\triangle CGF$  で,

仮定より,  $AE=CG$  …①

平行四辺形の向かい合う辺は等しいので,

$$AD=BC \dots ②$$

仮定より,  $DH=BF$  …③

$$AH=AD-DH, \quad CF=BC-BF \dots ④$$

$$②, ③, ④ \text{より}, \quad AH=CF \dots ⑤$$

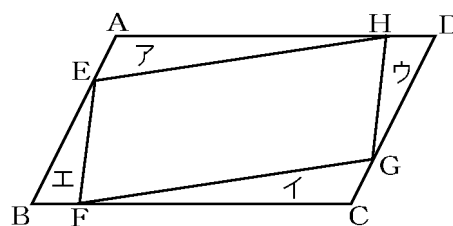
平行四辺形の向かい合う角は等しいので,

$$\angle EAH = \angle GCF \dots ⑥$$

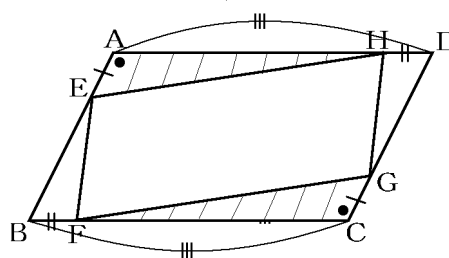
①, ⑤, ⑥から, 2組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,  $\triangle AEH \equiv \triangle CGF$

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$EH=FG \dots ⑦$$



アとイの合同がいれば,  $EH=FG$   
 ウとエの合同がいれば,  $HG=EF$   
 ↓  
 向かい合う2組の辺の長さが等しい



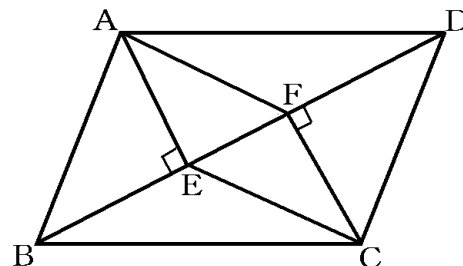
同様にして、 $\triangle BEF \equiv \triangle DGH$  なので、

$$EF = HG \dots \textcircled{8}$$

⑦、⑧より、向かい合う2組の辺の長さが等しいので、  
四角形 EFGH は平行四辺形である。

[問題](3学期)

右の図のように平行四辺形 ABCD の頂点 A, C から  
対角線 BD に垂線をひき、対角線との交点をそれぞれ  
E, F とする。このとき四角形 AECF が平行四辺形で  
あることを次のように証明した。( )の中にあては  
まるものを書き、証明を完成せよ。



(証明)

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDF$  で、

仮定より、 $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ \dots \textcircled{1}$

平行四辺形の向かいあう辺の長さは等しいので、

$$AB = (\text{ア}) \dots \textcircled{2}$$

平行線の錯角は等しいので、

$$\angle ABE = \angle CDF \dots \textcircled{3}$$

①、②、③から、直角三角形の( イ )が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$$

従って、 $AE = (\text{ウ}) \dots \textcircled{4}$

また、 $\angle AEF = \angle CFE = 90^\circ$  で錯角が等しいから、

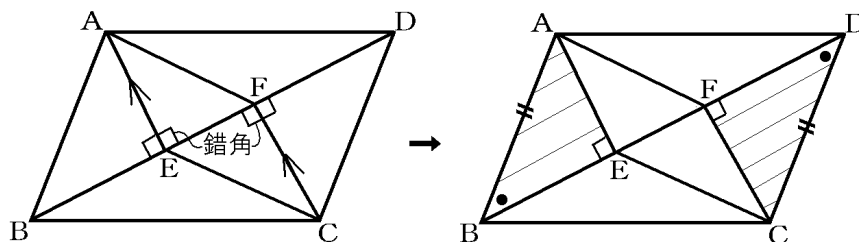
$$AE (\text{エ}) CF \dots \textcircled{5}$$

④、⑤より、1組の向かいあう辺が、等しくて平行なので、  
四角形 AECF は、平行四辺形になる。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ		

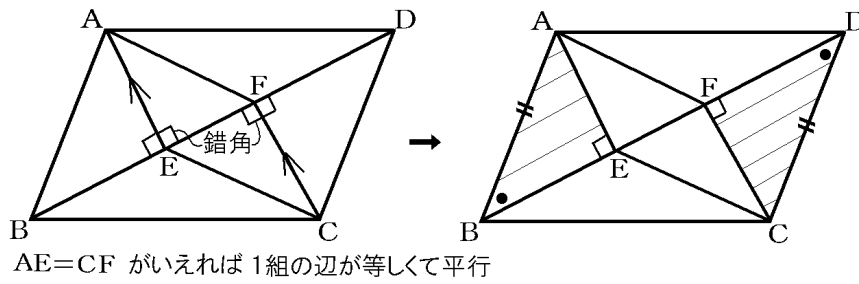
[ヒント]



AE = CF がいえれば1組の辺が等しくて平行

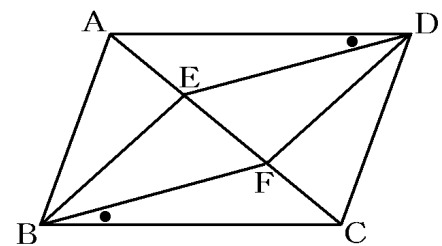
[解答]ア CD イ 斜辺と1つの鋭角 ウ CF エ //

[解説]

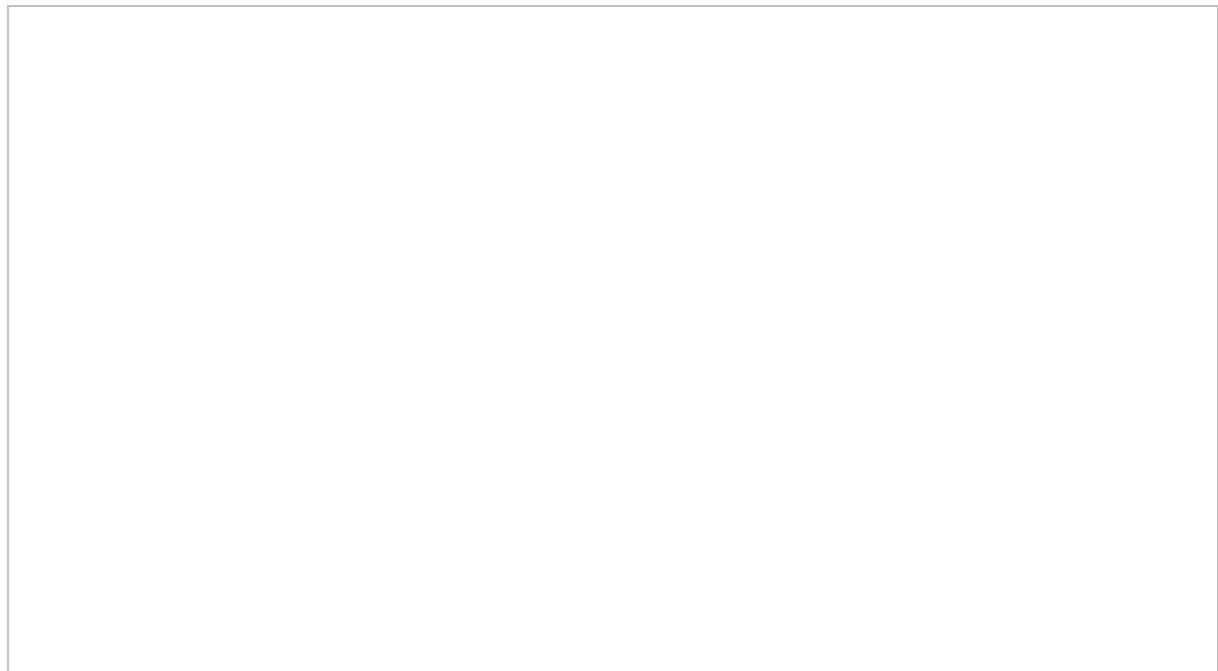


[問題](3学期)

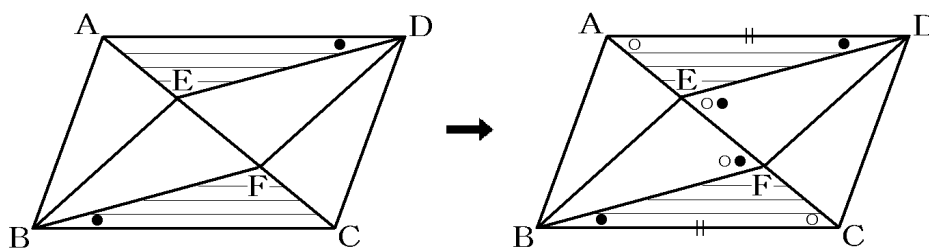
平行四辺形 ABCD の対角線 AC をひく。AC 上に、 $\angle EDA = \angle FBC$  となるように点 E, 点 F をとったとき、四角形 EBF D が平行四辺形になることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ADE$  と  $\triangle CBF$  で,

四角形  $ABCD$  は平行四辺形なので,

$$AD = CB \cdots \textcircled{1}$$

$$AD \parallel CB \cdots \textcircled{2}$$

平行線の錯角は等しいので,  $\textcircled{2}$ より,

$$\angle DAE = \angle BCF \cdots \textcircled{3}$$

仮定より,  $\angle EDA = \angle FBC \cdots \textcircled{4}$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{3}$ ,  $\textcircled{4}$ より, 1組の辺とその両端の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ADE \equiv \triangle CBF$$

