

【FdData 中間期末：中学数学 3 年：二次方程式応用】

[\[係数の決定／整数の問題／面積の問題／体積の問題／動点の問題／その他の応用問題／FdData 中間期末製品版のご案内\]](#)

[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#) 掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧

※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

数学：[\[数学 1 年\]](#)，[\[数学 2 年\]](#)，[\[数学 3 年\]](#) ([Shift]+左クリック)

理科：[\[理科 1 年\]](#)，[\[理科 2 年\]](#)，[\[理科 3 年\]](#) ([Shift]+左クリック)

社会：[\[社会地理\]](#)，[\[社会歴史\]](#)，[\[社会公民\]](#) ([Shift]+左クリック)

※全内容を掲載しておりますが、印刷はできないように設定しております

【】 係数の決定

[係数 a を求める]

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2 + 2x - a = 0$ の 1 つの解が -3 であるとき、 a の値を求めよ。また、もう 1 つの解を求めよ。

[解答欄]

$a =$	$x =$
-------	-------

[ヒント]

$x^2 + 2x - a = 0$ に $x = -3$ を代入して a の値を求める。

[解答] $a = 3$ $x = 1$

[解説]

$x^2 + 2x - a = 0 \cdots \textcircled{1}$ の解の 1 つが -3 であるので、 $x = -3$ を $\textcircled{1}$ の左辺に代入しても $\textcircled{1}$ の等式が成り立つ。

$x^2 + 2x - a = 0$ に $x = -3$ を代入すると、 $9 - 6 - a = 0$ ， $3 - a = 0$ ， $a = 3$

$x^2 + 2x - a = 0$ に $a = 3$ を代入すると $x^2 + 2x - 3 = 0$

かけて -3 ，加えて 2 になる 2 数は $-1, 3$ なので、 $(x - 1)(x + 3) = 0$

よって $x - 1 = 0$ ， $x + 3 = 0$ ゆえに $x = 1, -3$

以上より $a = 3$ ，他の解は $x = 1$

[問題](2学期中間)

二次方程式 $x^2 + ax - 10 = 0$ の解の 1 つが 2 であるとき、 a の値を求めよ。また、他の解を求めよ。

[解答欄]

$a =$	$x =$
-------	-------

[解答] $a = 3$ $x = -5$

[解説]

$x^2 + ax - 10 = 0$ に $x = 2$ を代入すると、 $4 + 2a - 10 = 0$ 、 $2a - 6 = 0$ 、 $2a = 6$ 、 $a = 3$

次に $x^2 + ax - 10 = 0$ に $a = 3$ を代入すると、 $x^2 + 3x - 10 = 0$

かけて -10 、加えて 3 になる 2 数は -2 、 5 よって $(x - 2)(x + 5) = 0$

$x - 2 = 0$ 、 $x + 5 = 0$ ゆえに $x = 2$ 、 -5

以上より $a = 3$ 、他の解は $x = -5$

[問題](2学期中間)

二次方程式 $x^2 + ax - 4 = 0$ の解の 1 つは -1 である。このとき、 a の値ともう 1 つの解を求めよ。

[解答欄]

$a =$	$x =$
-------	-------

[解答] $a = -3$ $x = 4$

[解説]

$x^2 + ax - 4 = 0$ に $x = -1$ を代入すると、 $1 - a - 4 = 0$ 、 $-3 - a = 0$ 、 $a = -3$

$a = -3$ を $x^2 + ax - 4 = 0$ に代入すると、 $x^2 - 3x - 4 = 0$

かけて -4 、加えて -3 になる 2 数は -4 、 1 なので、 $(x - 4)(x + 1) = 0$

よって $x - 4 = 0$ 、 $x + 1 = 0$ ゆえに $x = 4$ 、 -1

以上より $a = -3$ 、他の解は $x = 4$

[問題](2学期中間)

二次方程式 $x^2 - ax + 3 = 0$ の解の 1 つが 3 であるとき、 a の値を求めよ。また、他の解を求めよ。

[解答欄]

$a =$	$x =$
-------	-------

[解答] $a = 4$ $x = 1$

[解説]

$x^2 - ax + 3 = 0$ に $x = 3$ を代入すると, $9 - 3a + 3 = 0$, $-3a = -12$, $a = 4$

$a = 4$ を $x^2 - ax + 3 = 0$ に代入すると, $x^2 - 4x + 3 = 0$, かけて3, 加えて-4になる2数は-1, -3なので, $(x-1)(x-3) = 0$ ゆえに $x = 1, 3$

以上より $a = 4$, 他の解は $x = 1$

[問題](2学期中間)

二次方程式 $x^2 - ax + 6 = 0$ の解の1つが2であるとき, a の値を求めよ。また他の解も求めよ。

[解答欄]

$a =$	$x =$
-------	-------

[解答] $a = 5$ $x = 3$

[解説]

$x^2 - ax + 6 = 0$ に $x = 2$ を代入すると, $4 - 2a + 6 = 0$, $-2a = -10$, $a = 5$

$a = 5$ を $x^2 - ax + 6 = 0$ に代入すると, $x^2 - 5x + 6 = 0$

かけて6, 加えて-5になる2数は-2, -3なので $(x-2)(x-3) = 0$, ゆえに $x = 2, 3$

以上より $a = 5$, 他の解は $x = 3$

[問題](後期中間)

2次方程式 $x^2 - ax + 4a - 6 = 0$ の解の1つが $2a$ であるとき, a の値を求めよ。

[解答欄]

--

[解答] $a = -3, 1$

[解説]

$x^2 - ax + 4a - 6 = 0$ に $x = 2a$ を代入すると,

$$(2a)^2 - a \times 2a + 4a - 6 = 0$$

$$4a^2 - 2a^2 + 4a - 6 = 0$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$(a+3)(a-1) = 0$$

よって, $a = -3, 1$

[問題](3 学期)

二次方程式 $x^2 + ax - 7 = 0$ の解が -1 と b であるとき、 a 、 b の値を求めよ。

[解答欄]

$a =$	$x =$
-------	-------

[ヒント]

$x^2 + ax - 7 = 0$ に $x = -1$ を代入する。さらに、 $x^2 + ax - 7 = 0$ に $x = b$ を代入する。

[解答] $a = -6$ $b = 7$

[解説]

$x = -1$ を $x^2 + ax - 7 = 0$ に代入すると、 $1 - a - 7 = 0$ 、 $a = -6$

$a = -6$ を $x^2 + ax - 7 = 0$ に代入すると、 $x^2 - 6x - 7 = 0$ 、 $(x+1)(x-7) = 0$

$x+1=0$ 、 $x-7=0$ ゆえに $x = -1, 7$

よって、 $b = 7$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2 + ax - 14 = 0$ の解の 1 つが 2 であるとき、他の解を求めよ。

[解答欄]

--

[解答] $x = -7$

[解説]

$x^2 + ax - 14 = 0$ に $x = 2$ を代入すると、 $4 + 2a - 14 = 0$ 、 $10 - 2a = 0$ 、 $a = 5$

$x^2 + ax - 14 = 0$ に $a = 5$ を代入すると、 $x^2 + 5x - 14 = 0$ 、 $(x-2)(x+7) = 0$

$x = 2, -7$

よって、他の解は $x = -7$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2 - 2x - 15 = 0$ の負の解が、二次方程式 $x^2 + ax - 2a + 6 = 0$ の解の 1 つになっている。このとき、 a の値を求めよ。

[解答欄]

--

[ヒント]

$x^2 - 2x - 15 = 0$ を解くと正と負の解が得られる。そのうちの負の解を $x^2 + ax - 2a + 6 = 0$ に代入する。

[解答] $a = 3$

[解説]

まず二次方程式 $x^2 - 2x - 15 = 0 \cdots \textcircled{1}$ を解くために左辺を因数分解する。かけて -15 , 加えて -2 になる 2 数は $-5, 3$ なので, $(x-5)(x+3) = 0$, $x-5=0$ または $x+3=0$, $x=5, -3$
このうちの負の解 $x=-3$ は $x^2 + ax - 2a + 6 = 0 \cdots \textcircled{2}$ の解の 1 つにもなっているので, $x=-3$ を $\textcircled{2}$ に代入して, $9 - 3a - 2a + 6 = 0$ が成り立つ。 a についての方程式として解くと,
 $-5a = -15$, $a = 3$

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2 - ax + 3 = 0$ の解の 1 つが, 二次方程式 $x^2 - 6x + 9 = 0$ の解と等しいとき,
 a の値を求めよ。また, 二次方程式 $x^2 - ax + 3 = 0$ の他の解も求めよ。

[解答欄]

$a =$	$x =$
-------	-------

[ヒント]

$x^2 - 6x + 9 = 0$, $(x-3)^2 = 0$, $x = 3$
 $x = 3$ を $x^2 - ax + 3 = 0$ に代入する。

[解答] $a = 4$ $x = 1$

[解説]

まず, $x^2 - 6x + 9 = 0$ を解く。 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ の公式を使って左辺を因数分解すると,
 $(x-3)^2 = 0$, $x = 3$

$x^2 - ax + 3 = 0$ の解の 1 つが $x = 3$ なので, $x = 3$ を $x^2 - ax + 3 = 0$ に代入すると,
 $9 - 3a + 3 = 0$, $-3a + 12 = 0$, $-3a = -12$, $a = 4$

$x^2 - ax + 3 = 0$ に $a = 4$ を代入すると, $x^2 - 4x + 3 = 0$, かけて 3 , 加えて -4 になる 2 数は $-1, -3$ なので $(x-1)(x-3) = 0$ よって $x-1=0$, $x-3=0$ ゆえに $x = 1, 3$

以上より, $a = 4$, 他の解は $x = 1$

[係数 a, b を求める]

[問題](2 学期中間)

二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の 2 つの解が $x = 2, 5$ であるとき, a, b の値を求めよ。

[解答欄]

$a =$	$x =$
-------	-------

[ヒント]

$x^2 + ax + b = 0$ に $x = 2$ を代入した式と, $x^2 + ax + b = 0$ に $x = 5$ を代入した式を連立方程式として解く。

[解答] $a = -7 \quad b = 10$

[解説]

$x^2 + ax + b = 0$ に $x = 2$ を代入すると, $4 + 2a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$

また, $x = 5$ を代入すると, $25 + 5a + b = 0 \cdots \textcircled{2}$

①, ②を連立方程式の加減法で解く。

② - ①で b を消去すると, $21 + 3a = 0, 3a = -21, a = -7$

①に $a = -7$ を代入すると, $4 - 14 + b = 0, -10 + b = 0, b = 10$

ゆえに $a = -7, b = 10$

* (別解) $x = 2, 5$ を 2 解とする二次方程式は $(x - 2)(x - 5) = 0, x^2 - 7x + 10 = 0$

よって, $a = -7, b = 10$

[問題](2 学期期末)

二次方程式 $x^2 + px + q = 0$ の解が 3 と 7 のとき p, q の値を求めよ。

[解答欄]

$p =$	$q =$
-------	-------

[解答] $p = -10 \quad q = 21$

[解説]

$x^2 + px + q = 0$ に $x = 3$ を代入して, $9 + 3p + q = 0 \cdots \textcircled{1}$

$x^2 + px + q = 0$ に $x = 7$ を代入して, $49 + 7p + q = 0 \cdots \textcircled{2}$

①, ②を連立方程式の加減法で解く。② - ①より, $40 + 4p = 0, 4p = -40, p = -10$

①に $p = -10$ を代入すると, $9 - 30 + q = 0, q = 21$

(別解)

2 解が 3 と 7 である二次方程式は, $(x - 3)(x - 7) = 0, x^2 - 10x + 21 = 0$

よって, $p = -10, q = 21$

[問題](2学期中間)

$x^2 - ax - b = 0$ の解が -1 と 7 であるとき、二次方程式 $x^2 - bx + a = 0$ を解け。

[解答欄]

--

[解答] $x = 6, 1$

[解説]

$x^2 - ax - b = 0$ に $x = -1$ を代入して、 $1 + a - b = 0 \cdots \textcircled{1}$

$x^2 - ax - b = 0$ に $x = 7$ を代入して、 $49 - 7a - b = 0 \cdots \textcircled{2}$

①、②を連立方程式の加減法で解く。① $-$ ②より、

$$-48 + 8a = 0, \quad 8a = 48, \quad a = 6$$

$a = 6$ を①に代入すると、 $1 + 6 - b = 0, \quad b = 7$

次に、 $a = 6, \quad b = 7$ を二次方程式 $x^2 - bx + a = 0$ に代入すると、

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$(x - 6)(x - 1) = 0$$

よって、 $x = 6, 1$

[問題](2学期中間)

