【FdData 中間期末：中学数学 3 年：二次関数】

[x の 2 乗に比例する関数／グラフをかけ／グラフの特徴／式の決定／二次関数の変域／二次関数の変化の割合／FdData 中間期末製品版のご案内]

【】x の 2 乗に比例する関数

[$y=ax^2$]

[問題](2 学期期末)

次のア～オの関数について，y が x の 2 乗に比例しているものをすべて選べ。

ア　$y=3x^2$　　イ　$y=\dfrac{1}{x^2}$　　ウ　$y=-x^2$　　エ　$y=\dfrac{1}{2}x^2$　　オ　$y=3^2x$

[解答欄]

[ヒント]

y が x の 2 乗に比例する場合，$y=ax^2$ (a は比例定数)の式になる。

[解答]ア，ウ，エ

[解説]

y が x の 2 乗に比例する場合，$y=ax^2$ (a は比例定数)の式になる。

イは x^2 が分母にきているので y が x の 2 乗に比例する関数ではない。オは x の指数は 1 なので一次関数

[問題](2 学期中間)
次の関数のうち，y が x の 2 乗に比例するものはどれか。

ア　$y=-2x$　　イ　$y=\frac{3}{x^2}$　　ウ　$y=\frac{x}{2}$　　エ　$y=\frac{x^2}{5}$

[解答欄]

[解答]エ
[解説]
イは x^2 が分母にきているので y が x の 2 乗に比例する関数ではない。
アとウは x の指数は 1 なので一次関数である。

[問題](2 学期期末)
y が x の関数であり，変数 x と y の間に，a を 0 でない定数として $y=ax^2$ という関係が成り立つとき，y は x の 2 乗に比例するといい，この定数 a を(　　　)という。

[解答欄]

[解答]比例定数

[y が x の 2 乗に比例するものを選べ]
[問題](2 学期期末)
次のア～エのうち，y が x の 2 乗に比例するものをすべて選び，記号で答えよ。
ア　周の長さが 40cm の長方形の縦の長さ x cm と横の長さ y cm
イ　半径 x cm の円の面積 y cm²
ウ　底面が 1 辺 x cm の正方形で，高さが 5cm の正四角柱の体積 y cm³
エ　1 辺が x cm の立方体の体積 y cm³

[解答欄]

[ヒント]
y が x の 2 乗に比例する場合，$y=ax^2$ (a は比例定数)の式になる。

[解答]イ，ウ

[解説]

ア　$(x+y)\times 2=40$，$x+y=20$，$y=-x+20$ なので一次関数である。

イ　$y=\pi x^2$ なので，y は x の 2 乗に比例する。π は比例定数になる。

ウ　$y=x^2\times 5$，$y=5x^2$ なので，y は x の 2 乗に比例する。

エ　$y=x^3$ で，x の指数部分は 3 なので，y は x の 3 乗に比例する。

[問題](2 学期中間)

　次のア～エについて，y が x の 2 乗に比例するものをすべて選び，記号で答えよ。

ア　半径 x cm，中心角が 18°のおうぎ形の面積を y cm²とする。

イ　x km の道のりを毎時 y km の速さで進むときにかかる時間は 2 時間である。

ウ　底辺の半径が x cm，高さが 2cm の円錐の体積を y cm³とする。

エ　縦 $2x$ cm，横 $3x$ cm，高さ x cm の直方体の体積を y cm³とする。

[解答欄]

[解答]ア，ウ

[解説]

ア　$y=\pi x^2\times\frac{18}{360}$，$y=\frac{\pi}{20}x^2$ なので，y は x の 2 乗に比例する。

イ（速さ)＝(道のり)÷(時間)　$y=x\div 2$，$y=\frac{1}{2}x$ なので一次関数(比例)である。

ウ　$y=\frac{1}{3}\times\pi x^2\times 2$，$y=\frac{2\pi}{3}x^2$ なので，y は x の 2 乗に比例する。