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

$$ED = FB \cdots \textcircled{5}$$

ところで, 三角形の外角は, そのとなりにない2つの内角の和に等しいので,

$$\angle DEF = \angle DAE + \angle EDA \cdots \textcircled{6}$$

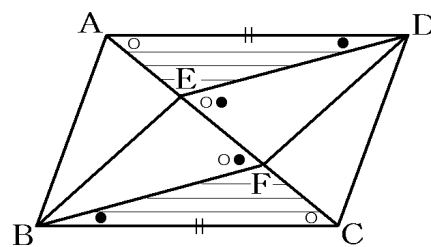
$$\angle BFE = \angle BCF + \angle FBC \cdots \textcircled{7}$$

$\textcircled{3}$ ,  $\textcircled{4}$ ,  $\textcircled{6}$ ,  $\textcircled{7}$ より,  $\angle DEF = \angle BFE$

錯角が等しいので,  $ED \parallel FB \cdots \textcircled{8}$

$\textcircled{5}$ ,  $\textcircled{8}$ より, 1組の向かいあう辺が, 等しくて平行なので,

四角形  $EBFD$  は, 平行四辺形になる。



【】 ひし形・長方形・正方形

【】 定義・性質

[ひし形・長方形・正方形の定義：辺と角]

[問題](3学期)

次の①～③はある四角形の定義を述べたものである。それぞれの四角形の名称を答えよ。

- ① 4つの角がすべて等しい四角形
- ② 4つの辺がすべて等しい四角形
- ③ 4つの辺がすべて等しく、4つの角がすべて等しい四角形

[解答欄]

①	②	③
---	---	---

[解答]① 長方形 ② ひし形 ③ 正方形

[解説]

平行四辺形の定義：2組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形

ひし形の定義：4つの辺が等しい四角形

長方形の定義：4つの角が等しい四角形

正方形の定義：4つの辺が等しく、4つの角が等しい四角形

ひし形、長方形、正方形は平行四辺形の特殊な場合である。

[問題](後期期末)

次の図形の定義を答えよ。

- ① 平行四辺形
- ② ひし形
- ③ 長方形
- ④ 正方形

[解答欄]

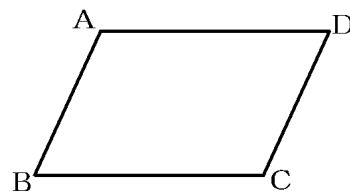
①
②
③
④

[解答]① 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形 ② 4つの辺が等しい四角形

③ 4つの角が等しい四角形 ④ 4つの辺が等しく、4つの角が等しい四角形

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD が次の条件を持つとき、それぞれどのような四角形になるか答えよ。



- ①  $AB=BC$
- ②  $\angle A=\angle B$
- ③  $AB=BC, \angle A=\angle B$

[解答欄]

①	②	③
---	---	---

[解答]① ひし形 ② 長方形 ③ 正方形

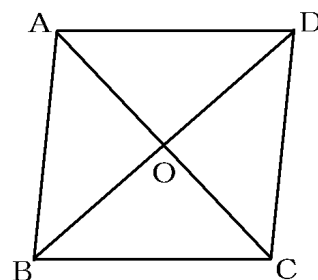
[解説]

- ① 平行四辺形なので向かい合う辺の長さが等しく、 $AB=CD, AD=BC$  である。これに  $AB=BC$  の条件が付け加わると、 $AB=BC=CD=AD$  で 4 つの辺の長さが等しくなり、ひし形になる。
- ② 平行四辺形なので向かい合う角の大きさが等しく、 $\angle A=\angle C, \angle B=\angle D$  である。これに  $\angle A=\angle B$  の条件が付け加わると、 $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$  で 4 つの角が等しくなり、長方形になる。
- ③  $AB=BC$  なので(1)と同様にして 4 辺が等しくなる。また、(2)と同様にして、 $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$  で 4 つの角が等しくなる。4 つの角が等しく、4 つの辺が等しい四角形なので正方形になる。

[ひし形・長方形・正方形の対角線]

[問題](3 学期)

平行四辺形 ABCD に次の条件が加わると、どんな四角形になるか答えよ。ただし、O は対角線の交点とする。



- (1)  $AC=BD$
- (2)  $AC \perp BD$
- (3)  $AC=BD, AC \perp BD$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[解答](1) 長方形 (2) ひし形 (3) 正方形



【解説】

(1) 平行四辺形 ABCD で、対角線の長さが等しい( $AC=BD$ )とき、ABCD は長方形になる。  
参考までに、このことを証明しておく。

(証明)

$\triangle ABC$  と  $\triangle DCB$  で、

$$AC=BD(\text{仮定}) \cdots \textcircled{1}$$

$$AB=DC(\text{平行四辺形}) \cdots \textcircled{2}$$

$$BC=BC(\text{共通}) \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より, 3組の辺がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

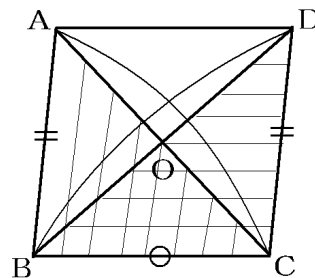
合同な図形の対応する角は等しいので,  $\angle B = \angle C \cdots \textcircled{4}$

平行四辺形の向かい合う角は等しいので、

$$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D \cdots \textcircled{5}$$

④, ⑤より,  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$

よって, 四角形 ABCD は長方形になる。



(2) 平行四辺形 ABCD で、対角線が直交するとき( $AC \perp BD$ )とき、ABCD はひし形になる。  
参考までに、このことを証明しておく。

(証明)

$\triangle ABO$  と  $\triangle ADO$  で、

$$\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ (\text{仮定}) \cdots \textcircled{1}$$

$$BO=DO(\text{対角線の中点}) \cdots \textcircled{2}$$

$$AO=AO(\text{共通}) \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$$

合同な図形の対応する辺は等しいので、

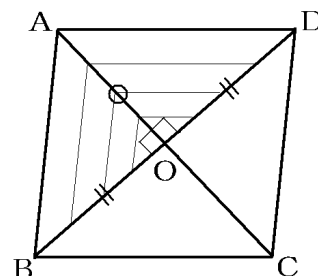
$$AB=AD \cdots \textcircled{4}$$

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので、

$$AB=CD, AD=BC \cdots \textcircled{5}$$

④, ⑤より,  $AB=BC=CD=AD$

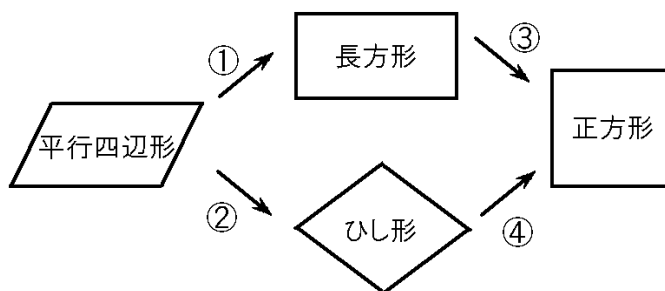
よって, 四角形 ABCD はひし形になる。



(3) 長方形になる条件( $AC=BD$ )と, ひし形になる条件( $AC \perp BD$ )の両方を満たすので,  
正方形になる。

[問題](前期中間)

次の図は、平行四辺形にある条件をつけ加えて、正方形になる過程を示したものである。  
①～④にあてはまる条件を、下の A～D からすべて選び記号で答えよ。



(条件)

- A 対角線の長さを等しくする。
- B 対角線を垂直に交わらせる。
- C となりあう 2 辺の長さを等しくする。
- D 1 つの角を直角にする。

[解答欄]

①	②	③
④		

[解答]① A, D ② B, C ③ B, C ④ A, D

[問題](1 学期中間)

次のそれぞれの図形の性質としてあてはまるものを、下のア～カからすべて選び、記号で答えよ。

- ① 長方形
- ② ひし形
- ③ 正方形
- ア 対角線が垂直に交わる。
- イ 2 組の対辺がそれぞれ平行である。
- ウ 対角線が等しい。
- エ 4 つの角がすべて等しい。
- オ 4 つの辺がすべて等しい。
- カ 頂角の二等分線が底辺を 2 等分する。

[解答欄]

①	②	③
---	---	---

[解答]① イ, ウ, エ ② ア, イ, オ ③ ア, イ, ウ, エ, オ

[問題](3 学期)

下の四角形ア～オのうち，(1)～(4)の条件を常に満たすものをすべて選び，記号で答えよ。

ア：平行四辺形　イ：正方形　ウ：台形　エ：長方形　オ：ひし形

- (1) 内角の和が  $360^\circ$  である。
- (2) 2つの対角線が中点で交わる。
- (3) 4つの辺の長さがすべて等しい。
- (4) 2つの対角線の長さが等しい。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) アイウエオ (2) アイエオ (3) イオ (4) イエ

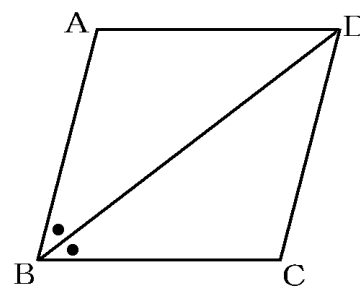
[解説]

- (1) 内角の和が  $360^\circ$  である多角形は四角形である。ア～オはすべて四角形。
- (2) 2つの対角線が中点で交わる四角形は平行四辺形である。正方形，長方形，ひし形は平行四辺形の一種である。
- (3) 4つの辺の長さがすべて等しい四角形はひし形である。正方形はひし形の一種である。
- (4) 2つの対角線の長さが等しい四角形は長方形である。正方形は長方形の一種である。

【】 証明

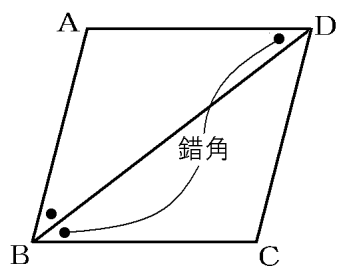
[問題](後期中間)