二次方程式 $x^2 + 3ax - 4b = 0$ と $x^2 - ax + 2b = 0$ の1つの解がどちらも $x = 2$ である。このとき、 a, b の値を求めよ。

[解答欄]

$a =$	$b =$
-------	-------

[ヒント]

$x^2 + 3ax - 4b = 0$ に $x = 2$ を代入した式と、 $x^2 - ax + 2b = 0$ に $x = 2$ を代入した式を連立方程式として解く。

[解答] $a = -6 \quad b = -8$

[解説]

$x^2 + 3ax - 4b = 0$ に $x = 2$ を代入して、 $4 + 6a - 4b = 0 \cdots \textcircled{1}$

$x^2 - ax + 2b = 0$ に $x = 2$ を代入して、 $4 - 2a + 2b = 0 \cdots \textcircled{2}$

①、②を連立方程式の加減法で解く。

① $\div 2$ より、 $2 + 3a - 2b = 0 \cdots \textcircled{1}'$

①'+②より、 $6 + a = 0, \quad a = -6$

$a = -6$ を②に代入すると、 $4 + 12 + 2b = 0, \quad 16 + 2b = 0, \quad 2b = -16, \quad b = -8$

よって、 $a = -6, \quad b = -8$

[ただ1つの解をもつとき]

[問題](2学期中間)

$x^2 + 12x + a = 0$ がただ1つの解をもつように、 a の値を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

ただ1つの解をもつのは、 $x^2 + 12x + a = 0 \cdots \textcircled{1}$ が $(x + p)^2 = 0$ と変形できる場合である。

$(x + p)^2 = 0$ の左辺を展開すると $x^2 + 2px + p^2 = 0 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ はまったく同じ式になる。

[解答] $a = 36$

[解説]

ただ1つの解をもつのは、 $x^2 + 12x + a = 0$ が $(x + p)^2 = 0$ と変形できる場合である。

$(x + p)^2 = 0$ の左辺を展開すると、

$$x^2 + 2px + p^2 = 0$$

$x^2 + 12x + a = 0$ と $x^2 + 2px + p^2 = 0$ はまったく同じ式になるので、

$$12 = 2p, \quad p = 6$$

また、 $a = p^2$ なので、 $a = 6^2 = 36$

[問題](前期期末)

二次方程式 $x^2 - 3x = x - a$ の解が1つだけのとき、 a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a = 4$

[解説]

$x^2 - 3x = x - a$ を整理すると、 $x^2 - 4x + a = 0$

ただ1つの解をもつのは、 $x^2 - 4x + a = 0$ が $(x - p)^2 = 0$ と変形できる場合である。

$(x - p)^2 = 0$ の左辺を展開すると、 $x^2 - 2px + p^2 = 0$

$x^2 - 4x + a = 0$ と $x^2 - 2px + p^2 = 0$ はまったく同じ式になるので、

$$-4 = -2p, \quad p = 2$$

また、 $a = p^2$ なので、 $a = 2^2 = 4$

[解が整数のとき]

[問題](2学期期末)

x についての二次方程式 $x^2 - nx + 12 = 0$ の 2 つの解が、どちらも正の整数になったという。このとき、 n の値をすべて求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

二次方程式 $x^2 - nx + 12 = 0 \cdots \textcircled{1}$ の 2 つの解を a, b とする(ただし、 $0 < a \leq b$)。

$x = a, b$ を解とする二次方程式は $(x - a)(x - b) = 0$ で、

展開すると $x^2 - (a + b)x + ab = 0 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ の式はまったく同じものなので、

$a + b = n$ 、 $ab = 12$ が成り立つ。

$ab = 12$ から、かけて 12 になる正の整数 a, b の組み合わせを見つける。

[解答] $n = 7, 8, 13$

[解説]

二次方程式 $x^2 - nx + 12 = 0 \cdots \textcircled{1}$ の 2 つの解を a, b とする(ただし、 $0 < a \leq b$)。

$x = a, b$ を解とする二次方程式は $(x - a)(x - b) = 0$ で、

展開すると $x^2 - (a + b)x + ab = 0 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ の式はまったく同じものなので、

$a + b = n \cdots \textcircled{3}$

$ab = 12 \cdots \textcircled{4}$ が成り立つ。

$\textcircled{4}$ の式について、 a, b は正の整数なので、

かけて 12 になる (a, b) の組み合わせは、 $(1, 12), (2, 6), (3, 4)$ の 3 通りになる。

$(1, 12)$ のとき $n = a + b = 1 + 12 = 13$

$(2, 6)$ のとき $n = a + b = 2 + 6 = 8$

$(3, 4)$ のとき $n = a + b = 3 + 4 = 7$

ゆえに $n = 7, 8, 13$

[問題](2学期中間)

二次方程式 $x^2 + px + 6 = 0$ の 2 つの解が負の整数であるとき、 p の値をすべて求めよ。

[解答欄]

[解答] $p = 5, 7$

【解説】

二次方程式 $x^2 + px + 6 = 0 \cdots \textcircled{1}$ の2つの解を a, b とする(ただし, $a > b$)。

$x = a, b$ を解とする二次方程式は $(x - a)(x - b) = 0$ で,

展開すると $x^2 - (a + b)x + ab = 0 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ の式はまったく同じものなので,

$$-(a + b) = p \cdots \textcircled{3}$$

$ab = 6 \cdots \textcircled{4}$ が成り立つ。

$\textcircled{4}$ の式について, a, b は負の整数なので, かけて6になる (a, b) の組み合わせは,

$(-1, -6), (-2, -3)$ の2通りである。

$\textcircled{3}$ より, $p = -a - b$

$$(-1, -6) \text{ のとき, } p = 1 + 6 = 7$$

$$(-2, -3) \text{ のとき, } p = 2 + 3 = 5$$

よって, $p = 5, 7$

【】 整数の問題

[・・・は～になる]

[問題](2 学期中間)

ある正の整数に 5 を加え、これにもとの数をかけると 24 になる。もとの整数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

正の整数を x とする。 x に 5 を加えこれ $(x+5)$ にもとの数 x をかけると 24 になることから、 $(x+5) \times x = 24$ の方程式ができる。

[解答]

正の整数を x とすると、

$$(x+5) \times x = 24$$

$$x^2 + 5x - 24 = 0$$

$$(x-3)(x+8) = 0$$

$$x = 3, -8$$

x は正の整数だから、 $x = -8$ は問題にあわない。

$x = 3$ は問題にあっている。

もとの整数は 3

[問題](2学期中間)

ある正の整数から 4 をひいて、これにもとの整数をかけると 32 になるという。もとの整数を x として方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

ある正の整数 x から 4 をひいて、これ $(x-4)$ にもとの整数 x をかけると 32 になる。

[解答]

$$(x-4) \times x = 32$$

$$x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$(x-8)(x+4) = 0$$

$$x = 8, -4$$

x は正の整数だから、 $x = -4$ は問題にあわない。

$x = 8$ は問題にあう。

もとの数は 8

[問題](2学期中間)

大小 2 つの整数があり、その差は 5、積は 84 である。方程式をつくって 2 つの整数を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

小さい方の整数を x とすると、大きい方は $x+5$ となる。

[解答]

小さい方の整数を x とすると、大きい方は $x+5$ となり、

$$x(x+5)=84$$

$$x^2+5x-84=0$$

$$(x+12)(x-7)=0$$

$$x=-12, 7$$

$x=-12$ のとき、 $x+5=-12+5=-7$ これは問題にあう。

$x=7$ のとき、 $x+5=12$ これは問題にあう。

2つの整数は、 -12 と -7 、 7 と 12

[問題](2学期中間)

大小2つの正の整数がある。その差は3で、それぞれを2乗した数の和は65になる。この2つの正の整数を求めよ。ただし、求める過程も書け。

[解答欄]

[ヒント]

小さい方の整数を x とすると、大きい方は $x+3$ となる。

[解答]

小さい方の整数を x とすると、大きい方は $x+3$ となり、

$$x^2+(x+3)^2=65$$

$$x^2+x^2+6x+9-65=0$$

$$2x^2+6x-56=0$$

$$x^2+3x-28=0$$

$$(x+7)(x-4)=0$$

$$x = -7, 4$$

x は正の整数だから、 $x = -7$ は問題にあわない。

$x = 4$ のとき、 $x + 3 = 4 + 3 = 7$ これは問題にあう。

2つの正の整数は 4, 7

[A は B より～大きい(小さい)]

[問題](2 学期期末)

ある正の整数 x に 4 を加えて 2 乗するところを、誤って x に 2 を加えて 4 倍してしまったので、正しい答より 53 小さくなった。 x を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

A は B より 53 小さい $\rightarrow A = B - 53$

(誤って計算した数) = (正しい答) - 53

[解答]

誤って計算した答 $(x+2) \times 4$ は、正しい答 $(x+4)^2$ より 53 小さいので、

$$4(x+2) = (x+4)^2 - 53$$

$$4x + 8 = x^2 + 8x + 16 - 53$$

$$x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$(x+9)(x-5) = 0$$

$$x = -9, 5$$

x は正の整数だから、 $x = -9$ は問題にあわない。

$x = 5$ は問題にあう。

$$\underline{x = 5}$$

[解説]

「A は B より 53 小さい」は、 $A = B - 53$

「A は B より 53 大きい」は、 $A = B + 53$

と機械的に等式に直すことができる。

[問題](2学期中間)

ある自然数を2乗しなければならないのに、誤って2倍したため、計算の結果が99だけ小さくなった。このとき、ある自然数を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

ある自然数を x とする。

$$(\text{誤って計算した数}) = (\text{正しく計算した数}) - 99$$

[解答]

ある自然数を x とする。

x の2倍は x の2乗より99小さいので、

$$2x = x^2 - 99$$

$$x^2 - 2x - 99 = 0$$

$$(x-11)(x+9) = 0$$

$$x = 11, -9$$

x は自然数だから、 $x = -9$ は問題にあわない。

$x = 11$ は問題にあう。

ある自然数は11

[問題](後期中間)

十の位が 7 である 3 けたの正の整数がある。一の位は百の位より 2 大きく、百の位と一の位の積は、十の位と一の位の積より 18 小さい。この整数を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

百の位を x とすると、一の位は $x+2$ 。十の位は 7。

(百の位と一の位の積)=(十の位と一の位の積)-18

[解答]

百の位を x とすると、一の位は $x+2$ 。

百の位と一の位の積 $x(x+2)$ は、十の位と一の位の積 $7(x+2)$ より 18 小さいので、

$$x(x+2)=7(x+2)-18$$

$$x^2+2x=7x+14-18$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$(x-1)(x-4)=0$$

$$x=1, 4$$

$x=1$ のとき、正の整数は 173 となる。これは問題にあう。

$x=4$ のとき、正の整数は 476 となる。これは問題にあう

この整数は 173, 476

[連続する 2 つの整数]

[問題](2 学期中間)

連続する 2 つの正の整数がある。それぞれを 2 乗した数の和が 61 になるとき、これら 2 つの整数を求めよ。ただし、2 つのうち小さい方を x として方程式をつくり、答を求めるまでの過程も式と計算を含めて書け。

[解答欄]

[ヒント]

連続する 2 つの整数は $x, x+1$ と表すことができる。

[解答]

この 2 つの整数は $x, x+1$ なので、

$$x^2 + (x+1)^2 = 61$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 - 61 = 0$$

$$2x^2 + 2x - 60 = 0$$

$$x^2 + x - 30 = 0$$

$$(x-5)(x+6) = 0$$

$$x = 5, -6$$

x は正の整数だから、 $x = -6$ は問題にあわない。

$x = 5$ のとき、2 数は 5, 6 となり、問題にあっている。

2 つの整数は 5, 6

[解説]

例えば、連続する 2 つの整数 5, 6 は、 $5, 5+1$ と表すことができる。小さい数を x とすると、連続する 2 つの整数は $x, x+1$ と表すことができる。

[問題](2学期中間)

連続した 2 つの正の整数がある。それぞれを 2 乗した数の和が 41 になるとき、これら 2 つの整数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

--

[ヒント]

連続する 2 つの整数は x , $x+1$ と表すことができる。

[解答]

小さい方の整数を x とすると、大きい方の整数は $x+1$ となり、

$$x^2 + (x+1)^2 = 41$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 - 41 = 0$$

$$2x^2 + 2x - 40 = 0$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$(x+5)(x-4) = 0$$

$$x = -5, 4$$

x は正の整数だから、 $x = -5$ は問題にあわない。

$x = 4$ のとき、2 数は 4, 5 となり、問題にあっている。

2 つの正の整数は、4, 5

[連続する 3 つの整数]

[問題](2学期中間)

連続する 3 つの正の整数がある。もっとも小さい数ともっとも大きい数の積が、まん中の数の 6 倍より 6 大きくなる。次の各問いに答えよ。

(1) もっとも小さい数を x として方程式をつくり、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形で書け。