エ　$y=2x\times 3x\times x$，$y=6x^3$ なので，y は x の 3 乗に比例する。

[問題](2 学期中間)

　y が x の 2 乗に比例するものを，次のア～ウから選び，記号で答えよ。

ア

x	1	2	3	4
y	3	6	9	12

イ

x	1	2	3	4
y	−2	−8	−18	−32

ウ

x	1	2	3	4
y	12	6	4	3

[解答欄]

[解答]イ

[解説]

ア　y ：3×1，3×2，3×3，3×4 →　$y=3x \to y$ は x に比例(一次関数)

イ　y ：－2×1，－2×4，－2×9，－2×16 → $y=-2x^2$ (y は x の 2 乗に比例)

ウ　1×12＝12，2×6＝12，3×4＝12，4×3＝12 → $xy=12$， $y=\dfrac{12}{x}$ (y は x に反比例)

[図形：2 乗に比例する関係]

[問題](後期中間)

　底辺と高さがともに x cm である三角形の面積を y cm^2 とするとき，① x, y の関係を式に表せ。② x の値が 3 倍になると y の値は何倍になるか。

[解答欄]

①	②

[ヒント]

②　y が x の 2 乗に比例する関数 $y=ax^2$ では， x の値が 2，3，4･･･倍になると， y の値は，2^2，3^2，4^2･･･倍になる。

[解答]①　$y=\dfrac{1}{2}x^2$　②　9 倍

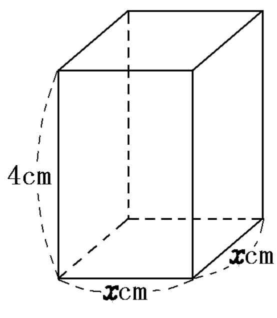
[解説]

①(三角形の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺)×(高さ) なので， $y=\dfrac{1}{2}\times x\times x$， $y=\dfrac{1}{2}x^2$

② y が x の 2 乗に比例する関数では， x の値が 3 倍になると， y の値は 3^2＝9(倍)になる。

[問題](2 学期期末)

　底辺が 1 辺 x cm の正方形で，高さが 4cm の正四角柱の体積を y cm^3 とするとき，① y を x の式で表せ。②また， $x=5$ のときの y の値は， $x=1$ のときの y の値の何倍か。



[解答欄]

①	②

[解答]① $y=4x^2$　②　25 倍

[解説]

(四角柱の体積)＝(底面積)×(高さ)＝ $x\times x\times 4$　よって， $y=4x^2$

この式より， y は x^2 に比例するので， x が 5 倍になると y は 5^2＝25 倍になる。

[問題](2 学期中間)

円の半径がもとの長さの 6 倍になると，面積はもとの面積の何倍になるか。

[解答欄]

[解答] 36 倍

[解説]

(円の面積)＝π×(半径)^2 なので，円の面積は半径の 2 乗に比例する。したがって，半径が 6 倍になると，面積は 6^2 倍になる。

【】二次関数のグラフ

【】グラフをかけ

[問題](3 学期)

$y=\frac{1}{4}x^2$ について，次の各問いに答えよ。

(1) 下の表の空らんにあてはまる数を解答用紙の表に書き入れ，表を完成せよ。

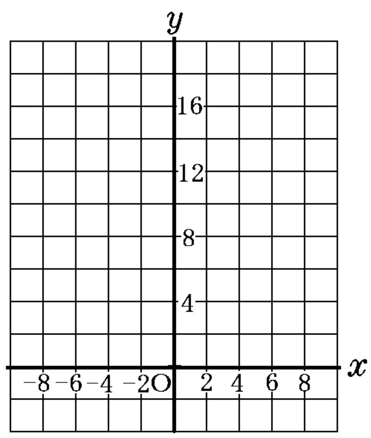
x	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
y									

(2) $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを解答用紙の座標平面にかけ。

[解答欄]