右の図のように、平行四辺形 ABCD の対角線 BD が  $\angle ABC$  を二等分するとき、平行四辺形 ABCD はひし形となることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

仮定より、 $\angle ABD = \angle CBD \dots ①$

$AD \parallel BC$  なので、 $\angle CBD = \angle ADB \dots ②$

①、②より、 $\angle ABD = \angle ADB$

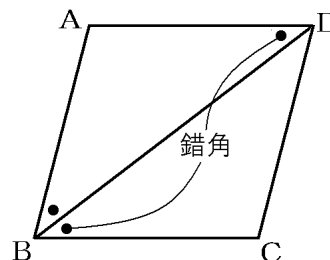
したがって、 $\triangle ABD$  は二等辺三角形で、 $AB = AD \dots ③$

四角形 ABCD は平行四辺形なので、

$AD = BC, AB = CD \dots ④$

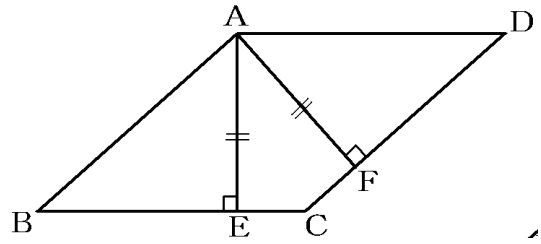
③、④より、 $AB = BC = CD = AD$

4 つの辺が等しいので、四角形 ABCD はひし形になる。



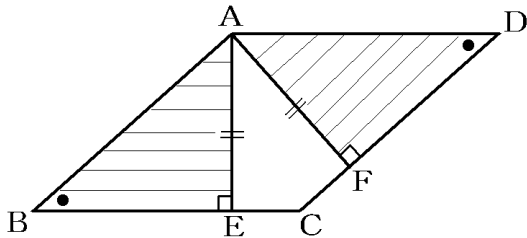
[問題](後期期末)

右の図で平行四辺形 ABCD の頂点 A から辺 BC, CD にそれぞれ垂線 AE, AF をひくとき,  $AE=AF$  ならば, 四角形 ABCD はひし形であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle ABE$  と  $\triangle ADF$  で,

仮定より,

$$AE=AF \dots \textcircled{1}$$

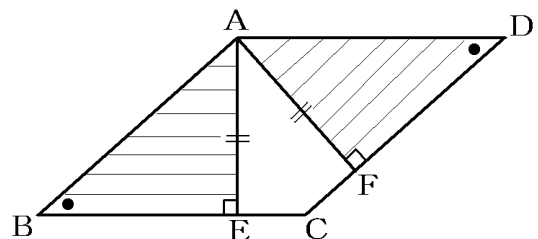
$$\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ \dots \textcircled{2}$$

平行四辺形の向かい合う角は等しいので,

$$\angle ABE = \angle ADF \dots \textcircled{3}$$

$$\angle BAE = 180^\circ - \angle AEB - \angle ABE \dots \textcircled{4}$$

$$\angle DAF = 180^\circ - \angle AFD - \angle ADF \dots \textcircled{5}$$



②, ③, ④, ⑤より,

$$\angle BAE = \angle DAF \cdots \textcircled{6}$$

①, ②, ⑥より, 1組の辺とその両端の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ABE \equiv \triangle ADF$$

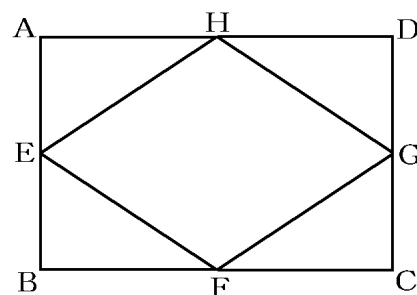
合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,  $AB = AD \cdots \textcircled{7}$

四角形 ABCD は平行四辺形なので,  $AB = CD, AD = BC \cdots \textcircled{8}$

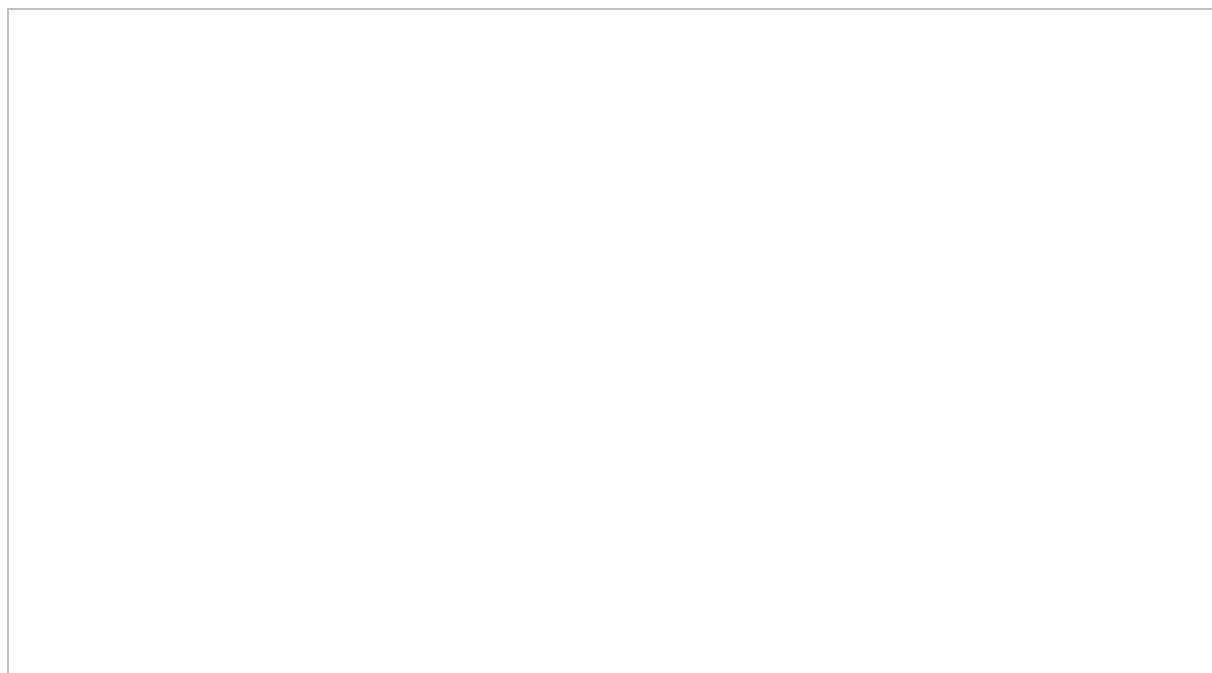
⑦, ⑧より,  $AB = BC = CD = AD$  なので, 四角形 ABCD はひし形になる。

[問題](後期期末)

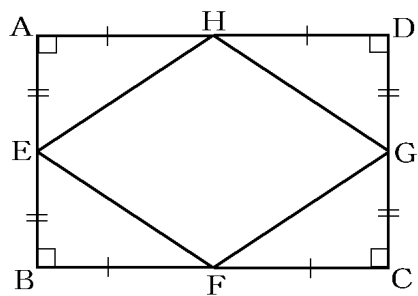
長方形 ABCD で AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ E, F, G, H とすると, 四角形 EFGH はひし形になることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle AEH$  と  $\triangle BEF$  で、

仮定より、

$$AE = BE \cdots \textcircled{1}$$

$$AH = BF \cdots \textcircled{2}$$

四角形  $ABCD$  は長方形なので、

$$\angle EAH = \angle EBF \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より、

2組の辺とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle AEH \cong \triangle BEF$$

同様にして、

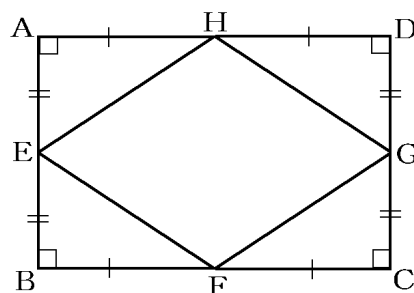
$$\triangle AEH \cong \triangle BEF \cong \triangle CGF \cong \triangle DGH$$

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので、

$$EH = EF = GF = GH$$

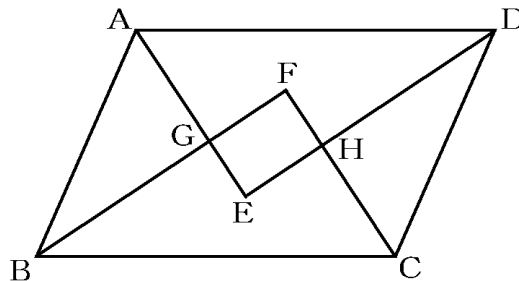
4つの辺の長さがすべて等しいので、

四角形  $EFGH$  はひし形になる。



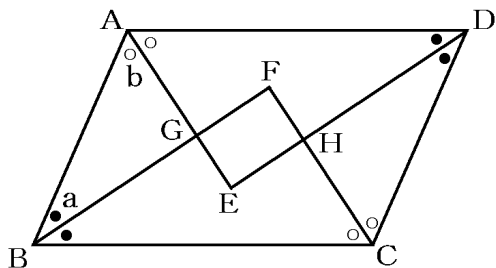
[問題](3学期)

右の図のように、平行四辺形  $ABCD$  の4つの内角  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$ ,  $\angle D$  の二等分線で作られた四角形  $EFGH$  が、長方形になることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\angle ABG = a$ ,  $\angle BAG = b$  とおく。