(2) これら 3 つの整数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

連続する3つの整数は $x, x+1, x+2$ と表すことができる。

(もっとも小さい数ともっとも大きい数の積)=(まん中の数の6倍)+6

[解答](1) $x^2 - 4x - 12 = 0$ (2) 6, 7, 8

[解説]

*例えば、連続する3つの整数5, 6, 7は、 $5, 5+1, 5+2$ と表すことができる。一番小さい数を x とすると、連続する3つの整数は $x, x+1, x+2$ と表すことができる。

*「AはBより6大きい」は、 $A=B+6$ 、「AはBより6小さい」は、 $A=B-6$ と機械的に数式に直すことができる。

(1) もっとも小さい数を x とするので、連続する3つの正の整数は、 $x, x+1, x+2$ と表すことができる。

(もっとも小さい数ともっとも大きい数の積)=(まん中の数の6倍)+6なので

$x(x+2) = (x+1) \times 6 + 6$ が成り立つ。

整理すると、 $x^2 + 2x = 6x + 6 + 6$, $x^2 - 4x - 12 = 0$

(2) かけて-12, 加えて-4になる2数は-6, 2なので、 $x^2 - 4x - 12 = 0$ の左辺を因数分解して、 $(x-6)(x+2) = 0$ よって $x-6=0, x+2=0$ ゆえに $x=6, -2$

x は正の整数だから、 $x=-2$ は問題にあわない。

$x=6$ のとき、連続する3つの正の整数は、6, 7, 8となり、問題にあっている。

[問題](2学期中間)

連続した3つの整数がある。まん中の数の2乗は、残りの2数の和より15大きくなる。この連続した3つの整数を次の手順で求めよ。

(1) まん中の数を x として方程式をつくれ。

(2) この連続した3つの整数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

連続する3つの整数は $x, x+1, x+2$ と表すことができるが、 $x-1, x, x+1$ と表すこともできる。

(まん中の数の2乗)=(残りの2数の和)+15

[解答](1) $x^2 = (x-1) + (x+1) + 15$ (2) -4, -3, -2 か、4, 5, 6

【解説】

(1) この3つの整数は、 $x-1$, x , $x+1$ と表すことができる。
まん中の数の2乗は、残りの2数の和より15大きくなるので、
 $x^2 = (x-1) + (x+1) + 15$ が成り立つ。

(2) $x^2 = (x-1) + (x+1) + 15$ より、
 $x^2 = 2x + 15$, $x^2 - 2x - 15 = 0$, $(x+3)(x-5) = 0$, $x = -3, 5$
 $x = -3$ のとき, $x-1 = -4$, $x = -3$, $x+1 = -2$
 $x = 5$ のとき, $x-1 = 4$, $x = 5$, $x+1 = 6$

この解は問題にあっている。

連続する3整数は、 $-4, -3, -2$ か、 $4, 5, 6$

【問題】(1 学期期末)

連続する3つの整数のうち、もっとも小さい数の2乗は他の2数の積より29小さくなる。

このとき、次の各問いに答えよ。

(1) 連続する3つの整数を、整数 x を使って表せ。

(2) この3つの数を求めよ。

【解答欄】

(1)	(2)
-----	-----

【ヒント】

連続する3つの整数は x , $x+1$, $x+2$ と表すことができるが、 $x-1$, x , $x+1$ と表すこともできる。 $x-1$, x , $x+1$ のほうが計算が楽になる場合が多い。

(もっとも小さい数の2乗)=(他の2数の積)-29

【解答】(1) $x-1$, x , $x+1$ (x , $x+1$, $x+2$) (2) 9, 10, 11

【解説】

(1) 真ん中の数を x とおくと、計算が楽になる場合が多い。

(2) 「AはBより5大きい」は $A=B+5$, 「AはBより5小さい」は $A=B-5$ と機械的に等式に直すことができる。

もっとも小さい数 $x-1$ の2乗は他の2数 x , $x+1$ の積より29小さくなるので、

$$(x-1)^2 = x(x+1) - 29, x^2 - 2x + 1 = x^2 + x - 29, x^2 - 2x - x^2 - x = -29 - 1 - 3x = -30, x = 10$$

$x-1 = 10-1 = 9$, $x+1 = 10+1 = 11$ なので、3数は9, 10, 11

この解は問題にあっている。

[問題](2学期中間)

3, 4, 5のように連続する3つの自然数がある。大きい方の2つの数の積は3つの数の和の5倍になる。これらの3つの自然数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]

3つの自然数を x , $x+1$, $x+2$ とおく。

$$(x+1)(x+2) = (x+x+1+x+2) \times 5$$

$$x^2 + 3x + 2 = 15x + 15$$

$$x^2 - 12x - 13 = 0$$

$$(x+1)(x-13) = 0$$

$$x = -1, 13$$

x は自然数だから, $x = -1$ は問題にあわない。

$x = 13$ のとき, 3数は13, 14, 15となり, 問題にあっている。

よって3数は, 13, 14, 15

[問題](2学期中間)

連続する3つの自然数がある。まん中の数の2乗は, 残りの2数の和よりも8大きい。この連続する3つの整数を方程式をつくって求めよ。

[解答欄]

[解答]

3つの自然数を $x, x+1, x+2$ とおく。

$$(x+1)^2 = x + (x+2) + 8$$

$$x^2 + 2x + 1 = 2x + 10$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

x は自然数だから、 $x = -3$ は問題にあわない。

$x = 3$ のとき、3つの自然数は、3, 4, 5 となり、問題にあっている。

3つの自然数は、3, 4, 5

[問題](後期中間)

連続する2つの正の奇数がある。このそれぞれの数の2乗の和は2数の積より103大きい。
このとき、次の各問いに答えよ。

(1) 小さい方の奇数を x として方程式をつくれ。ただし、展開や式の整理はしなくてよい。

(2) 連続する2つの正の奇数を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

小さい方の奇数を x とすると、大きい方の奇数は x より2大きいので $x+2$ と表すことができる。一般的には、小さい方の奇数を $2x+1$ 、大きい方を $2x+3$ とおくこともできるが、この問題では小さい方の奇数を x とおくとの指定があるので、それに従う。

[解答](1) $x^2 + (x+2)^2 = x(x+2) + 103$ (2) 9, 11

[解説]

小さい方の奇数を x とすると、大きい方の奇数は x より2大きいので $x+2$ と表すことができる。一般的には、小さい方の奇数を $2x+1$ 、大きい方を $2x+3$ とおくこともできるが、この問題では小さい方の奇数を x とおくとの指定があるので、それに従う。

「このそれぞれの数の2乗の和は2数の積より103大きい」とあるので、
(小さい方の奇数)² + (大きい方の奇数)² = (小さい方の奇数) × (大きい方の奇数) + 103

$$x^2 + (x+2)^2 = x(x+2) + 103$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 103$$

$$x^2 + 2x - 99 = 0, (x+11)(x-9) = 0, x = -11, 9$$

x は正の奇数なので $x = -11$ は不適、 $x = 9$ は適する。

したがって、小さい奇数は9、大きい奇数は $9+2=11$

【】面積の問題

[面積]

[問題](1 学期中間)

面積が 144cm^2 となる正方形の 1 辺の長さを求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

この正方形の 1 辺の長さを $x\text{ cm}$ とすると, $x^2 = 144$

[解答]

この正方形の 1 辺の長さを $x\text{ cm}$ とすると,

$$x^2 = 144$$

$$x = \pm 12$$

$x > 0$ だから, $x = -12$ は問題にあわない。

$x = 12$ は問題にあう。

1 辺の長さは 12cm

[問題](1 学期中間)

面積が 5 cm^2 の正方形の 1 辺の長さを求めよ。

[解答欄]

[解答]

この正方形の1辺の長さを x cm とすると、

$$x^2 = 5$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

$x > 0$ だから、 $x = -\sqrt{5}$ は問題にあわない。

$x = \sqrt{5}$ は問題にあう。

1辺の長さは $\sqrt{5}$ cm

[問題](1学期中間)

半径が 2 m と 4 m の 2 つの円がある。面積が、この 2 円の面積の和になる円をつくるには、その半径をいくらにすればよいか。

[解答欄]

[ヒント]

求める半径を x m とする。

(半径が 2 m の面積) + (半径が 4 m 円の面積) = (半径が x m 円の面積)

[解答]

求める半径を x m とすると、

$$4\pi + 16\pi = \pi x^2$$

$$x^2 = 20$$

$$x = \pm\sqrt{20} = \pm\sqrt{4 \times 5} = \pm 2\sqrt{5}$$

$x > 0$ だから、 $x = -2\sqrt{5}$ は問題にあわない。

$x = 2\sqrt{5}$ は問題にあう。

求める円の半径は $2\sqrt{5}$ m

[長方形の縦と横の長さ]

[問題](2学期中間)

次の問題について、()の中にあてはまるもっとも簡単な数または式を答えよ。

ある正方形の縦を4cm短くし、横を3cm長くした長方形をつくったら、面積が60cm²になった。もとの正方形の1辺の長さを求めよ。

(解)

はじめの正方形の1辺の長さを x cmとし、縦横それぞれの長さを x を用いて表すと、縦の長さは(①)cm、横の長さは(②)cmとなる。

これらの方程式をたてると、(③)=60

この方程式を解くと、 $x=(④)$ 、(⑤) x は正の数だから、 $x=(⑥)$

これは問題に合う。

よって、はじめの正方形の1辺の長さは(⑦)cmになる。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥
⑦		

[解答]① $x-4$ ② $x+3$ ③ $(x-4)(x+3)$ ④ -8 ⑤ 9 ⑥ 9 ⑦ 9

[解説]

正方形の1辺の長さを x cmとすると、縦は $x-4$ (cm)、横は $x+3$ (cm)

この長方形の面積は60cm²なので、

$$(x-4)(x+3)=60$$

$$x^2-x-12=60$$

$$x^2-x-72=0$$

$$(x+8)(x-9)=0$$

$$x=-8, 9$$

x は正の数なので、 $x=-8$ は問題にあわない。

$x=9$ は問題にあう。

よって、はじめの正方形の1辺の長さは9cmになる。

[問題](2学期中間)

長さ40cmのひもで長方形をつくり、その面積が84cm²になるようにする。長方形の縦と横の長さを次の手順で求めよ。ただし、縦が横より短い長方形をつくるものとする。

(1) 長方形の縦の長さを x cmとして方程式をつくれ。

(2) 長方形の縦と横の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

長方形の縦の長さを x cm とすると、(縦)+(横) $=20$ (cm)なので、横の長さは $20-x$ (cm)
(面積)=(縦の長さ) \times (横の長さ) $=84$ (cm²)

[解答](1) $x(20-x)=84$ (2) 縦は 6 cm, 横は 14 cm

[解説]

(1) 長方形の縦の長さを x cm とすると、(縦)+(横) $=40\div 2=20$ (cm)なので、
横の長さは $20-x$ (cm)である。

(長方形の面積)=(縦) \times (横) $=x(20-x)=84$, $20x-x^2=84$, $x^2-20x+84=0$

(2) $x^2-20x+84=0$ の左辺を因数分解すると、 $(x-6)(x-14)=0$

$x=6, 14$

縦 $x=6$ のとき、横 $=20-x=20-6=14$

縦が横より短いので問題にあっている。

縦 $x=14$ のとき、横 $=20-x=20-14=6$

縦が横より長いので問題にあわない。

よって縦は 6 cm, 横は 14 cm

[問題](2 学期中間)

ある長方形の周の長さが 26cm で、その面積は 36cm² であるという。この長方形の縦と横の長さをそれぞれ求めよ。ただし、横の長さは縦の長さより長いものとする。

[解答欄]

[ヒント]

長方形の縦の長さを x cm とすると、(縦)+(横) $=13$ (cm)なので、横の長さは $13-x$ (cm)
(面積)=(縦の長さ) \times (横の長さ) $=36$ (cm²)

[解答]

この長方形の縦の長さを x cm とすると、横の長さは $13-x$ (cm) なので、

$$x(13-x)=36$$

$$x^2-13x+36=0$$

$$(x-4)(x-9)=0$$

$$x=4, 9$$

$x=4$ のとき、縦は 4cm, 横は $13-4=9$ (cm) これは問題にあう。

$x=9$ のとき、縦は 9cm, 横は $13-9=4$ (cm) これは問題にあわない。

縦は 4cm, 横は 9cm

[問題](2 学期中間)

正方形の土地がある。この土地の縦を 4 m 短くし、横を 6 m 長くして長方形にすると、その面積は 600 m^2 になる。この正方形の土地の 1 辺の長さを x m として方程式をつくり、正方形の土地の 1 辺の長さを求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