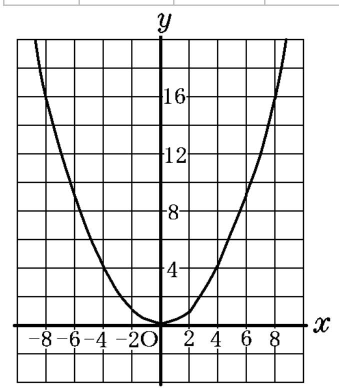
(1)

x	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
y									



[解答]

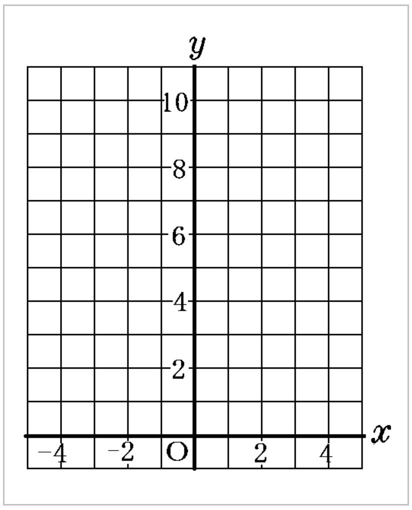
x	−8	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16



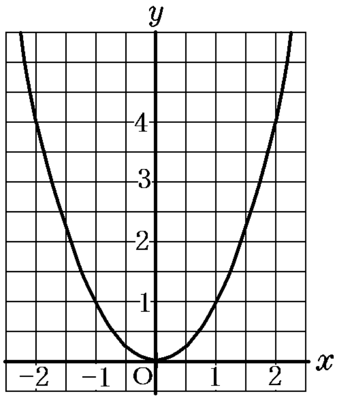
[問題](2 学期中間)

関数 $y = x^2$ のグラフをかけ。

[解答欄]



[解答]

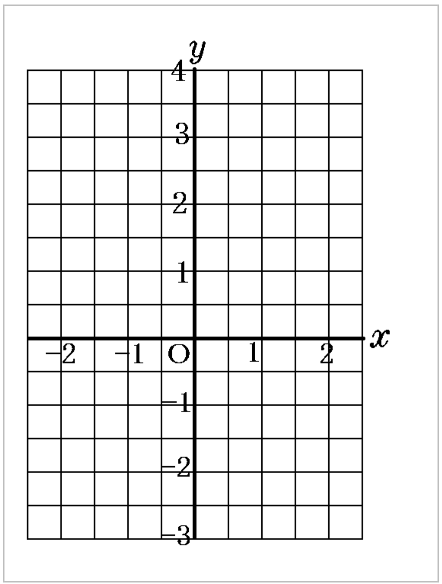


[問題](2 学期期末)

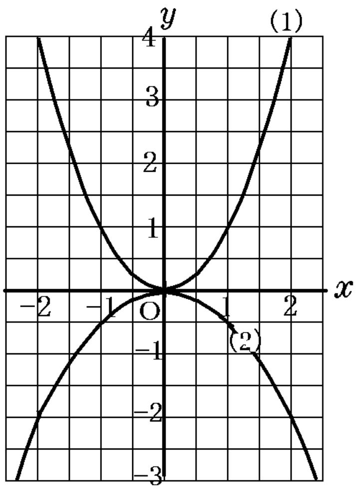
　次の関数のグラフをかけ。

① $y = x^2$　　　　　② $y = -\frac{1}{2}x^2$

[解答欄]



[解答]



[問題](3 学期)