仮定より,  $\angle ABC = 2a$ ,  $\angle BAD = 2b$

平行四辺形の向かい合う角は等しいので,

$\angle ADC = \angle ABC = 2a$ ,  $\angle BCD = \angle BAD = 2b$

四角形の内角の和は  $360^\circ$  なので,

$\angle ABC + \angle BCD + \angle ADC + \angle BAD = 360^\circ$

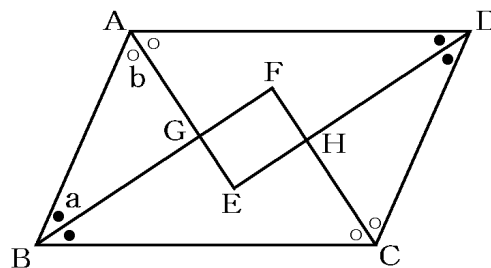
$2a + 2b + 2a + 2b = 360^\circ$ ,  $4a + 4b = 360^\circ$ ,  $a + b = 90^\circ$

よって,  $\angle EGF = \angle AGB = 180^\circ - (a + b) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

同様にして,  $\angle GFH = \angle FHE = \angle HEG = 90^\circ$  なので,

四角形 EFGH の 4 つの角はすべて等しい。

したがって, 四角形 EFGH は長方形になる。





【】 平行線と面積

【】 面積が等しい三角形をさがす

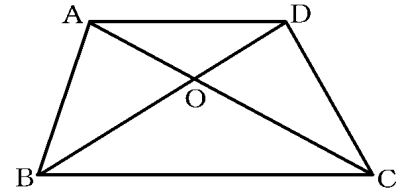
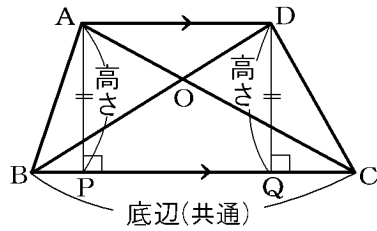
[問題](3学期)

右の図は  $AD \parallel BC$  の台形である。 $\triangle ABC$  と面積の等しい三角形を記号で表せ。

[解答欄]

--	--

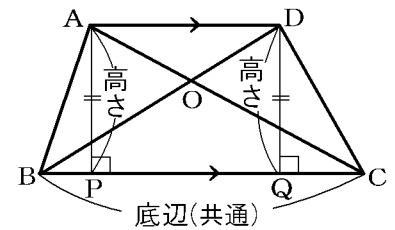
[ヒント]



[解答] $\triangle DBC$

[解説]

$\triangle ABC$  と  $\triangle DBC$  で、図のように  $P, Q$  をとる。  
それぞれの三角形の底辺を  $BC$  とすると、底辺は共通。  
 $AD \parallel BC$  なので  $AP = DQ$  で、それぞれの三角形の高さも等しい。よって 2 つの三角形の面積は等しい。



[問題](後期期末)

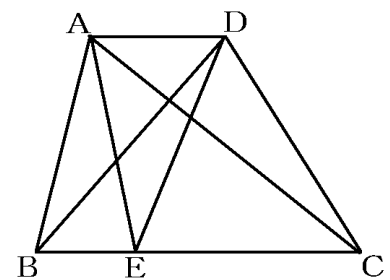
右の図で、 $E$  は  $AD \parallel BC$  の台形  $ABCD$  の辺  $BC$  上の点である。次の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle ABE$  と面積の等しい三角形を 1 つ答えよ。
- (2)  $\triangle AED$  と面積の等しい三角形を 2 つ答えよ。

[解答欄]

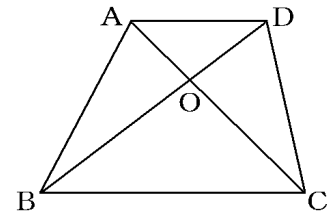
(1)	(2)
-----	-----

[解答](1)  $\triangle DBE$  (2)  $\triangle ABD, \triangle ACD$



[問題](3 学期)

右の図は、 $AD \parallel BC$  の台形  $ABCD$  で、対角線  $AC$  と  $BD$  の交点を  $O$  とする。このとき、次の各問いに答えよ。

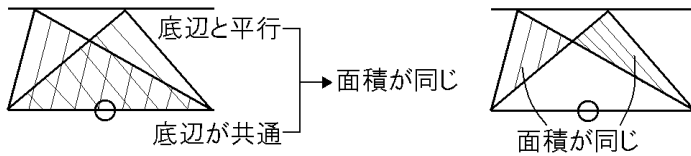


- (1)  $\triangle ABC$  と面積が等しい三角形はどれか。
- (2)  $\triangle ABO$  と面積が等しい三角形はどれか。

[解答欄]

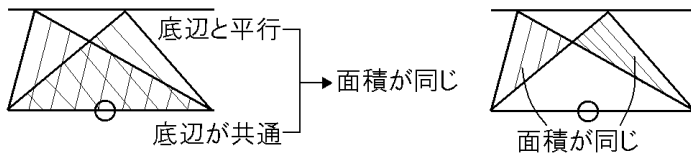
(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



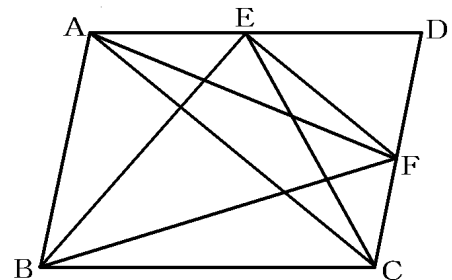
[解答](1)  $\triangle DBC$  (2)  $\triangle DCO$

[解説]



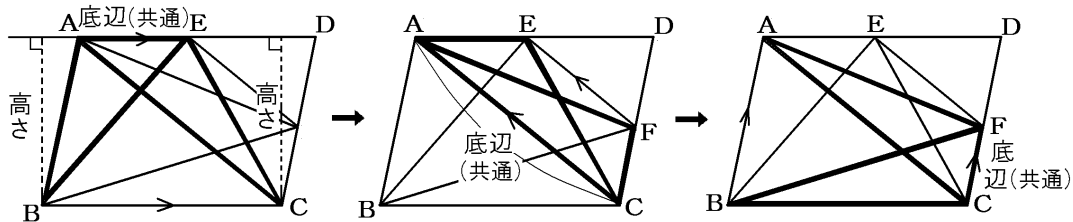
[問題](3 学期)

平行四辺形  $ABCD$  の対角線  $AC$  に平行な直線が辺  $AD$ ,  $CD$  と交わる点を、それぞれ  $E$ ,  $F$  とする。このとき、 $\triangle ABE$  と面積が等しい三角形を 3 つ答えよ。



[解答欄]

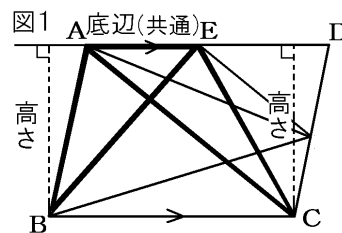
[ヒント]



[解答]  $\triangle ACE$ ,  $\triangle ACF$ ,  $\triangle BCF$

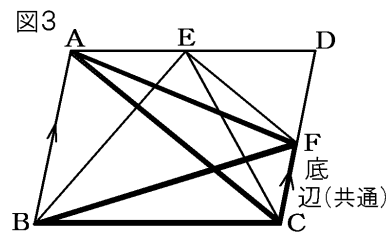
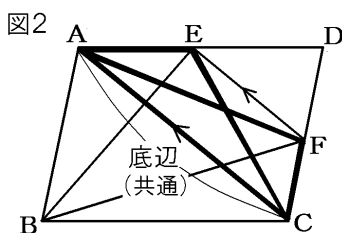
[解説]

右の図1のように、 $\triangle ABE$ のAEを底辺とすると、BCは底辺に平行なので、 $\triangle ACE$ は $\triangle ABE$ と底辺が共通で高さが同じになる。したがって、 $\triangle ACE$ と $\triangle ABE$ は面積が等しくなる。



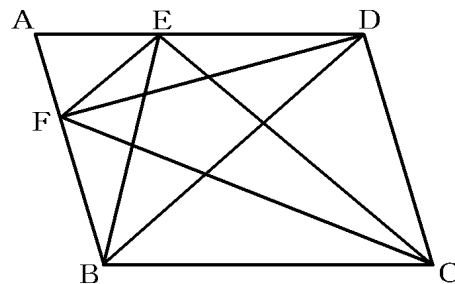
次に、 $\triangle ACE$ と面積が等しい三角形をさがす。

図2で、 $\triangle ACE$ と底辺ACを同じにする $\triangle ACF$ は、EFが底辺と平行なので、面積が同じになる。同様にして、図3で $\triangle ACF$ と $\triangle BCF$ は面積が同じになる。



[問題](3学期)

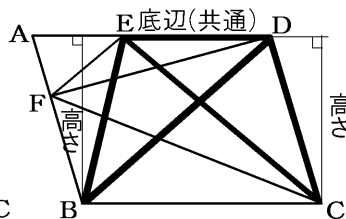
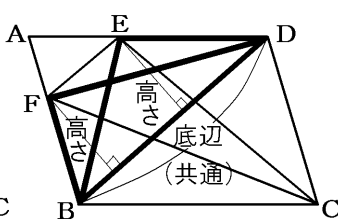
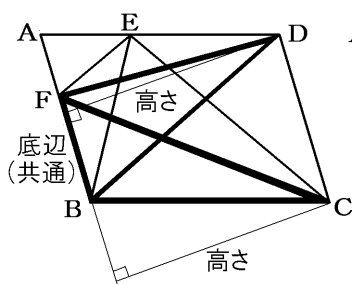
平行四辺形 ABCD の対角線 BD に平行な直線が辺 AD, AB と交わる点をそれぞれ E, F とする。このとき、 $\triangle BCF$  と面積が等しい三角形を3つあげよ。



[解答欄]

[解答]  $\triangle BDF$ ,  $\triangle BDE$ ,  $\triangle CDE$

[解説]