縦を 4 m 短くするので、長方形の縦の長さは、 $x-4$ (m)

横を 6 m 長くするので、長方形の横の長さは、 $x+6$ (m)

(長方形の面積)=(縦)×(横)= $600(\text{m}^2)$

[解答]

長方形の縦の長さは $x-4$ (m), 横の長さは $x+6$ (m) なので、

$$(x-4)(x+6)=600$$

$$x^2+2x-24=600$$

$$x^2+2x-624=0$$

$$(x-24)(x+26)=0$$

$$x=24, -26$$

$x > 0$ なので、 $x = -26$ は問題にあわない。

$x = 24$ は問題にあう。

正方形の1辺の長さは24m

[問題](2学期中間)

1辺が x cmの正方形の縦の長さを3cm長くし、横の長さを1cm短くしてつくった長方形の面積は、正方形の面積の2倍より 27cm^2 小さかった。次の各問いに答えよ。

(1) 方程式をつくれ。

(2) もとの正方形の1辺の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

この長方形の縦の長さは $x+3$ (cm)、横の長さは $x-1$ (cm)

(長方形の面積) = (正方形の面積) $\times 2 - 27$

[解答](1) $(x+3)(x-1) = 2x^2 - 27$ (2) 6cm

[解説]

この長方形の縦の長さは $x+3$ (cm)、横の長さは $x-1$ (cm)なので、

(長方形の面積) = $(x+3)(x-1)$

「長方形の面積は、正方形の面積の2倍より 27cm^2 小さかった」ので、

$$(x+3)(x-1) = 2x^2 - 27$$

$$x^2 + 2x - 3 = 2x^2 - 27$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x+4)(x-6) = 0$$

$$x = -4, 6$$

$x = -4$ は問題にあわない。

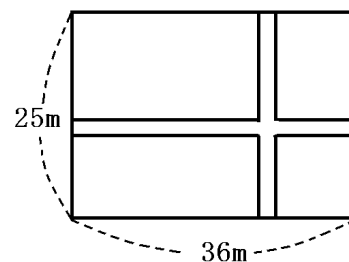
$x = 6$ は問題にあう。

正方形の1辺の長さは**6cm**

[道幅を求める問題]

[問題](2学期中間)

2辺の長さが25m, 36mの長方形の畑がある。これに右の図のように縦と横に同じ幅の道をつくり、残った畑の面積が840m²になるようにする。道幅を次の手順で求めよ。



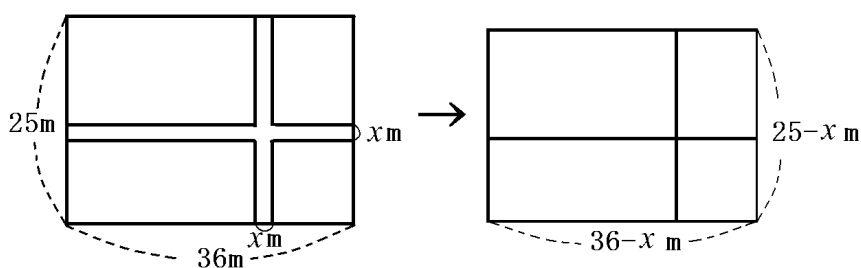
(1) 道幅を x m として方程式をつくれ。

(2) 道幅をいくらにすればよいか。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

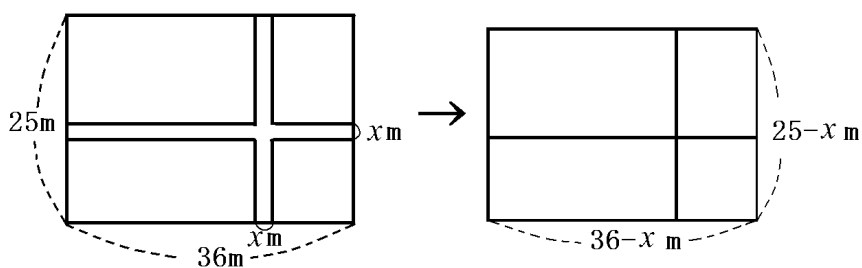


[解答](1) $(25-x)(36-x)=840$ (2) 1m

[解説]

(1) 次の図のように、道の部分を切り取ると、縦が $25-x$ (m)、横が $36-x$ (m)の長方形ができる。この面積が840m²なので、

$$(\text{面積})=(\text{縦})\times(\text{横})=(25-x)(36-x)=840$$



(2) $(25-x)(36-x)=840$, $900-25x-36x+x^2=840$

$x^2-61x+60=0$ の左辺を因数分解して、

$$(x-1)(x-60)=0$$

$$x=1, 60$$

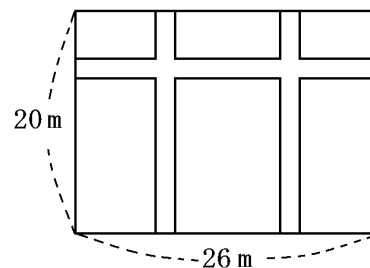
$x=60$ は問題にあわない。

$x=1$ は問題にあう。

よって、道幅は1mである。

[問題](2学期中間)

縦 20m, 横 26m の長方形の土地に, 図のように同じ幅の道をつけたところ, 残りの土地の面積が 396m^2 になった。道幅を $x\text{m}$ として次の各問いに答えよ。



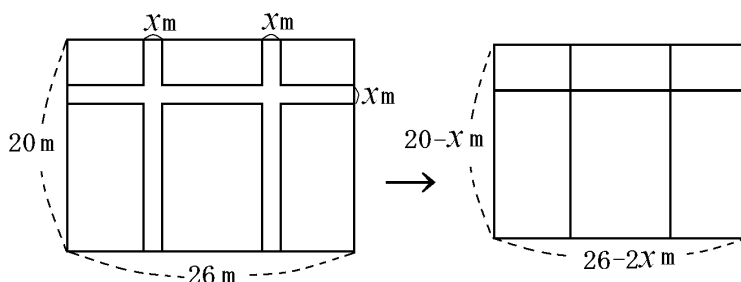
(1) 方程式をつくれ。

(2) (1)の方程式を解いて, 道路の幅を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



[解答](1) $(20-x)(26-2x)=396$ (2) 2m

[解説]

道路の部分を取り取って, 残りの土地をつなげると, 縦 $20-x(\text{m})$, 横 $26-2x(\text{m})$ の長方形になる。よって, $(20-x)(26-2x)=396$

$$520 - 40x - 26x + 2x^2 = 396$$

$$2x^2 - 66x + 124 = 0$$

$$x^2 - 33x + 62 = 0$$

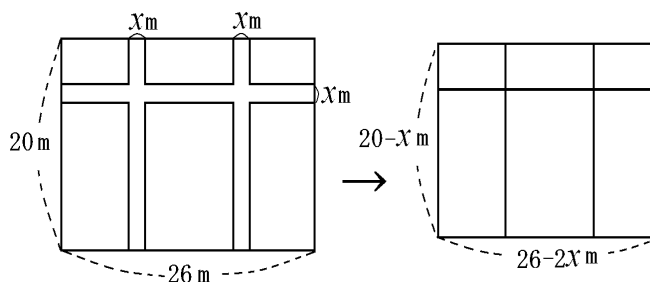
$$(x-2)(x-31) = 0$$

$$x = 2, 31$$

$x = 31$ は問題にあわない。

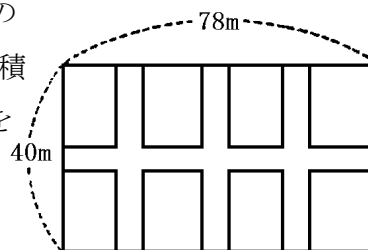
$x = 2$ は問題にあう。

よって, 道路の幅は 2m である。



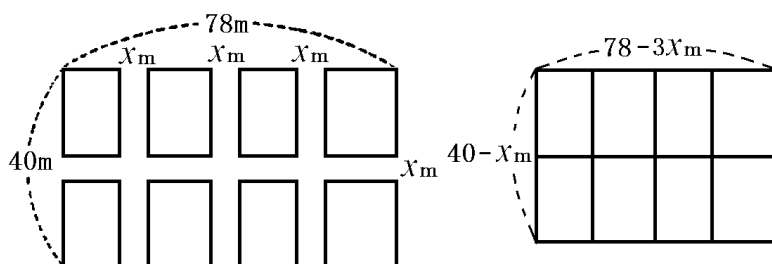
[問題](2 学期期末)

縦 40 m, 横 78 m の長方形の土地がある。右の図のように、同じ幅の道路を縦 3 本, 横 1 本つけて、面積が等しい 8 区画の土地に分け、1 区画の土地の面積を 255 m^2 にした。このとき、道路の幅を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

道路の幅を $x \text{ m}$ とする。

道路の部分を取り取って、残りの土地をつなげると、縦 $40 - x \text{ (m)}$, 横 $78 - 3x \text{ (m)}$ の長方形になるので、

$$(40 - x)(78 - 3x) = 255 \times 8$$

式を整理すると、

$$x^2 - 66x + 360 = 0$$

$$(x - 6)(x - 60) = 0$$

$$x = 6, 60$$

$x = 60$ は問題にあわない。

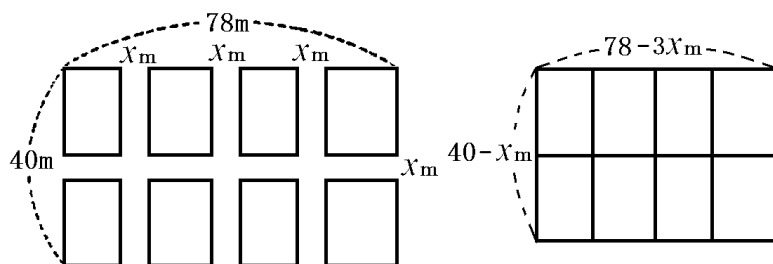
$x = 6$ は問題にあう。

道路の幅は 6m

[解説]

道路の幅を $x \text{ m}$ とする。道路部分を切り取って 8 区画をつなげると、次の図のようになるの

で、その面積は $(40-x) \times (78-3x)$ となる。1区画の面積が 255 m^2 なので、
 (面積) $= (40-x) \times (78-3x) = 255 \times 8$



* (別解) 道路の幅を $x \text{ m}$ とすると、道路部分の面積の合計は、

$$x \times 78 + 40 \times x \times 3 - 3x^2 = -3x^2 + 198x$$

$$\text{土地の面積は、 } 40 \times 78 = 255 \times 8 + (-3x^2 + 198x)$$

$$\text{整理すると、 } x^2 - 66x + 360 = 0$$

$$(x-6)(x-60) = 0 \text{ で } x = 6, 60$$

$x = 60$ は問題にあわない。

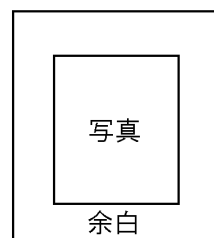
$x = 6$ は問題にあう。

道路の幅は 6 m である。

[問題](2学期中間)

右の図のように、写真立ての中に縦、横の長さがそれぞれ 10 cm 、 6 cm の写真を余白の縦、横の幅が同じになるように入れ、写真立ての面積が

写真の面積の $\frac{7}{3}$ になるようにする。写真立ての余白の幅を何 cm にすればよいか求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

写真立ての余白の幅を x cm とすると、
写真立ての縦は $10 + 2x$ (cm), 横は $6 + 2x$ (cm)

$$(\text{写真立ての面積}) = (\text{写真の面積}) \times \frac{7}{3}$$

[解答]

写真立ての余白の幅を x cm とすると、

$$(2x + 10)(2x + 6) = 60 \times \frac{7}{3}$$

式を整理すると、

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

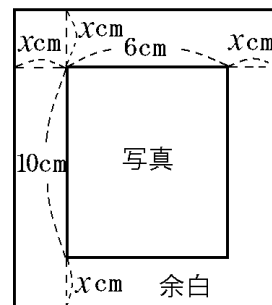
$$(x - 2)(x + 10) = 0$$

$$x = 2, -10$$

$x = -10$ は問題にあわない。

$x = 2$ は問題にあう。

余白の幅は 2cm



[解説]

写真立ての余白の幅を x cm とすると、

写真立ての縦は $10 + 2x$ (cm), 横は $6 + 2x$ (cm)

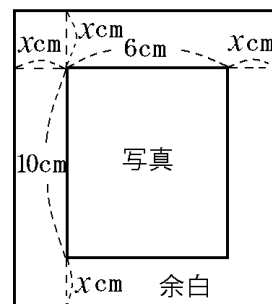
$$(\text{写真立ての面積}) = (10 + 2x)(6 + 2x) = (2x + 10)(2x + 6)$$

$$(\text{写真の面積}) = 10 \times 6 = 60 \text{ で、}$$

写真立ての面積が写真の面積の $\frac{7}{3}$ なので、

$$(2x + 10)(2x + 6) = 60 \times \frac{7}{3}, \quad (2x)^2 + 16 \times 2x + 60 = 140$$