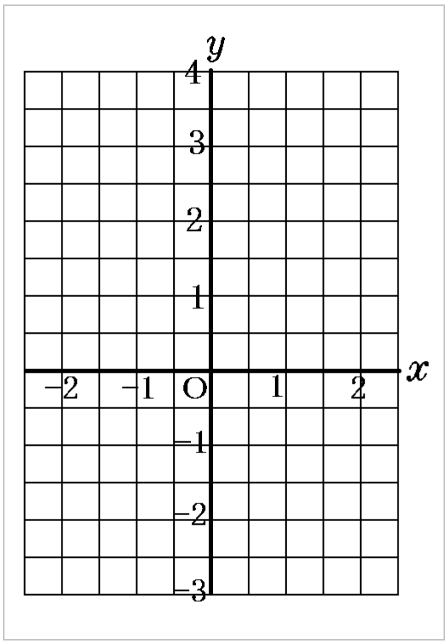
次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y = x^2$

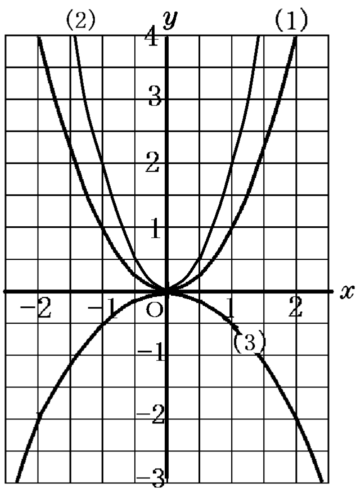
(2)　$y = 2x^2$

(3)　$y = -\frac{1}{2}x^2$

[解答欄]



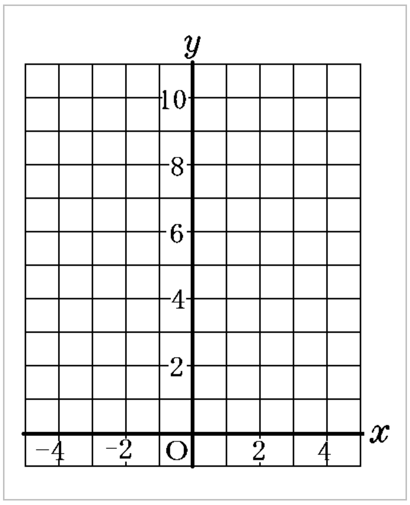
[解答]



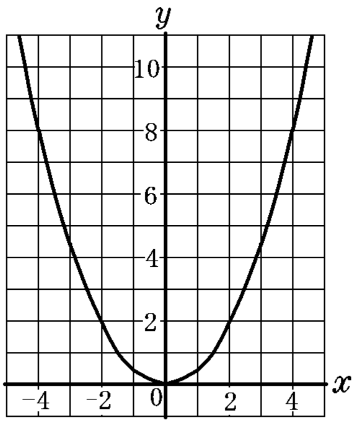
[問題](2 学期期末)

y は x の 2 乗に比例し， $x=2$ のとき $y=2$ である。この関数のグラフをかけ。

[解答欄]



[解答]



[解説]

y が x の 2 乗に比例するので， $y=ax^2$ とおく。 $x=2$， $y=2$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$2=a\times 2^2$， $4a=2,\ a=\dfrac{1}{2}$

よって，この関数の式は $y=\dfrac{1}{2}x^2$

【】グラフの特徴

[放物線・原点を通る・y軸に対称]

[問題](2 学期期末)

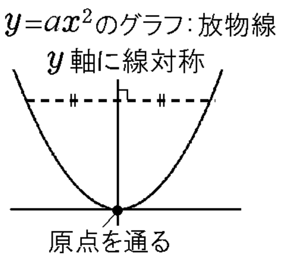
次の文中の①～③に適語を入れよ。

$y=ax^2$ のグラフを(　①　)線という。このグラフは(　②　)軸について線対称で，a がどのような値をとっても(　③　)点を通る。

[解答欄]

①	②	③

[ヒント]



[解答]①　放物　②　y　③　原

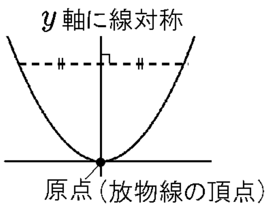
[解説]