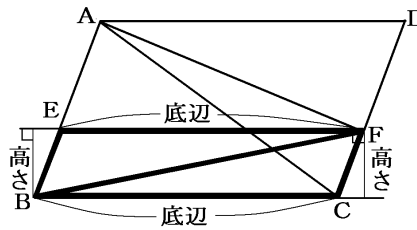
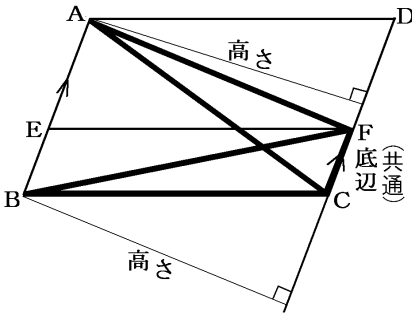
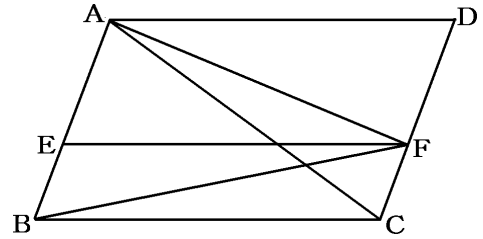


[問題](3学期)

次の平行四辺形 ABCD で、 $BC \parallel EF$  であるとき、 $\triangle FCB$  と面積が等しい三角形を 2 つ書け。

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $\triangle FCA$ ,  $\triangle BEF$

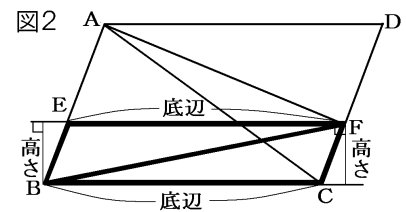
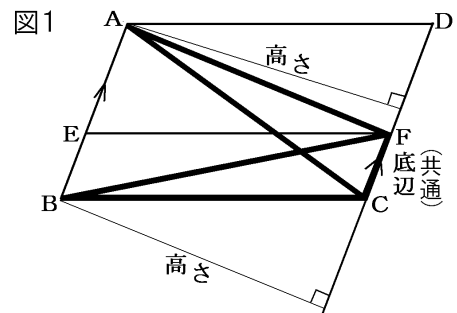
[解説]

図 1 のように、 $\triangle FCB$  の底辺を  $FC$  とすると、 $AB$  は底辺  $FC$  に平行なので、 $\triangle FCA$  は  $\triangle FCB$  と底辺が共通で高さが同じになる。したがって、 $\triangle FCA$  は  $\triangle FCB$  と面積が同じになる。

次に、図 2 の  $\triangle FCB$  と  $\triangle BEF$  で、 $\triangle FCB$  の底辺を  $CB$ 、 $\triangle BEF$  の底辺を  $EF$  とする。

四角形  $BCEF$  は平行四辺形になるので、 $CB=EF$  となる。したがって、2 つの三角形の底辺の長さが等しくなる(共通ではない)。また、 $BC \parallel EF$  なので、2 つの三角形の高さは等しくなる。

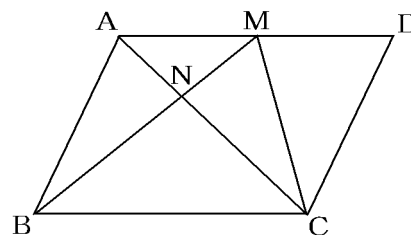
よって、 $\triangle FCB$  と  $\triangle BEF$  は面積が等しくなる。



[問題](3学期)

右の図の平行四辺形 ABCD で、M は辺 AD の中点である。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle ABC$  と面積の等しい三角形を 2 つあげよ。  
 (2)  $\triangle ABM$  と面積の等しい三角形を 2 つあげよ。

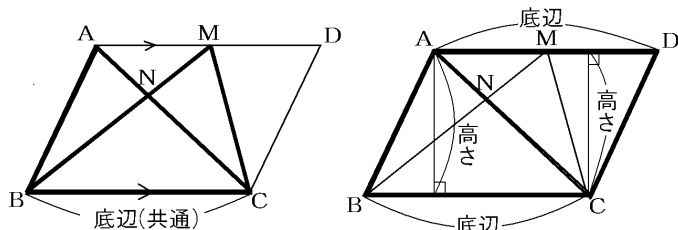


[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

(1)



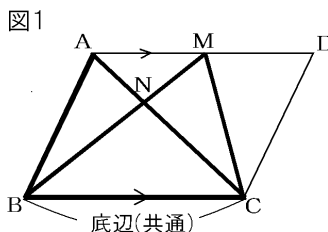
[解答](1)  $\triangle BMC$ ,  $\triangle ACD$  (2)  $\triangle ACM$ ,  $\triangle MCD$

[解説]

(1) 図 1 のように、

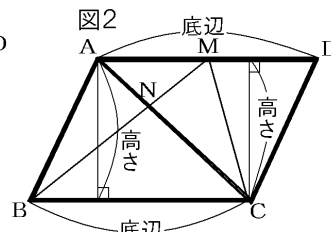
$\triangle ABC$  と  $\triangle BMC$  で、BC を共通の底辺とすると、  
 $AM \parallel BC$  なので、 $\triangle ABC$  と  $\triangle BMC$  の高さは等しくなる。したがって、  
 $\triangle ABC$  と  $\triangle BMC$  は面積が等しい。

図1



次に、図 2 の  $\triangle ABC$  と  $\triangle ACD$  は、底辺と高さがそれぞれ等しいので、面積も等しくなる。

図2



(2) 図 3 のように、

$\triangle ABM$  と  $\triangle ACM$  で、AM を共通の底辺とすると、  
 $AM \parallel BC$  なので、 $\triangle ABM$  と  $\triangle ACM$  の高さは等しくなる。したがって、  
 $\triangle ABM$  と  $\triangle ACM$  は面積が等しい。

図3

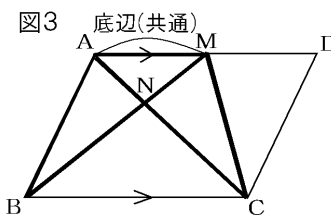
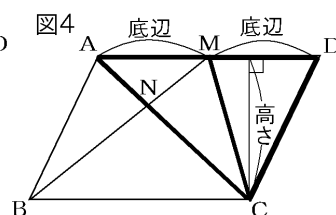


図4



次に、図 4 の  $\triangle ACM$  と  $\triangle MCD$  は、底辺と高さがそれぞれ等しいので、面積も等しくなる。

【】 等積変形

[問題](3学期)

右図で、 $DE \parallel AC$  のとき、四角形  $ABCD$  の面積と  $\triangle ABE$  の面積が等しくなることを( )を埋めて証明せよ。

(仮定) ( ア )

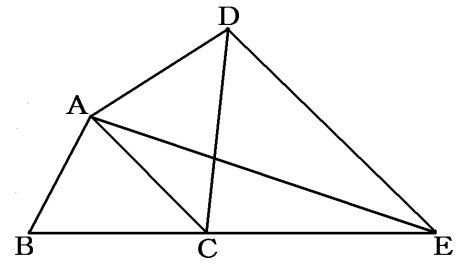
(結論) ( イ )

(証明)

四角形  $ABCD = \triangle ABC + \triangle(ウ)$

また、 $DE \parallel AC$  より、 $\triangle(ウ) = \triangle(エ)$

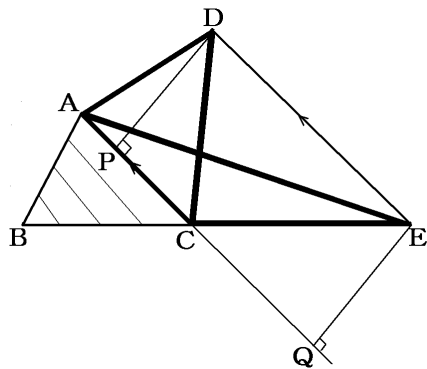
四角形  $ABCD = \triangle ABC + \triangle(ウ) = \triangle ABC + \triangle(エ) = \triangle ABE$



[解答欄]

ア	イ	
ウ	エ	

[ヒント]



[解答]ア  $DE \parallel AC$  イ 四角形  $ABCD$  の面積と  $\triangle ABE$  の面積が等しい ウ  $\triangle ACD$   
エ  $\triangle ACE$

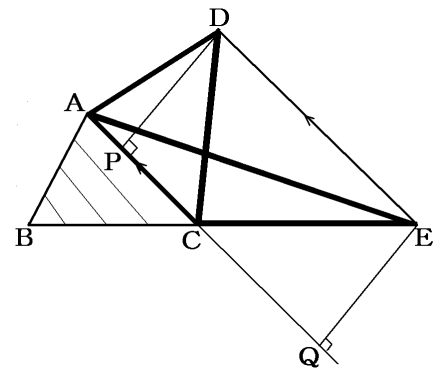
[解説]

$\triangle ACD$  と  $\triangle ACE$  において、 $AC$  を共通の底辺とすると、 $DE \parallel AC$  なので、右図のように、 $DP = EQ$  で高さが等しい。よって、2つの三角形の面積は等しく、

$$\triangle ACD = \triangle ACE$$

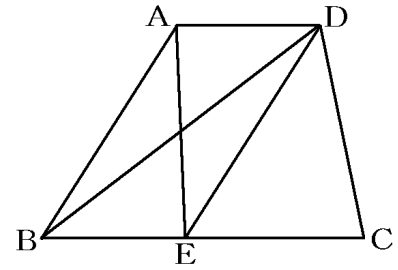
$$\text{四角形 } ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACE = \triangle ABE$$



[問題](3 学期)

右の図の四角形 ABCD は  $AD \parallel BC$  の台形である。  
 $AB \parallel ED$  となるように点 E を BC 上にとったとき、  
 $\triangle DBC =$  四角形 AECD であることを、次のように証明  
 した。( ) にあてはまるものを入れよ。



(証明)

$\triangle DBE$  と  $\triangle DAE$  は、底辺( ア ), を共通とし、  
 $AB \parallel$  ( イ )