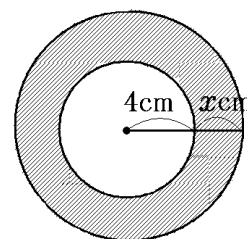
$$4x^2 + 32x - 80 = 0, \quad x^2 + 8x - 20 = 0$$



[問題](後期中間)

半径 4cm の円がある。右の図のように、この円より半径が x cm 大きい円をかいた。外側の円の面積が、内側の円の面積の 2 倍になるときの x の値を求めよ。

[解答欄]



[ヒント]

(外側の円(半径は $x+4$ (cm))の面積)=(内側の円(半径は 4cm)の面積) $\times 2$

[解答] $x = -4 + 4\sqrt{2}$

[解説]

外側の円の面積が、内側の円の面積の 2 倍になるとき、

$\pi(x+4)^2 = 16\pi \times 2$ が成り立つ。

$\pi(x^2 + 8x + 16) = 16\pi \times 2$

$x^2 + 8x + 16 - 32 = 0, x^2 + 8x - 16 = 0$

因数分解できないので、解の公式を使って解くと、

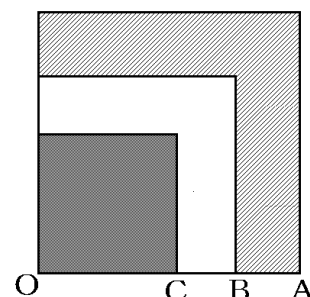
$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \times 1 \times (-16)}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{128}}{2} = \frac{-8 \pm 8\sqrt{2}}{2} = -4 \pm 4\sqrt{2}$$

$x > 0$ なので、 $x = -4 - 4\sqrt{2}$ は問題にあわない。

$x = -4 + 4\sqrt{2}$ は問題にあう。

[問題](入試問題)

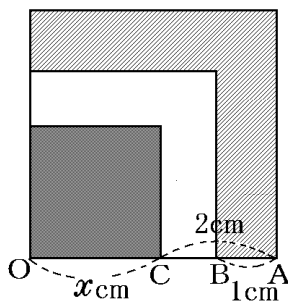
右の図のように、線分 OA を 1 辺とする正方形がある。辺 OA 上に $AB=1\text{cm}$, $AC=2\text{cm}$ となるように 2 点 B, C をとり、OA を 1 辺とする正方形と同じ側に、2 つの線分 OB, OC を 1 辺とする正方形をそれぞれつくる。■で示された部分の面積と // で示された部分の面積が等しいとき、OC の長さを求めよ。ただし、用いる文字が何を表すかを示して方程式をつくり、それを解く過程も書け。



(岩手県)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

OCの長さを x cm とすると、2つの部分の面積が等しいので、

$$x^2 = (x+2)^2 - (x+1)^2$$

式を整理すると、

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$x = -1, 3$$

$x > 0$ なので、 $x = -1$ は問題にあわない。 $x = 3$ は問題にあう。

OCは3cm

[解説]

OCの長さを x cm とすると、

$$(\text{■の正方形の面積}) = x \times x = x^2 (\text{cm}^2) \cdots \textcircled{1}$$

(//の部分の面積) = (OAを1辺とする正方形の面積) - (OBを1辺とする正方形の面積)

OA = OC + AC = $x + 2$ (cm) なので、

$$(\text{OAを1辺とする正方形の面積}) = (x+2)^2 (\text{cm}^2)$$

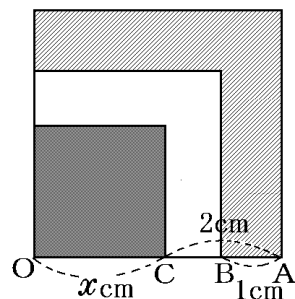
OB = OA - AB = $x + 2 - 1 = x + 1$ (cm) なので、

$$(\text{OBを1辺とする正方形の面積}) = (x+1)^2 (\text{cm}^2)$$

よって、(//の部分の面積) = $(x+2)^2 - (x+1)^2 \cdots \textcircled{2}$

(■の正方形の面積) = (//の部分の面積) なので、①、②より、

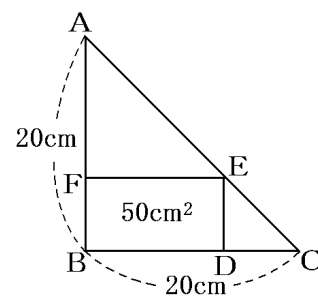
$$x^2 = (x+2)^2 - (x+1)^2$$



[その他]

[問題](後期中間)

右の図のように、縦と横が 20cm の直角二等辺三角形 ABC の中に、面積が 50cm^2 の長方形 BDEF をつくりたい。ただし、長方形 BDEF は横長の長方形とする。このとき、BD の長さを何 cm にすればよいかを考える。次の各問いに答えよ。

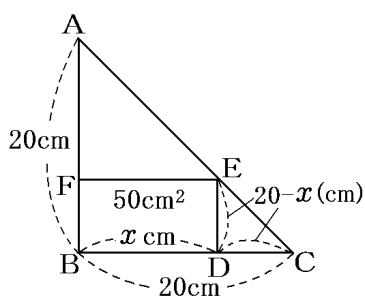


- (1) BD の長さを x (cm) として方程式をつくれ。
- (2) (1) の方程式を解くことで、BD の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



[解答](1) $(20-x)x = 50$ (2) $10 + 5\sqrt{2}$ (cm)

[解説]

右図のように、 $BD = x$ (cm) とすると、

$DC = 20 - x$ (cm)

$\triangle ABC$ が直角二等辺三角形なので、 $\triangle EDC$ も直角二等辺三角形で、 $ED = DC$ となる。

よって、 $ED = 20 - x$ (cm)

したがって、長方形 BDEF の面積は、

$(20-x) \times x$ (cm²)

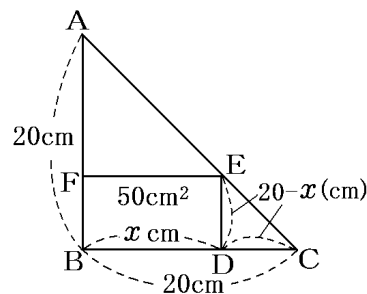
ゆえに、 $(20-x)x = 50$ が成り立つ。この二次方程式を解く。

$$20x - x^2 = 50, \quad x^2 - 20x + 50 = 0$$

左辺は因数分解できないので、解の公式を使うと、

$$x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 200}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{200}}{2} = \frac{20 \pm 10\sqrt{2}}{2} = 10 \pm 5\sqrt{2}$$

$x = 10 + 5\sqrt{2}$ のとき、 $BD = 10 + 5\sqrt{2}$ (cm), $ED = 20 - (10 + 5\sqrt{2}) = 10 - 5\sqrt{2}$ (cm)



$\sqrt{2}=1.41$ として計算すると、

$$BD=10+5\times 1.41=17.05(\text{cm}), \quad ED=10-5\times 1.41=2.95(\text{cm})$$

これは問題にあっている。

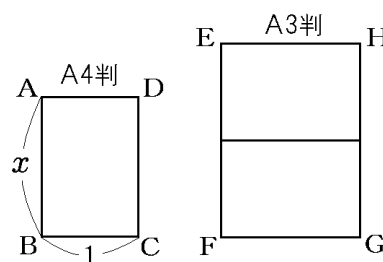
$$x=10-5\sqrt{2} \text{ のとき, } BD=10-5\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$ED=20-(10-5\sqrt{2})=10+5\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$BD < ED$ で、「横長の長方形」にならないので、問題にあわない。

[問題](前期期末)

普段使われる紙の規格の中に、A4判と呼ばれる大きさがある。A4判の紙を右の図のように2枚並べると、A3判と呼ばれる大きさになる。A4判とA3判の2つの長方形の縦と横の長さの比は等しい。



(1) 右図のように $AB=x$ とすると、2つの長方形の縦と横の長さの比が等しいことから、

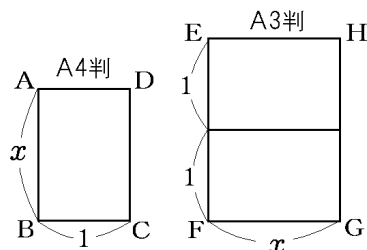
$$x : 1 = (\quad) : x \text{ が成り立つ。} (\quad) \text{ に適する数字をかけ。}$$

(2) (1)の比例式を解いて、 x の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



[解答](1) 2 (2) $x=\sqrt{2}$

[解説]

$FG=AB$ なので、 $FG=x$

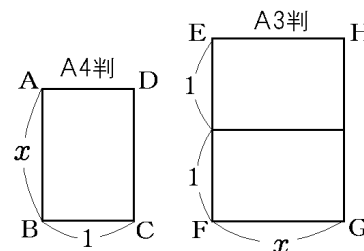
$EF=2BC$ なので、 $EF=2$

A4判とA3判の2つの長方形の縦と横の長さの比は等しいので、

$$(\text{縦}) : (\text{横}) = AB : BC = EF : FG$$

よって、 $x : 1 = 2 : x$

比の外項の積は、内項の積に等しいので、



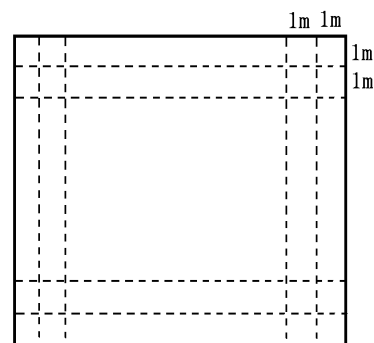
$$x \times x = 1 \times 2, x^2 = 2$$

よって、 $x = \pm\sqrt{2}$

$x = -\sqrt{2}$ は問題にあわない。 $x = \sqrt{2}$ は問題にあう。

[問題](2学期中間)

縦、横に 1m 間隔に花を植え、横が縦より 2m 長い
 長方形の花だんをつくったところ、花を 143 本使った。
 花だんの縦の長さを求めよ。ただし、長方形の
 周辺部にも花を植えるものとする。また、縦の長さは
 整数とする。



[解答欄]

[ヒント]

花だんの縦の長さを x m とすると、横の長さは $x+2$ (m) である。

横に 1m 間隔で花を植えるので、横 1 列に植える花は $x+3$ (本) になる。

縦の長さが x m なので、縦に $x+1$ (列) になる。

[解答]10m

[解説]

例えば、縦 3m、横 5m の花壇の場合、右図のように、

横 1 列に植える花は、 $5+1=6$ 本で、

縦 1 列に植える花は、 $3+1=4$ 本である。

花だんの縦の長さを x m とすると、横の長さは $x+2$ (m) である。

横に 1m 間隔で花を植えるので、横 1 列に植える花は $x+3$ (本) になる。

縦の長さが x m なので、縦に $x+1$ (列) になる。

よって、花の総数は、 $(x+3)(x+1)=143$

$$x^2 + 4x + 3 - 143 = 0, x^2 + 4x - 140 = 0$$

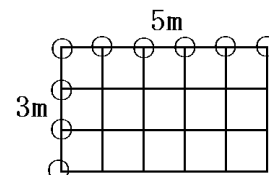
よって、 $(x+14)(x-10)=0$

$$x = -14, 10$$

$x = -14$ は問題にあわない。

$x = 10$ は問題にあう。

よって、縦の長さは 10m となる。



【】 体積の問題

[円柱・円錐の底面の半径]

[問題](1 学期中間)

体積が $500\pi \text{ cm}^3$ 、高さが 10 cm の円柱がある。この円柱の底面の円の半径を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

底面の円の半径を $x \text{ cm}$ とすると、底面の円の面積は $\pi x^2 (\text{cm}^2)$

(柱の体積) = (底面積) \times (高さ) = $500\pi (\text{cm}^3)$

[解答]

底面の円の半径を $x \text{ cm}$ とすると、

$$\pi x^2 \times 10 = 500\pi$$

$$x^2 = 50$$

$$x = \pm\sqrt{50}$$

$$x = \pm 5\sqrt{2}$$

$x > 0$ なので、 $x = -5\sqrt{2}$ は問題にあわない。

$x = 5\sqrt{2}$ は問題にあう。

底面の半径は $5\sqrt{2} \text{ cm}$

[問題](前期期末)

体積が $900\pi \text{ cm}^3$ の円錐がある。円錐の高さが 9cm のとき、底面の円の半径の長さを求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