二次関数 $y=ax^2$ の性質

・原点を通る(頂点は原点にある)

・y 軸に線対称な放物線になる。

(y 軸が放物線の軸)



[問題](2 学期期末)

次の文中の①～⑤に適語を入れよ。

y が x の 2 乗に比例する関数は，比例定数を a とすると，(　①　)と表され，そのグラフは，(　②　)を通る曲線で，(　③　)と呼ばれる。また，(　④　)軸について(　⑤　)である。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	

[解答]①　$y=ax^2$　②　原点　③　放物線　④　y　⑤　線対称(対称)

[a→グラフの位置・開き方]

[問題](2 学期期末)

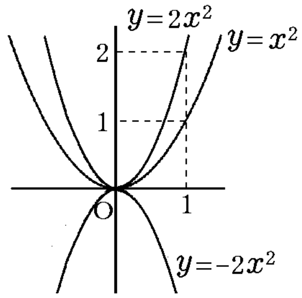
次の文中の①～③の(　　)内からそれぞれ適語を選べ。

$y=ax^2$ のグラフは，$a>0$ のとき，x 軸の①(上／下)側にあり，②(上／下)に開いている。a の絶対値が大きいほど開き方は③(大きく／小さく)なる。

[解答欄]

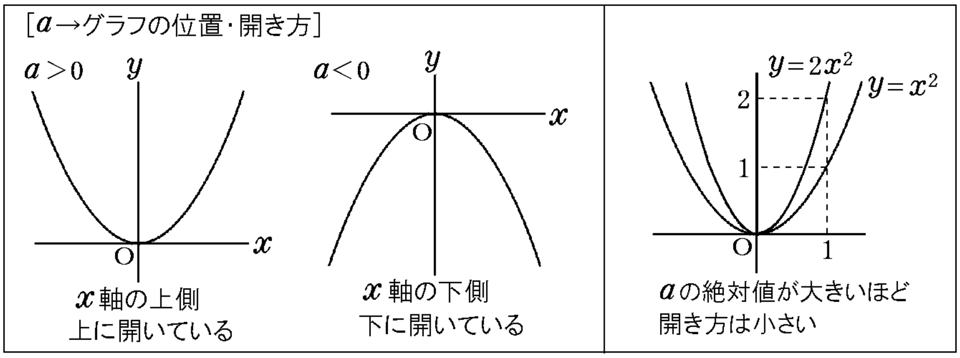
①	②	③

[ヒント]



[解答]①　上　②　上　③　小さく

[解説]



[問題](後期中間)

次のア～エの関数について，後の各問いに答えよ。

ア　$y=x^2$　　イ　$y=-3x^2$　　ウ　$y=\frac{1}{2}x^2$　　エ　$y=-\frac{1}{3}x^2$

(1)　グラフが上に開いた放物線であるものをすべて選び，記号で答えよ。

(2)　グラフの開き方が最も大きいものを選び，記号で答えよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]
(1) $y = ax^2$ で，$a > 0$ のときグラフは上に開いている。
(2) $y = ax^2$ の a の絶対値が小さいほど開き方は大きい。

[解答](1) ア，ウ　(2) エ
[解説]
(1) $y = ax^2$ で，$a > 0$ のときグラフは上に開いている。$a < 0$ のときは下に開いている。
$a > 0$ であるのはアとウ
(2) $y = ax^2$ の a の絶対値が小さいほど開き方は大きい。ア～エで a の絶対値が一番小さいのはエの $y = -\frac{1}{3}x^2$

[問題](3 学期)
次のア～キについて，(1)～(4)にあてはまるものをそれぞれすべて選び，記号で答えよ。
ア　$y = -x^2$　　イ　$y = 0.2x^2$　　ウ　$y = -\frac{1}{3}x^2$　　エ　$y = \frac{1}{5}x^2$
オ　$y = -\frac{1}{10}x^2$　　カ　$y = x^2$　　キ　$y = -\frac{1}{2}x^2$
(1) グラフが上に開いているもの
(2) グラフの開き方が最も大きいもの
(3) グラフが x 軸について線対称であるものの組み合わせ
[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]
(3) 例えば，$y = 3x^2$ と $y = -3x^2$ は x 軸について対称である。