よって、 $\triangle DBE = \triangle DAE \dots \textcircled{1}$

また、 $\triangle DBC = \triangle DBE + \triangle DEC \dots \textcircled{2}$

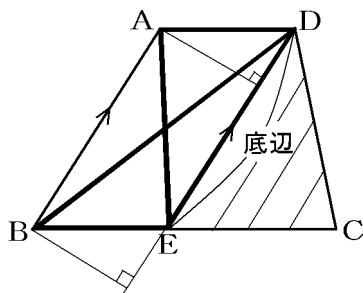
四角形 AECD =  $\triangle DAE +$  ( ウ )  $\dots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ ,  $\textcircled{3}$  から、 $\triangle DBC =$  四角形 AECD

[解答欄]

ア	イ	ウ
---	---	---

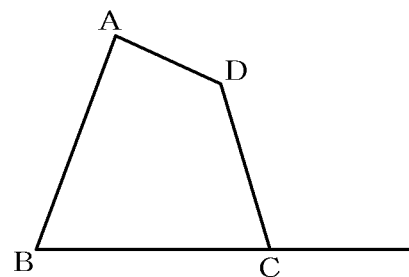
[ヒント]



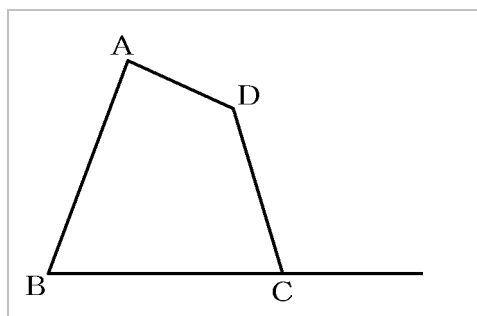
[解答] ア DE イ DE ウ  $\triangle DEC$

[問題](3 学期)

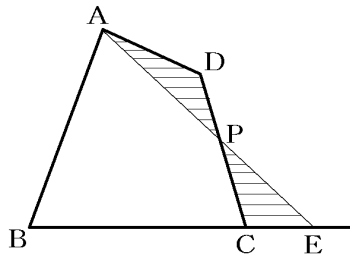
右のような四角形 ABCD がある。BC の  
 延長線上に点 E をとり、 $\triangle ABE$  の面積と  
 四角形 ABCD の面積が等しくなるように  
 したい。点 E を作図せよ。



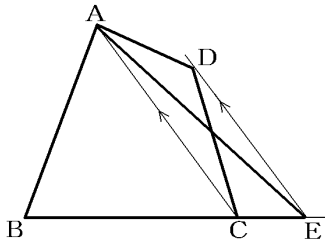
[解答欄]



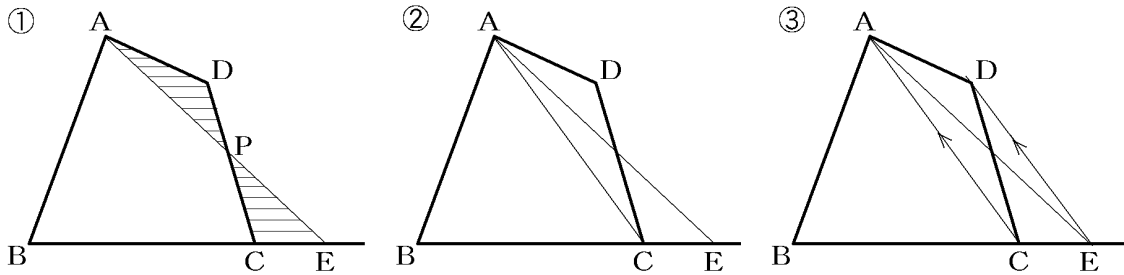
[ヒント]



[解答]



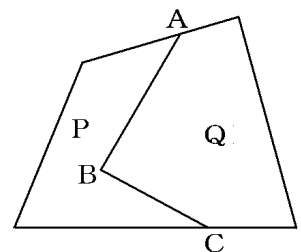
[解説]



まず、上図①のように BC の延長線上に、四角形 ABCD と  $\triangle ABE$  の面積がおおよそ等しくなるような点 E をとってみる。四角形 ABCD と  $\triangle ABE$  の面積が等しいとき、 $\triangle ADP$  と  $\triangle CEP$  の面積が等しくなる。そこで、図②のように A と C を結ぶ。 $\triangle ADP$  と  $\triangle CEP$  の面積が等しいとき、 $\triangle ACD$  と  $\triangle ACE$  の面積は等しくなる。AC を共通な底辺と考えると、図③のように、DE は底辺 AC に平行になる。

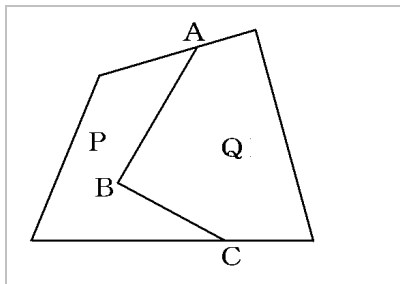
[問題](3 学期)

右の図において、折れ線 ABC を境界線とする P と Q の 2 つの土地がある。この 2 つの土地の面積を変えずに 2 つとも四角形になるように、図の点 A を通る線分に境界線を改めたい。この条件に合うように、境界線 AD を作図せよ。ただし、平行な線は記号であらわすこと。

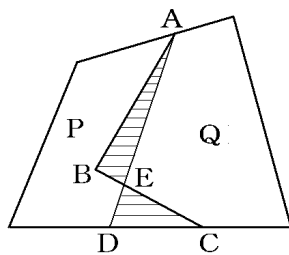




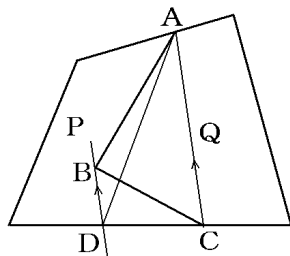
[解答欄]



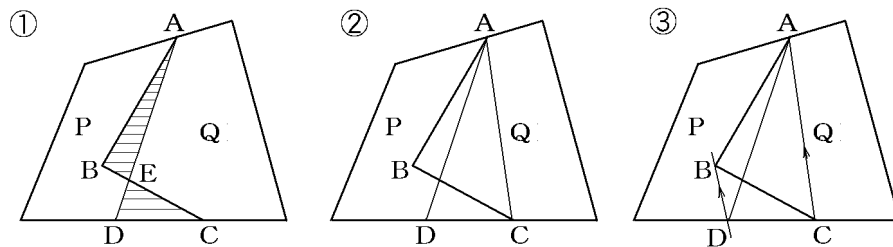
[ヒント]



[解答]



[解説]

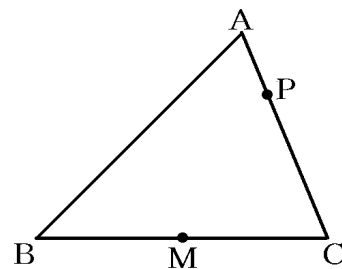
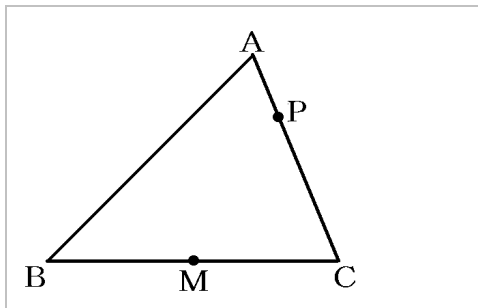


まず、上図①のように、境界線変更前と変更後の面積がおおよそ等しくなるように  $AD$  を引く。 $Q$  についていえば、 $\triangle ABE$  が減少する部分で、 $\triangle EDC$  が増加する部分である。この2つの三角形の面積が同じになればよい。次に図②のように  $A$  と  $C$  を結ぶ。 $\triangle ABE$  と  $\triangle EDC$  の面積が等しいとき、 $\triangle ABC$  と  $\triangle ADC$  の面積は等しくなる。 $AC$  を共通な底辺と考えると、図③のように、 $BD$  は底辺  $AC$  に平行になる。

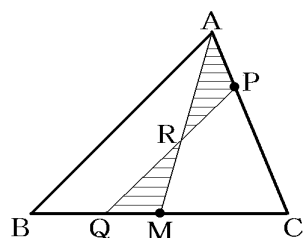
[問題](3学期)

$\triangle ABC$ において、辺  $BC$  の中点を  $M$ 、辺  $AC$  上の点を  $P$  とする。辺  $BC$  上に点  $Q$  をとって、 $\triangle ABC$  の面積を 2 等分するような線分  $PQ$  を作図せよ。

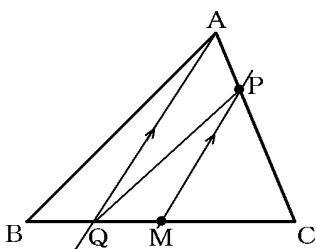
[解答欄]



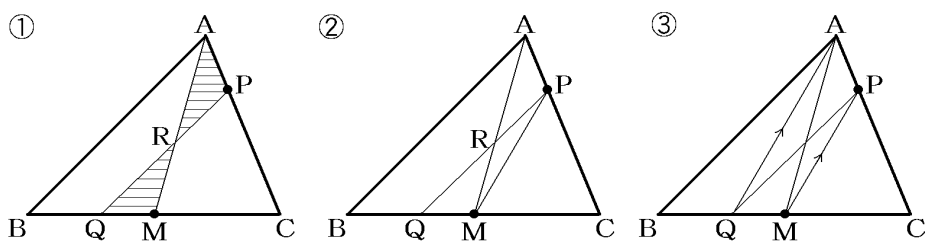
[ヒント]



[解答]



[解説]