この円錐の底面の円の半径を $x \text{ cm}$ とすると、底面の円の面積は $\pi x^2 (\text{cm}^2)$

$$(\text{円錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = 900\pi (\text{cm}^3)$$

[解答]

この円錐の底面の円の半径を $x \text{ cm}$ とすると、

$$\frac{1}{3} \times \pi x^2 \times 9 = 900\pi$$

$$3\pi x^2 = 900\pi$$

$$x^2 = 300$$

$$x = \pm\sqrt{300}$$

$$x = \pm 10\sqrt{3}$$

$x > 0$ なので、 $x = -10\sqrt{3}$ は問題にあわない。

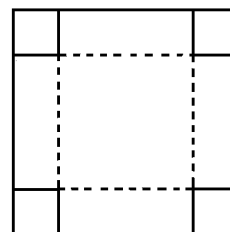
$x = 10\sqrt{3}$ は問題にあう。

底面の半径は $10\sqrt{3} \text{ cm}$

[容積の問題]

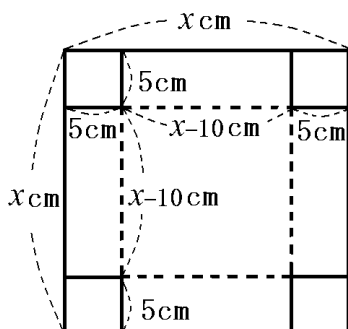
[問題](2学期中間)

正方形の紙がある。右の図のように、この4すみから1辺が5cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくと、容積が 720 cm^3 になった。もとの正方形の紙の1辺の長さは何cmか。方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

もとの正方形の紙の1辺の長さを $x\text{ cm}$ とすると、

$$(x-10)^2 \times 5 = 720$$

$$(x-10)^2 = 144$$

$$x-10 = \pm 12$$

$$x = -2, 22$$

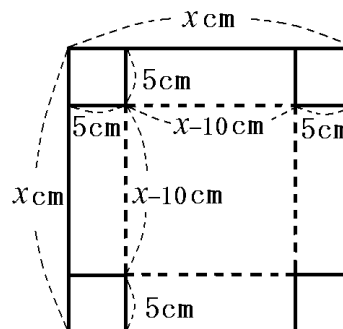
$x = -2$ は問題にあわない。

$x = 22$ は問題にあう。

もとの正方形の1辺の長さは 22 cm

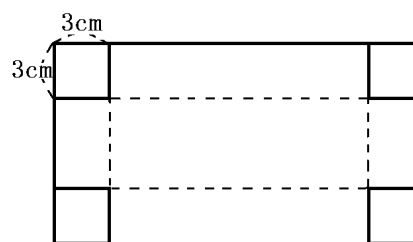
[解説]

もとの正方形の紙の1辺の長さを x cm とすると、
 底辺の正方形の1辺の長さは $x - 10$ cm なので
 (容積) = (底面積) × (高さ) = $(x - 10)^2 \times 5 = 720$



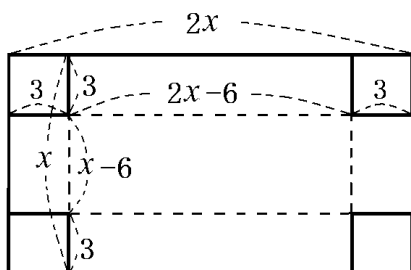
[問題](2学期中間)

右の図のように横の長さが縦の長さの2倍の長方形の厚紙がある。この厚紙の4すみから1辺が3 cm の正方形を切り取り、ふたのない直方体の箱をつくったところ、容積は 168 cm³ であった。方程式をつくって、もとの厚紙の縦の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

もとの厚紙の縦の長さを x cm とすると、
 $(x - 6) \times (2x - 6) \times 3 = 168$
 式を整理すると、

$$x^2 - 9x - 10 = 0$$

$$(x-10)(x+1) = 0$$

$$x = 10, -1$$

$x = -1$ は問題にあわない。

$x = 10$ は問題にあう。

縦の長さは 10cm

[解説]

厚紙の横の長さは縦の長さ x cm の 2 倍なので $2x$ cm

直方体の底面の長方形の縦は。 $x - 3 - 3 = x - 6$ cm,

直方体の底面の長方形の横は, $2x - 3 - 3 = 2x - 6$ cm,

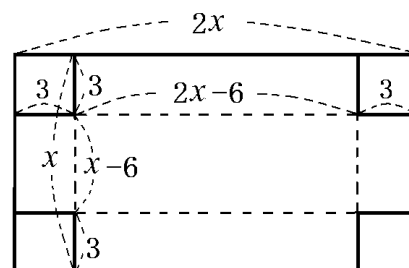
高さは 3cm

(直方体の容積) = (底面の縦) × (底面の横) × (高さ)

$$= (x - 6) \times (2x - 6) \times 3 = 168$$

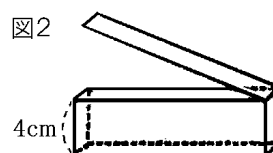
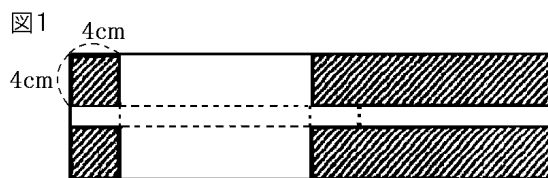
$$(x - 6) \times 2(x - 3) \times 3 = 168, (x - 6)(x - 3) = 28, x^2 - 9x + 18 = 28$$

$$x^2 - 9x - 10 = 0$$



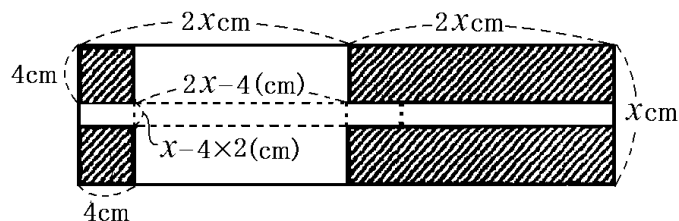
[問題](3 学期)

図 1 のような、横の長さが縦の長さの 4 倍の長方形の厚紙を使い、影をつけた部分を切り取って、図 2 のようなふたのついた直方体の箱をつくる。出来上がった直方体の体積が、 128 cm^3 になるときのもとの厚紙の縦の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]10cm

[解説]

縦の長さを x cm とすると,

この立体の底面の縦は

$$x - 4 \times 2 = x - 8 \text{ (cm)}$$

底面の横は $2x - 4$ (cm)

よって,

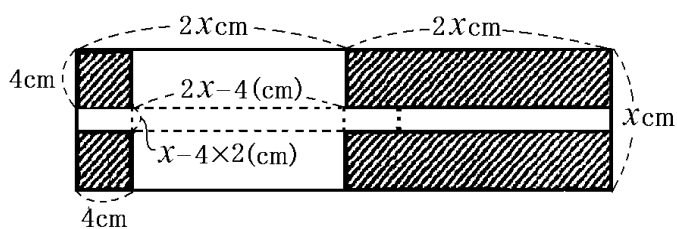
$$(\text{体積}) = (\text{縦}) \times (\text{横}) \times (\text{高さ}) = (x - 8) \times (2x - 4) \times 4 = 128$$

$$(x - 8) \times 2(x - 2) \times 4 = 128, \text{ 両辺を } 8 \text{ でわると, } (x - 8)(x - 2) = 16$$

$$x^2 - 10x + 16 = 16, x^2 - 10x = 0, x(x - 10) = 0, x = 0, 10$$

$x = 0$ は問題にあわない。 $x = 10$ は問題にあう。

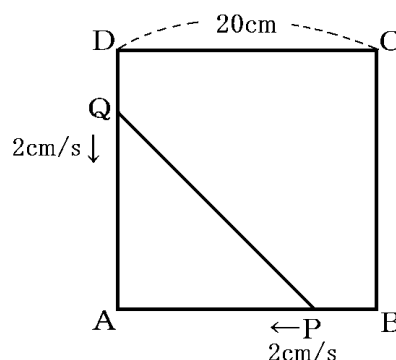
よって, もとの厚紙の縦の長さは **10cm** である。



【】 動点の問題

[問題](2学期中間)

右の図のように、1辺の長さが20cmの正方形ABCDの辺AB、辺AD上に点P、Qがあり、P、QはそれぞれB、DからAに向かって毎秒2cmの速さで動くものとする。点P、QがB、Dを同時に出発するとき、△APQの面積が98cm²になるのは何秒後になるかを次の手順で求めよ。



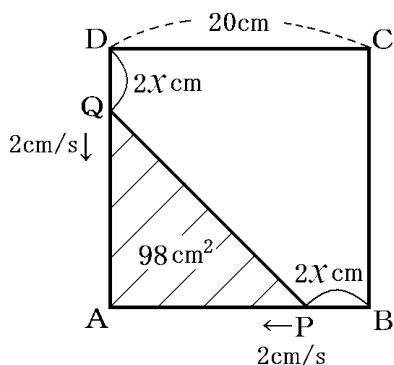
(1) x 秒後に、△APQの面積が98cm²になるとして方程式をつくれ。

(2) △APQの面積が98cm²になるのは何秒後か。

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



[解答](1) $\frac{1}{2}(20-2x)^2 = 98$ (2) 3秒後

[解説]

(1) 毎秒2cmで x 秒の間に動く距離は $2 \times x = 2x$ なので、
 $BP = DQ = 2x$ よって、 $AP = AB - BP = 20 - 2x$ 、
 $AQ = AD - DQ = 20 - 2x$

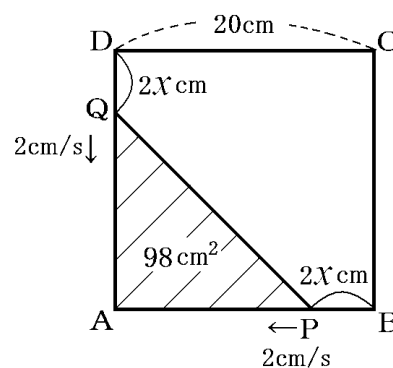
$$(\triangle APQ \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times AP \times AQ = \frac{1}{2} (20 - 2x)^2 = 98$$

$$\frac{1}{2} \{2(10 - x)\}^2 = 98, \frac{1}{2} \times 2^2 \times (10 - x)^2 = 98, 2(10 - x)^2 = 98$$

ゆえに、 $(x - 10)^2 = 49$

(2) $(x - 10)^2 = 49$ より $x - 10 = \pm 7$

$x - 10 = 7$ のとき $x = 17$



$$x - 10 = -7 \text{ のとき } x = 3$$

P, Q がそれぞれ AB, AD 上にあるのは $0 \leq x \leq 10$ なので,

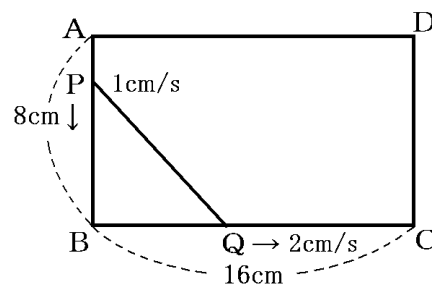
$x = 17$ は問題にあわない。

$x = 3$ は問題にあう。

$\triangle APQ$ の面積が 98cm^2 になるのは 3 秒後である。

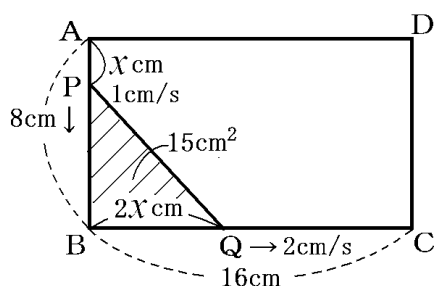
[問題](2 学期中間)

AB=8cm, BC=16cm の長方形 ABCD がある。点 P は、辺 AB 上を A から B まで毎秒 1cm の速さで動き、点 Q は辺 BC 上を B から C まで毎秒 2cm の速さで動くものとする。P, Q が同時に出発するとき、 $\triangle PBQ$ の面積が 15cm^2 になるのは何秒後か。方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

x 秒後に $\triangle PBQ$ の面積が 15cm^2 になったとすると、

$$\frac{1}{2} \times 2x \times (8 - x) = 15$$

$$8x - x^2 = 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-3)(x-5)=0$$

$$x=3, 5$$

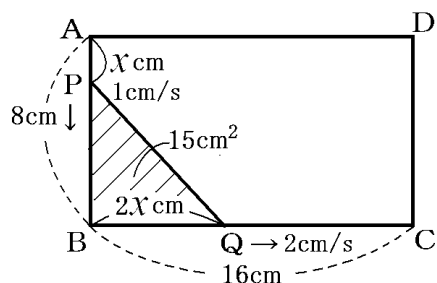
点 P は A から B まで、点 Q は B から C まで動くので、 $0 \leq x \leq 8$ だから、 $x=3, 5$ はともに問題にあっている。