[解答](1) イ，エ，カ　(2) オ　(3) アとカ
[解説]
(1) 放物線 $y = ax^2$ のグラフで，$a > 0$ のとき，グラフは上に開き，$a < 0$ のときグラフは下に開く。$a > 0$ なのは，イ，エ，カ。
(2) a の絶対値が小さいほど開き方は大きくなる。したがって，オのグラフの開き方が最も大きい。
(3) $y = 2x^2$ と $y = -2x^2$ など a の絶対値が同じで，符号が反対のものは x 軸について線対称になる。

[問題](後期中間)

関数 $y=ax^2$ のグラフが，$y=-3x^2$ のグラフと x 軸について対称になるとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=3$

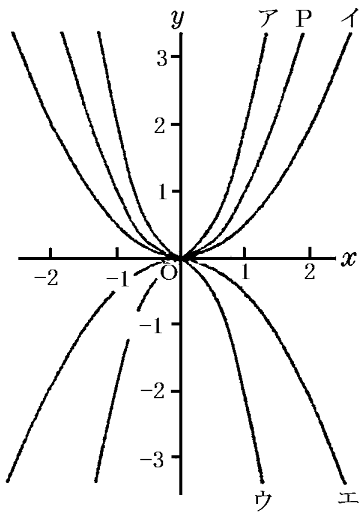
[解説]

$y=mx^2$ と $y=-mx^2$ のグラフは x 軸について対称である。

[問題](2 学期期末)

右の図で，P は関数 $y=x^2$ のグラフである。ア～エのグラフの中に，次の(1)，(2)のグラフがある。それはどれか，それぞれ記号で答えよ。

(1) $y=\dfrac{1}{2}x^2$　　(2) $y=-2x^2$



[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) $y=\dfrac{1}{2}x^2$ は比例定数が正なので，アかイである。$y=\dfrac{1}{2}x^2$ の比例定数の絶対値 $\dfrac{1}{2}$ は，$y=x^2$ の比例定数の絶対値 1 より小さいので，開き方は $y=x^2$ (図の P)より大きい。

[解答](1) イ　(2) ウ

[解説]

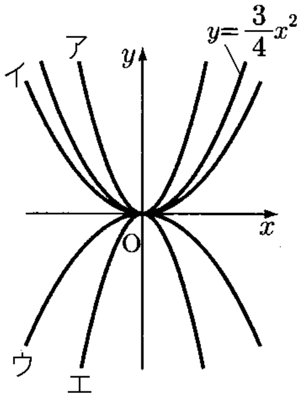
(1)の $y=\dfrac{1}{2}x^2$ の比例定数は正なのでグラフは x 軸より上。また，比例定数 $\dfrac{1}{2}$ は $y=x^2$ の比例定数の絶対値より小さいので開き方が P より大きい。よって(1)のグラフはイ。

(2) $y=-2x^2$ の比例定数は負なのでグラフは x 軸より下。また，比例定数 -2 の絶対値は $y=x^2$ の比例定数の絶対値より大きいので開き方が P より小さい。よって(2)のグラフはウ。

[問題](入試問題)

右の図のア～エは，$y=ax^2$ の形で表される 4 つのグラフを，関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフと同じ座標軸を使ってかいたものであり，そのうちの 1 つが関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを，ア～エから選び，記号で答えよ。

(山口県)



[解答欄]

[ヒント]

$y=ax^2$ で $a>0$ のときは放物線のグラフは上に開いているので，$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフはアかイである。ア，イのどちらかは，$y=\frac{3}{4}x^2$ と $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフの開き方から判断する。