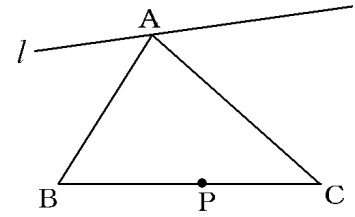
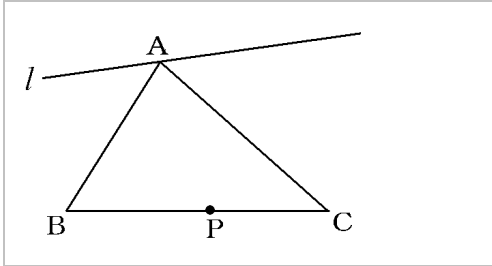
$M$  は  $BC$  の中点なので、 $\triangle ABM$  と  $\triangle ACM$  は面積が等しい。したがって、 $\triangle ACM$  は  $\triangle ABC$  の半分の面積である。 $PQ$  が  $\triangle ABC$  の面積を二等分するとき、 $\triangle PQC$  の面積は  $\triangle ACM$  の面積と等しくなる。上図①のように、 $\triangle PQC$  と  $\triangle ACM$  の面積がおおよそ等しくなるように点  $Q$  をとる。このとき、 $\triangle APR$  と  $\triangle QMR$  の面積は等しい。次に図②のように  $P$  と  $M$  を結ぶ。 $\triangle APR$  と  $\triangle QMR$  の面積が等しいとき、 $\triangle AMP$  と  $\triangle QMP$  の面積は等しくなる。 $MP$  を共通な底辺と考えると、図③のように、 $AQ$  は底辺  $MP$  に平行になる。

[問題](3学期)

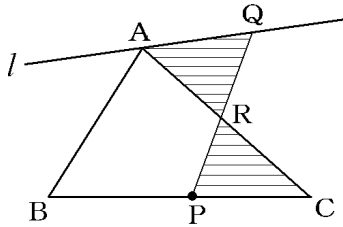
右の図のように、 $\triangle ABC$  の頂点  $A$  を通る直線  $l$  と、辺  $BC$  上に点  $P$  がある。 $l$  上に点  $Q$  をとり、四角形  $ABPQ$  が  $\triangle ABC$  の面積と等しくなるようにする。

点  $Q$  を作図せよ。

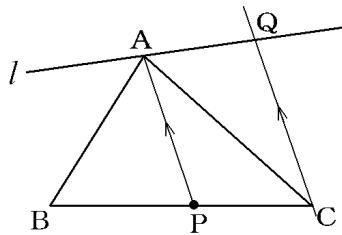
[解答欄]



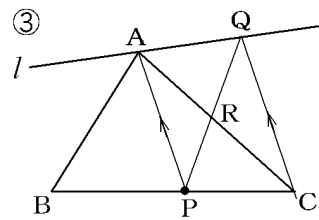
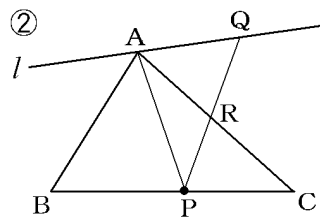
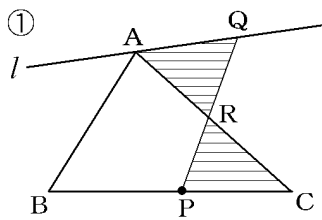
[ヒント]



[解答]

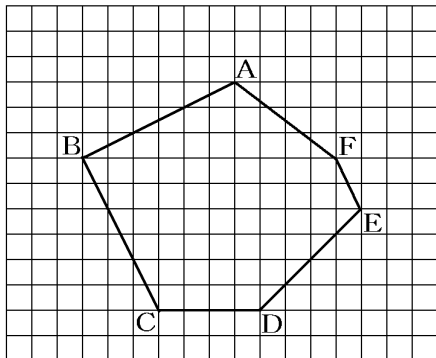


[解説]

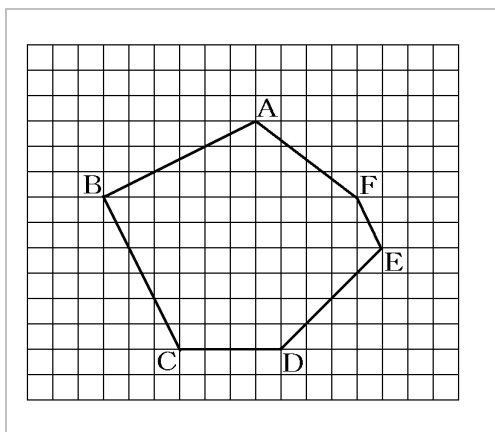


[問題](3 学期)

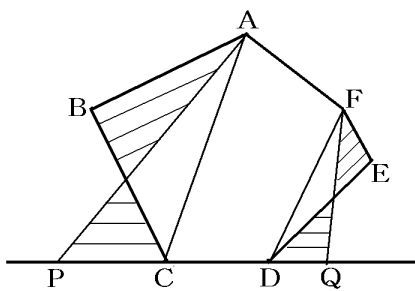
次の図で、直線  $CD$  上に点  $P$ ,  $Q$  をとり、六角形  $ABCDEF$  と面積の等しい四角形  $APQF$  をかけ。



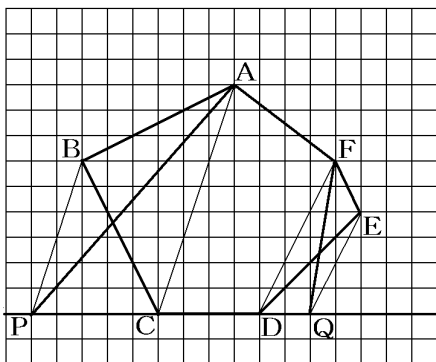
[解答欄]



[ヒント]

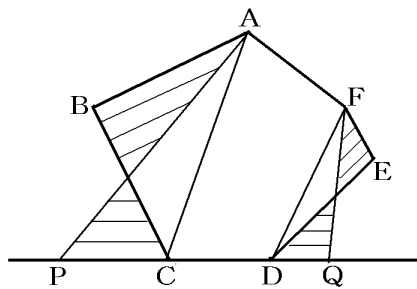


[解答]



[解説]

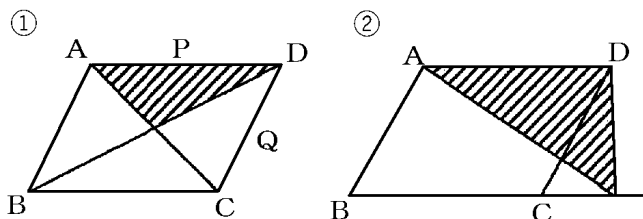
$AC \parallel BP$  となるように  $P$  をとれば,  $\triangle ABC$  の面積と  $\triangle APC$  の面積は等しくなる。  
 $FD \parallel EQ$  となるように  $Q$  をとれば,  $\triangle FED$  の面積と  $\triangle FQD$  の面積は等しくなる。



【】面積を求める

[問題](3学期)

次の図で、斜線部分の面積を求めよ。ただし、平行四辺形 ABCD の面積は  $120\text{cm}^2$  とする。

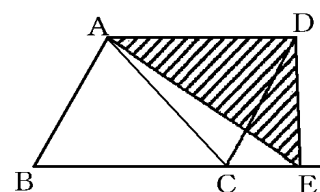


[解答欄]

①	②
---	---

[ヒント]

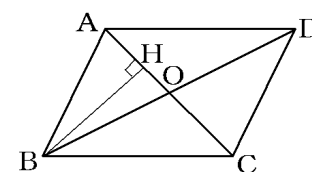
- ① 平行四辺形の 2 つの対角線で分けられる 4 つの三角形はすべて面積が等しい。
- ② 右図で、 $\triangle ADE$  と  $\triangle ADC$  の面積は等しい。



[解答]①  $30\text{cm}^2$  ②  $60\text{cm}^2$

[解説]

① 平行四辺形の対角線で分けられる 2 つの三角形は合同である。したがって、右図の  $\triangle ABD$  と  $\triangle CBD$  は面積が等しい。また、 $\triangle BAC$  と  $\triangle DAC$  も面積が等しい。



さらに、平行四辺形の 2 つの対角線で分けられる 4 つの三角形 (右図の  $\triangle ABO$ ,  $\triangle BCO$ ,  $\triangle CDO$ ,  $\triangle ADO$ ) はすべて面積が等しい。

例えば、右図の  $\triangle ABO$  と  $\triangle BCO$  で、 $AO$ ,  $CO$  をそれぞれの三角形の底辺とする。平行四辺形の対角線は中点で交わるので、 $AO=CO$  となる。また、2 つの三角形の高さ  $BH$  は共通である。したがって、 $\triangle ABO$  と  $\triangle BCO$  の面積は等しくなる。同様にして、 $\triangle BCO$  と  $\triangle CDO$ ,  $\triangle CDO$  と  $\triangle ADO$  も面積が等しくなる。

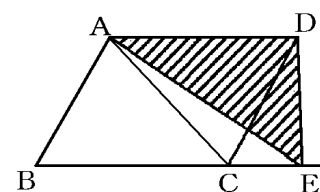
よって、問題図の図の斜線部分の面積は、 $120(\text{cm}^2) \div 4 = 30(\text{cm}^2)$  となる。

② 右図の  $\triangle ADE$  と  $\triangle ADC$  の共通の底辺を  $AD$  とすると、 $CE \parallel AD$  なので、2 つの三角形の高さは等しくなる。

したがって、 $\triangle ADE$  と  $\triangle ADC$  の面積は等しい。

平行四辺形 ABCD の面積は  $120\text{cm}^2$  なので、 $\triangle ADC$  の面積は、 $120(\text{cm}^2) \div 2 = 60(\text{cm}^2)$  となる。