3 秒後, 5 秒後

[解説]

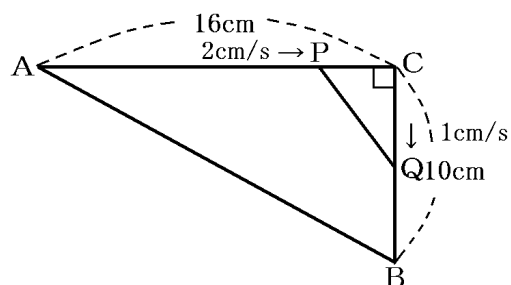
x 秒後、 $BQ=2x$ 、 $AP=x$ なので $BP=8-x$

$$\triangle PBQ \text{ の面積} = \frac{1}{2} \times 2x \times (8-x) = 15$$



[問題](2 学期中間)

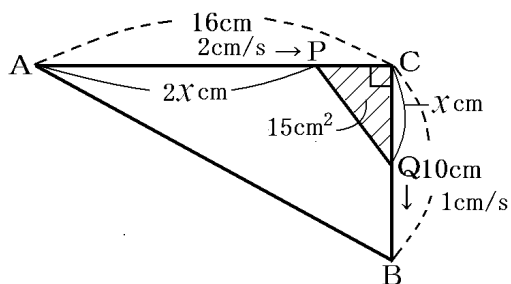
右の図のような、 $\angle C=90^\circ$ である直角三角形 ABC がある。いま、点 P は A を出発して、辺 AC 上を C に向かって毎秒 2cm の速さで動き、点 Q は C を出発して、辺 CB 上を B に向かって毎秒 1cm の速さで動く。P、Q がそれぞれ A、C を同時に出発してから何秒後に、 $\triangle PQC$ の面積が 15cm^2 になるか。方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

x 秒後に $\triangle PQC$ の面積が 15cm^2 になったとする。



[解答]

x 秒後に $\triangle PQC$ の面積が 15cm^2 になったとすると,

$$\frac{1}{2} \times (16 - 2x) \times x = 15$$

$$8x - x^2 = 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 3)(x - 5) = 0$$

$$x = 3, 5$$

点 P は A から C まで動くので, $0 \leq x \leq 8$

点 Q は C から B まで動くので, $0 \leq x \leq 10$

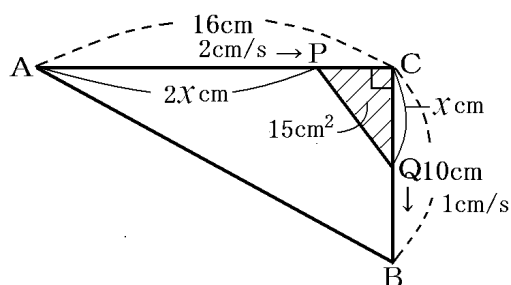
よって, $x = 3, 5$ はともに問題にあっている。

[解説]

x 秒後には $AP = 2x$ なので, $PC = 16 - 2x$ 。

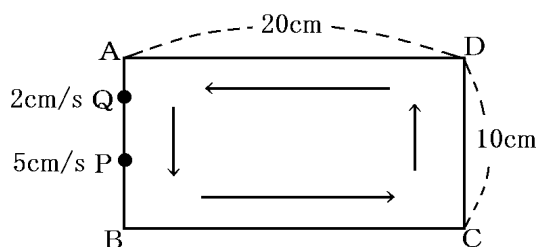
また, $CQ = x$

$$\triangle PQC \text{ の面積} = \frac{1}{2} \times (16 - 2x) \times x = 15$$



[問題](2 学期期末)

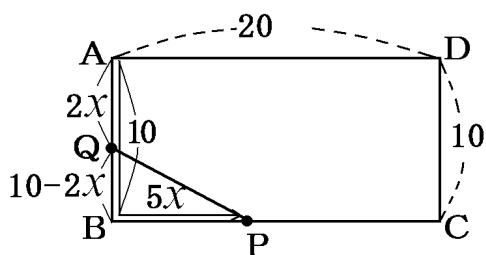
右の図のような長方形 $ABCD$ で点 P は毎秒 5cm , 点 Q は毎秒 2cm の速さで, 頂点 A を同時に出発し, 矢印の向きに長方形の辺上を 1 周する. P が辺 BC 上に, Q が辺 AB 上にあつて, $\triangle QBP = 10\text{cm}^2$ になるのは, 点 P が頂点 A を出発してから何秒後か. 方程式をつくって求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

x 秒後に次の図のような位置にあるとする。



[解答]

x 秒後に、P が辺 BC 上に、Q が辺 AB 上にあつて、 $\triangle QBP = 10\text{cm}^2$ になるとすると、

$$\frac{1}{2} \times (5x - 10) \times (10 - 2x) = 10$$

式を整理すると、

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x - 3)(x - 4) = 0$$

$$x = 3, 4$$

$x = 3$ のとき、P は辺 BC 上に、Q は辺 AB 上にあるので、問題にあう。

$x = 4$ のとき、P は辺 BC 上に、Q は辺 AB 上にあるので、問題にあう。

3 秒後、4 秒後

[解説]

x 秒後に右図のような位置にあるとき、

$$AQ = 2x \text{ なので、} BQ = 10 - 2x$$

$$AB + BP = 5x \text{ なので、} BP = 5x - 10$$

$$(\triangle QBP \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times BP \times BQ = 10 \text{ なので、}$$

$$\frac{1}{2} \times (5x - 10) \times (10 - 2x) = 10$$

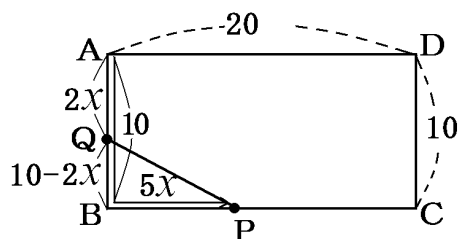
$$\frac{1}{2} (-10x^2 + 70x - 100) = 10$$

$$-5x^2 + 35x - 50 - 10 = 0, \quad -5x^2 + 35x - 60 = 0, \quad x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x - 3)(x - 4) = 0$$

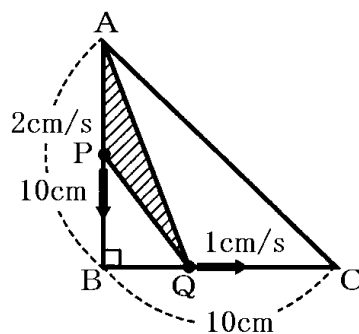
$$x = 3, 4$$

$x = 3, 4$ ともに問題にあう。



[問題](入試問題)

右の図の $\triangle ABC$ は、 $AB=BC=10\text{cm}$ 、 $\angle B=90^\circ$ の直角二等辺三角形である。点 P は $\triangle ABC$ の边上を、毎秒 2cm の速さで、 A から B を通って C まで動く。点 Q は辺 BC 上を毎秒 1cm の速さで B から C まで動く。 $\triangle APQ$ の面積が 16cm^2 となるのは、2 点 P, Q がそれぞれ A, B を同時に出発してから、何秒後と何秒後であるか求めよ。

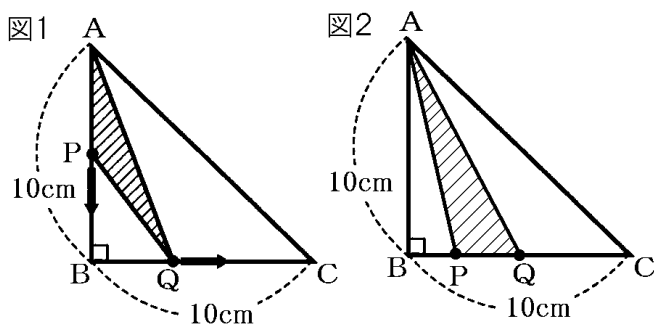


(沖縄県)

[解答欄]

[ヒント]

次の図 1, 図 2 の場合に分けて考える。



[解答] 4 秒後, $\frac{34}{5}$ 秒後

[解説]

2 点 P, Q が出発してからの時間を x 秒とする。点 P は毎秒 2cm の速さで $A \rightarrow B \rightarrow C$ と進むので、 B を通過するのは、 5 秒後 ($10 \div 2 = 5$)、 C に到着するのは 10 秒後である。

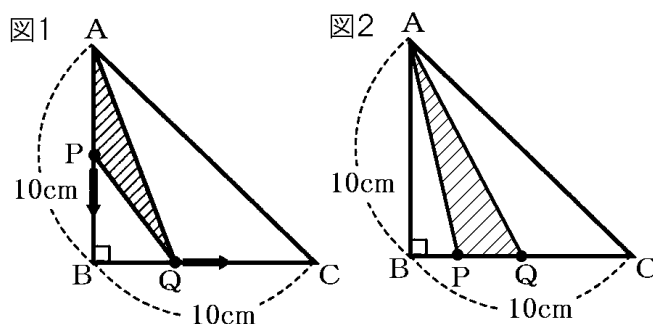
右の図 1, 図 2 の場合に分けて考える。

図 1 : $0 \leq x < 5$ のとき

P は毎秒 2cm の速さで進むので、 $AP = 2 \times x = 2x$

Q は毎秒 1cm の速さで進むので、 $BQ = 1 \times x = x$

$$(\triangle APQ \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times AP \times BQ = 16$$



$$\frac{1}{2} \times 2x \times x = 16, \quad x^2 = 16, \quad x = \pm 4$$

$0 \leq x < 5$ なので、 $x = 4$ は適する。 $x = -4$ は不適。

図 2 : $5 \leq x \leq 10$ のとき

P は毎秒 2cm の速さで進むので、 $AB + BP = 2x$, $10 + BP = 2x$, $BP = 2x - 10$

Q は毎秒 1cm の速さで進むので、 $BQ = x$

よって、 $PQ = BQ - BP = x - (2x - 10) = -x + 10$

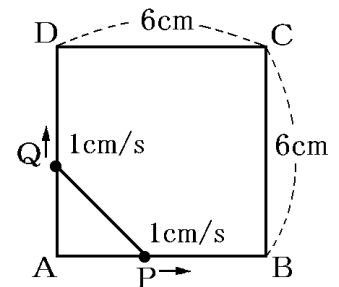
$$(\triangle APQ \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times PQ \times AB = 16$$

$$\frac{1}{2} \times (-x + 10) \times 10 = 16, \quad -5x + 50 = 16, \quad -5x = -34, \quad x = \frac{34}{5}$$

$5 \leq x \leq 10$ なので、 $x = \frac{34}{5}$ は適する。

[問題](入試問題)

右の図の正方形 ABCD は、1 辺の長さが 6cm である。点 P, Q は、同時に点 A を出発し、点 P は正方形の边上を点 B, C の順に通って点 D まで毎秒 1cm の速さで進んで止まる。点 Q は正方形の边上を点 D まで毎秒 1cm の速さで進んで止まる。点 P, Q が出発してから、 x 秒後の $\triangle APQ$ の面積が 16cm^2 になるときの x の値をすべて求めよ。

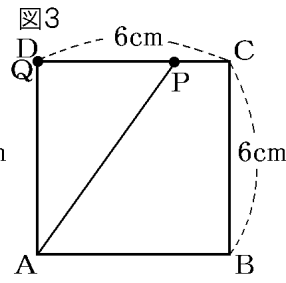
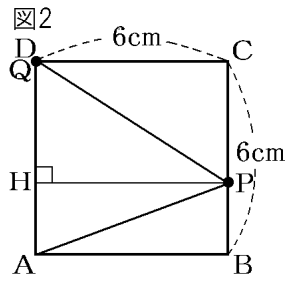
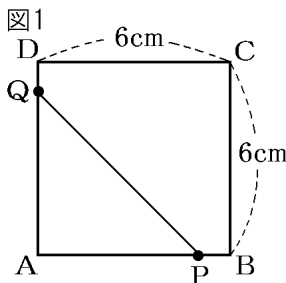


(青森県)

[解答欄]

[ヒント]

次の図 1, 図 2, 図 3 の場合に分けて考える。



[解答] $x = 4\sqrt{2}, \frac{38}{3}$

[解説]

点 Q は 6 秒後に D に到着した後は D にとどまる。点 P は 6 秒後に点 B, 12 秒後に C を通過し, 18 秒後に D に到着する。

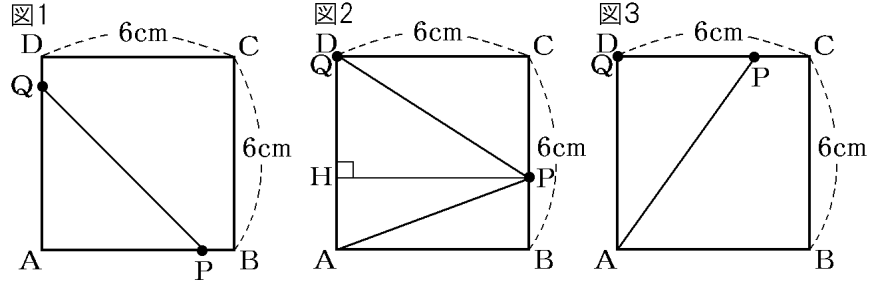


図 1~3 の場合に分けて考える。

図 1 : $0 \leq x < 6$ のとき

$$(\triangle APQ \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times AP \times AQ = 16$$

$$AP = AQ = x \text{ なので, } \frac{1}{2} \times x \times x = 16, \quad x^2 = 32, \quad x = \pm\sqrt{32} = \pm 4\sqrt{2}$$

$0 \leq x < 6$ なので, $x = 4\sqrt{2}$ は適する。 $x = -4\sqrt{2}$ は不適。

図 2 : $6 \leq x < 12$ のとき

AQ を底辺とすると, 高さは PH なので,

$$(\triangle APQ \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times AQ \times PH = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18(\text{cm}^2) \text{ となり, 面積が } 16\text{cm}^2 \text{ になることはない。}$$

図 3 : $12 \leq x \leq 18$ のとき

$$AB + BC + CP = x \text{ なので, } 6 + 6 + CP = x, \quad CP = x - 12$$

$$\text{よって, } PQ = CD - CP = 6 - (x - 12) = -x + 18$$

$$(\triangle APQ \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times PQ \times AQ = 16$$

$$\frac{1}{2} \times (-x + 18) \times 6 = 16, \quad -3x + 54 = 16, \quad -3x = -38, \quad x = \frac{38}{3}$$

$x = \frac{38}{3}$ は $12 < x \leq 18$ を満たすので適する。

【】 その他の応用問題

[値下げしたときの売り上げ]

[問題](後期中間)

1個100円で売ると、1日に240個売れる商品がある。この商品は1円値下げするごとに、1日あたり4個多く売れる。この商品を x 円値下げした日の売り上げは25600円であった。このとき、 x の方程式をつくり、何円値下げしたかを求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

x 円値下げしたものとすると、売値は $100-x$ (円)で、 $240+4x$ (個)売れる。

[解答]

x 円値下げしたものとすると、売値は $100-x$ (円)で $240+4x$ (個)売れるので、

$$(100-x) \times (240+4x) = 25600$$

式を整理すると、

$$x^2 - 40x + 400 = 0$$

$$(x-20)^2 = 0$$

$$x = 20$$

$x = 20$ は問題にあう。

20円値下げした。

[解説]

x 円値下げしたものとすると、

「この商品は1円値下げするごとに、1日あたり4個多く売れる」ので、

x 円値下げすると、1日あたり $240+4x$ (個)売れる。このときの売値は $100-x$ (円)で、

(売値) \times (個数) $=25600$ (円)なので、 $(100-x) \times (240+4x) = 25600$

[問題](入試問題)

商品 A は、1 個 120 円で売ると 1 日あたり 240 個売れ、1 円値下げするごとに 1 日あたり 4 個多く売れるものとする。次の各問いに答えよ。

- (1) 1 個 110 円で売るとき、1 日で売れる金額の合計はいくらになるか。
- (2) x 円値下げするとき、1 日あたり何個売れるかを、 x を使った式で表せ。
- (3) 1 個 120 円で売るときよりも、1 日で売れる金額の合計を 3600 円増やすためには、1 個何円で売るとよいか。

(岐阜県)

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

- (1) 10 円値下げしているので、 $4(\text{個}) \times 10 = 40(\text{個})$ 多い、 $240 + 40 = 280(\text{個})$ 売れる。
- (2) 1 円値下げするごとに 1 日あたり 4 個多く売れるので、 x 円値下げすると、 $4 \times x = 4x(\text{個})$ 多く売れる。
- (3) x 円値下げして売ると、(2) より、 $4x + 240(\text{個})$ 売れる。
このとき、(売上金額) = $(120 - x)(\text{円}) \times (4x + 240)(\text{個}) = (120 - x)(4x + 240)(\text{円})$ になる。

[解答](1) 30800 円 (2) $4x + 240(\text{個})$ (3) 90 円

[解説]

- (1) 10 円値下げしているので、 $4(\text{個}) \times 10 = 40(\text{個})$ 多い、 $240 + 40 = 280(\text{個})$ 売れる。
このとき、(1 日で売れる金額の合計) = $110(\text{円}) \times 280(\text{個}) = 30800(\text{円})$ になる。
- (2) 1 円値下げするごとに 1 日あたり 4 個多く売れるので、 x 円値下げすると、 $4 \times x = 4x(\text{個})$ 多く売れる。したがって、1 日で、 $4x + 240(\text{個})$ 売れる。
- (3) x 円値下げして売ると、(2) より、 $4x + 240(\text{個})$ 売れる。
このとき、(売上金額) = $(120 - x)(\text{円}) \times (4x + 240)(\text{個}) = (120 - x)(4x + 240)(\text{円})$ になる。
1 個 120 円で売ると 240 個売れるので、売上金額は $120(\text{円}) \times 240(\text{個}) = 28800(\text{円})$ になる。
売り上げが 3600 円増えると、 $28800 + 3600 = 32400(\text{円})$ なので、
 $(120 - x)(4x + 240) = 32400$ が成り立つ。
 $480x + 28800 - 4x^2 - 240x = 32400$
 $-4x^2 + 240x - 3600 = 0$
 $x^2 - 60 + 900 = 0$
 $(x - 30)^2 = 0$
 $x = 30$
これは問題にあう。
したがって、(1 個の売値) = $120 - x = 120 - 30 = 90(\text{円})$

[一次関数を使った問題]

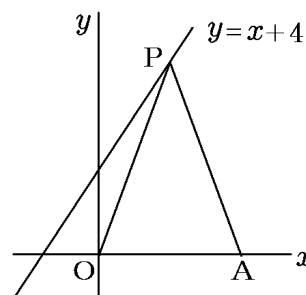
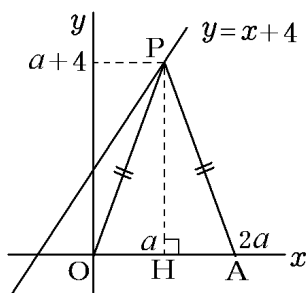
[問題](前期期末)

右の図で、点 P は $y = x + 4$ のグラフ上の点で、その x 座標は正の数である。点 A は、 $PO = PA$ となる x 軸上の点である。 $\triangle POA$ の面積が 21 のとき、点 P の座標を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

点 P の x 座標を a ($a > 0$) とする。



[解答](3, 7)

[解説]

点 P の x 座標を a ($a > 0$) とする。

$y = x + 4$ に $x = a$ を代入すると $y = a + 4$ なので、

右図で、 $PH = a + 4$ である。

また、 $\triangle POA$ は $PO = PA$ の二等辺三角形なので、

右図の H (x 座標は a) は OA の中点となり、 $OA = 2a$ である。

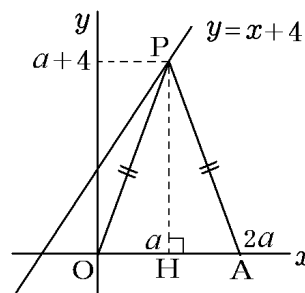
$$(\triangle POA \text{ の面積}) = \frac{1}{2} \times OA \times PH = 21$$

$$\frac{1}{2} \times 2a \times (a + 4) = 21, \quad a^2 + 4a - 21 = 0, \quad (a + 7)(a - 3) = 0$$

$$a = -7, 3$$

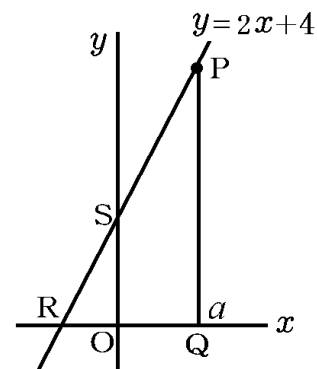
$a > 0$ なので、 $a = -7$ は不適。 $a = 3$ は適する。

$a + 4 = 3 + 4 = 7$ なので、点 P の座標は (3, 7) である。



[問題](2 学期期末)

右の図のように、直線 $y = 2x + 4$ 上の y 軸より右側に点 P をとり、 P から x 軸にひいた垂線を PQ とする。直線 $y = 2x + 4$ と x 軸、 y 軸との交点をそれぞれ R 、 S とする。点 P の x 座標を a として次の各問いに答えよ。



(1) 点 P の y 座標を a を使って表せ。

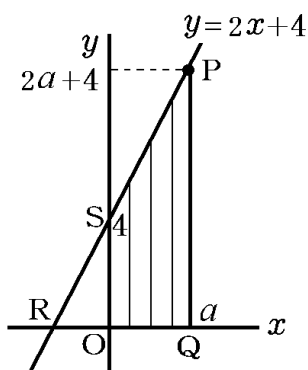
(2) 台形 $SOQP$ の面積が 12 になるとき、次の方程式を完成してそれを解き、 P の座標を求めよ。

$$\left(\quad \quad \quad \right) = 12$$

[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]



[解答](1) $y = 2a + 4$ (2) $\frac{1}{2}(4 + 2a + 4) \times a$, $P(2, 8)$

[解説]

(1) $y = 2x + 4$ に $x = a$ を代入すると、 $y = 2a + 4$

(2) $SO = 4$ 、 $QP = 2a + 4$ 、 $OQ = a$ なので、

$$\text{(台形 } SOQP \text{ の面積)} = \frac{1}{2}(4 + 2a + 4) \times a = 12$$

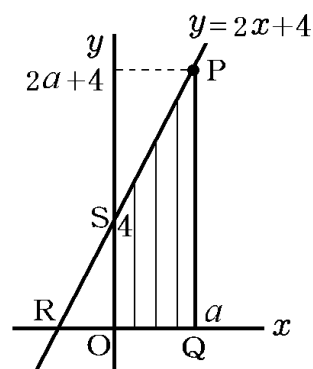
$$a^2 + 4a - 12 = 0, \quad (a - 2)(a + 6) = 0$$

$a > 0$ なので、 $a = -6$ は問題にあわない。

$a = 2$ は問題にあう。

$$y = 2a + 4 = 2 \times 2 + 4 = 8$$

ゆえに、点 P の座標は $P(2, 8)$



【FdData 中間期末製品版のご案内】

詳細は、[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#)に掲載 ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆印刷・編集

この PDF ファイルは、FdData 中間期末を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 中間期末は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 中間期末の特徴

中間期末試験で成績を上げる秘訣は過去問を数多く解くことです。FdData 中間期末は、実際に全国の中学校で出題された試験問題をワープロデータ(Word 文書)にした過去問集です。各教科(社会・理科・数学)約 1800~2100 ページと豊富な問題を収録しているため、出題傾向の 90%以上を網羅しております。

FdData 中間期末を購入いただいたお客様からは、「市販の問題集とは比べものにならない質の高さですね。子どもが受けた今回の期末試験では、ほとんど同じような問題が出て今までにないような成績をとることができました。」「製品の質の高さと豊富な問題量に感謝します。試験対策として、塾の生徒に FdData の膨大な問題を解かせたところ、成績が大幅に伸び過去最高の得点を取れました。」などの感想をいただいております。

◆サンプル版と製品版の違い

ホームページ上に掲載しておりますサンプルは、印刷はできませんが、製品の全内容を掲載しており、どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。しかし、FdData 中間期末がその本来の力を発揮するのは印刷ができる製品版においてです。印刷した問題を、鉛筆を使って一問一問解き進むことで、大きな学習効果を得ることができます。さらに、製品版は、すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」、編集に適した「問題解答一体形式」、暗記分野で効果を発揮する「一問一答形式」(理科と社会)の 3 形式を含んでいますので、目的に応じて活用することができます。

※[FdData 中間期末の特徴\(QandA 方式\)](#) ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆FdData 中間期末製品版(Word 版)の価格(消費税込み)

※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

[数学 1 年](#), [数学 2 年](#), [数学 3 年](#) : 各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[理科 1 年](#), [理科 2 年](#), [理科 3 年](#) : 各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[社会地理](#), [社会歴史](#), [社会公民](#) : 各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は、メール(info2@fdtext.com), または電話(092-811-0960)で承っております。

※[注文→インストール→編集・印刷の流れ](#), ※[注文メール記入例](#) ([Shift]+左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail : info2@fdtext.com Tel : 092-811-0960