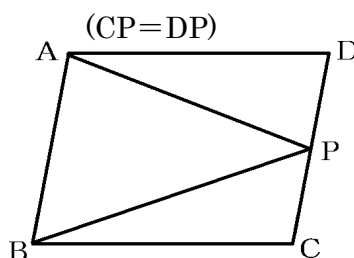
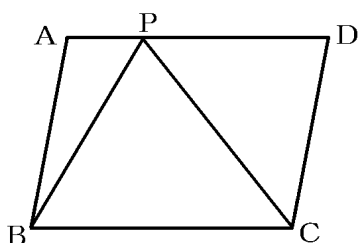
したがって、 $\triangle ADE$  の面積も  $60(\text{cm}^2)$  となる。



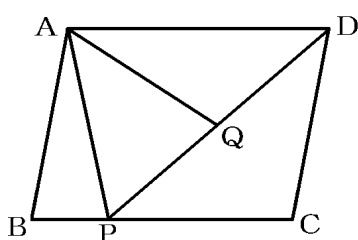
[問題](3学期)

面積が  $40\text{cm}^2$  の平行四辺形  $ABCD$  で、点  $P$  を次のようにとるとき、以下の各問いに答えよ。

- (1)  $\triangle ABP + \triangle CDP$  の面積を求めよ。 (2)  $\triangle ADP$  の面積を求めよ。



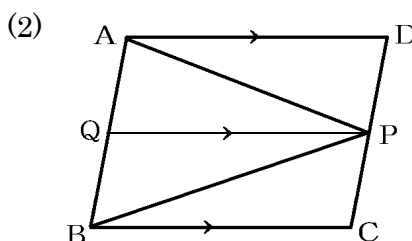
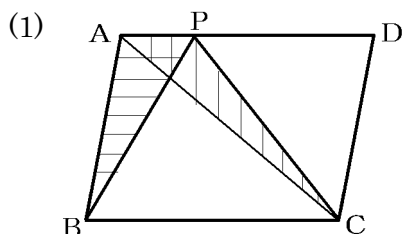
- (3) 点  $Q$  が線分  $DP$  の中点であるときの  $\triangle APQ$  の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]



- (3)  $\triangle APD$  の面積は平行四辺形  $ABCD$  の  $\frac{1}{2}$ ,  $\triangle APQ$  の面積は  $\triangle APD$  の  $\frac{1}{2}$

[解答](1)  $20\text{cm}^2$  (2)  $10\text{cm}^2$  (3)  $10\text{cm}^2$

[解説]

(1) 右図のように線分  $AC$  をひく。

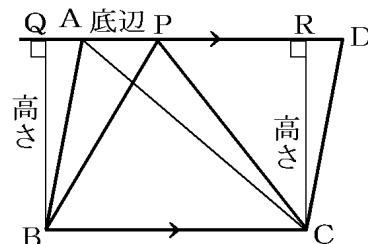
$\triangle ABP$  と  $\triangle ACP$  について、

$AP$  を共通の底辺とすると、 $QD \parallel BC$  なので、

$BQ = CR$  となり、2つの三角形の高さも等しくなり、

$\triangle ABP = \triangle ACP$  と2つの三角形の面積は等しくなる。

よって、 $\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle ACP + \triangle CDP = \triangle ACD$



$\triangle ACD$  の面積は平行四辺形  $ABCD$  の  $\frac{1}{2}$  で、 $40 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm}^2)$  となる。

(2) 右図のように  $AD$ ,  $BC$  に平行な線分  $PQ$  をひく。

明らかに、4つの三角形( $\triangle ADP$ ,  $\triangle PQA$ ,

$\triangle PQB$ ,  $\triangle CBP$ )はすべて面積が等しい。

よって、( $\triangle ADP$  の面積) $=40 \div 4 = 10\text{cm}^2$

(3) 右図のように底辺と高さをとると、

(平行四辺形  $ABCD$  の面積) $=(\text{底辺 } AD) \times (\text{高さ } BH)$

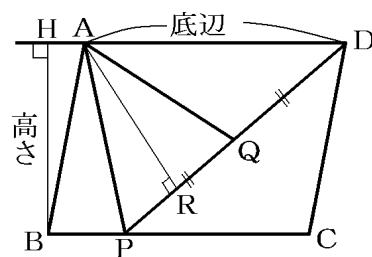
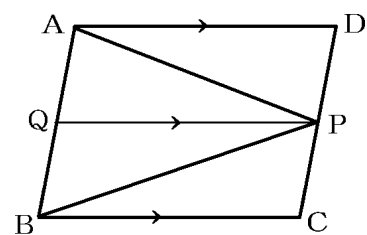
( $\triangle ADP$  の面積) $=\frac{1}{2} \times (\text{底辺 } AD) \times (\text{高さ } BH)$

よって、 $\triangle ADP$  の面積は平行四辺形  $ABCD$  の面積の半分で、 $40 \div 2 = 20(\text{cm}^2)$

次に、 $\triangle APQ$  と  $\triangle ADQ$  について、

点  $Q$  が線分  $DP$  の中点であるので、(底辺  $PQ$ ) $=(\text{底辺 } DQ)$

高さ  $AR$  は共通。よって、 $\triangle APQ$  と  $\triangle ADQ$  の面積は等しく、 $\triangle APQ$  の面積は  $\triangle ADP$  の半分になる。ゆえに、( $\triangle APQ$  の面積) $=20 \div 2 = 10(\text{cm}^2)$

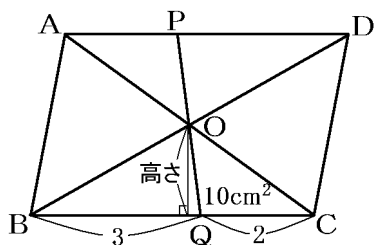


[問題](3学期)

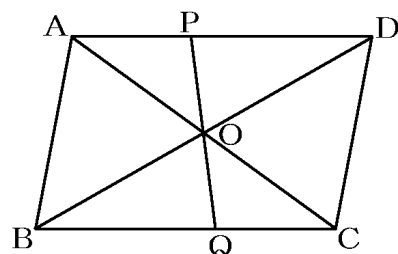
平行四辺形  $ABCD$  で対角線の交点  $O$  を通る直線をひき、  
 辺  $AD$ ,  $BC$  との交点をそれぞれ  $P$ ,  $Q$  とする。 $BQ : QC = 3 : 2$ ,  $\triangle OCQ = 10\text{cm}^2$  であるとき、 $\triangle OAB$  の面積を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]



[解答]  $25(\text{cm}^2)$





[解説]

$\triangle OBQ$  と  $\triangle OCQ$  で、底辺をそれぞれ  $BQ$ ,  $CQ$  とすると高さは共通なので、2つの三角形の面積比は底辺の長さの比になる。

よって、 $\triangle OBQ : \triangle OCQ = BQ : CQ = 3 : 2$

$\triangle OCQ = 10\text{cm}^2$  なので、

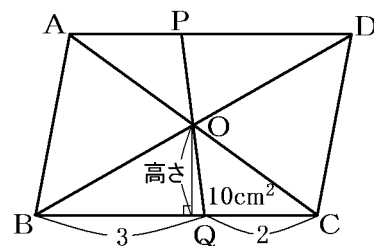
$$\triangle OBQ = 10 \times \frac{3}{2} = 15(\text{cm}^2)$$

よって、 $\triangle OCB = \triangle OBQ + \triangle OCQ = 15 + 10 = 25(\text{cm}^2)$

ところで、平行四辺形の対角線は中点で交わるので、 $OA = OC$

$\triangle OAB$  と  $\triangle OCB$  の底辺をそれぞれ  $OA$ ,  $OC$  とすると、高さは共通で等しい。

高さと同じ長さなので、 $\triangle OAB = \triangle OCB = 25(\text{cm}^2)$



## 【FdData 中間期末製品版のご案内】

詳細は、[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#)に掲載 ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

### ◆印刷・編集

この PDF ファイルは、FdData 中間期末を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 中間期末は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

### ◆FdData 中間期末の特徴

中間期末試験で成績を上げる秘訣は過去問を数多く解くことです。FdData 中間期末は、実際に全国の中学校で出題された試験問題をワープロデータ(Word 文書)にした過去問集です。各教科(社会・理科・数学)約 1800~2100 ページと豊富な問題を収録しているため、出題傾向の 90%以上を網羅しております。

FdData 中間期末を購入いただいたお客様からは、「市販の問題集とは比べものにならない質の高さですね。子どもが受けた今回の期末試験では、ほとんど同じような問題が出て今までにないような成績をとることができました。」「製品の質の高さと豊富な問題量に感謝します。試験対策として、塾の生徒に FdData の膨大な問題を解かせたところ、成績が大幅に伸び過去最高の得点を取れました。」などの感想をいただいております。

### ◆サンプル版と製品版の違い

ホームページ上に掲載しておりますサンプルは、印刷はできませんが、製品の全内容を掲載しており、どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。しかし、FdData 中間期末がその本来の力を発揮するのは印刷ができる製品版においてです。印刷した問題を、鉛筆を使って一問一問解き進むことで、大きな学習効果を得ることができます。さらに、製品版は、すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」、編集に適した「問題解答一体形式」、暗記分野で効果を発揮する「一問一答形式」(理科と社会)の 3 形式を含んでいますので、目的に応じて活用することができます。

※[FdData 中間期末の特徴\(QandA 方式\)](#) ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

### ◆FdData 中間期末製品版(Word 版)の価格(消費税込み)

※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

[数学 1 年](#)、[数学 2 年](#)、[数学 3 年](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[理科 1 年](#)、[理科 2 年](#)、[理科 3 年](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[社会地理](#)、[社会歴史](#)、[社会公民](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は、メール([info2@fdtext.com](mailto:info2@fdtext.com))、または電話(092-811-0960)で承っております。

※[注文→インストール→編集・印刷の流れ](#)、[※注文メール記入例](#) ([Shift]+左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail : [info2@fdtext.com](mailto:info2@fdtext.com) Tel : 092-811-0960