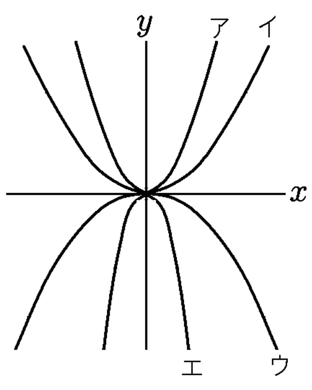
[解答]イ

[解説]

$y=ax^2$ で $a>0$ のときは放物線のグラフは上に開いているので，$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフはアかイである。また，a の絶対値が大きいほど開き方は小さくなり，a の絶対値が小さいほど開き方は大きくなる。$y=\frac{1}{2}x^2$ の $\frac{1}{2}$ は，$y=\frac{3}{4}x^2$ の $\frac{3}{4}$ より小さいので $y=\frac{1}{2}x^2$ の開き方は $y=\frac{3}{4}x^2$ より大きい。よって，$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフはイである。

[問題](2 学期期末)

次の①～④の関数のグラフは，右の図のア～エのどれかである。①～④の関数のグラフをそれぞれ選べ。



① $y=-\frac{1}{3}x^2$

② $y=\frac{3}{2}x^2$

③ $y=-3x^2$

④ $y=\frac{2}{5}x^2$

[解答欄]

①	②	③
④		

[解答]① ウ　② ア　③ エ　④ イ

[解説]

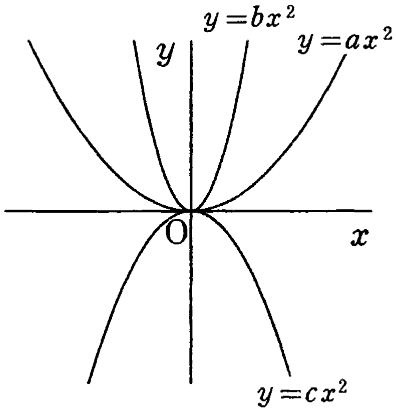
アとイは $y=ax^2$ の比例定数 a が $a>0$ なので，② $y=\frac{3}{2}x^2$，④ $y=\frac{2}{5}x^2$ のどちらかである。a の絶対値が大きいほど開き方が小さいので，② $y=\frac{3}{2}x^2$ はアで，④ $y=\frac{2}{5}x^2$ はイである。

ウとエは比例定数 a が $a<0$ なので，① $y=-\frac{1}{3}x^2$，③ $y=-3x^2$ のどちらかである。

a の絶対値が大きいほど開き方が小さいので，③ $y=-3x^2$ はエで，① $y=-\frac{1}{3}x^2$ はウである。

[問題](2 学期中間)

　右の図は，3 つの関数 $y=ax^2$，$y=bx^2$，$y=cx^2$ のグラフを，同じ座標軸を使ってかいたものである。この図の 3 つの関数について，比例定数 a, b, c を小さい順に左から並べて書け。



[解答欄]

[ヒント]

$y=mx^2$ で $m>0$ のとき, グラフは x 軸の上側にあり, $m<0$ のときは x 軸の下側にあるので, $a>0$，$b>0$，$c<0$ である。また，$y=mx^2$ で m の絶対値が大きいほど開き方が小さいので, 正の数 a, b の大小関係がわかる。

[解答]c, a, b

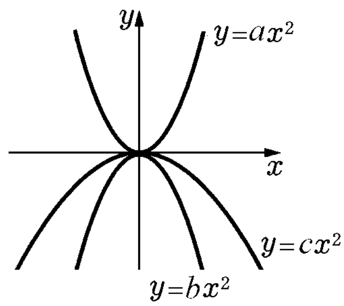
[解説]

$y=mx^2$ で $m>0$ のとき, グラフは x 軸の上側にあり, $m<0$ のときは x 軸の下側にあるので, $a>0$，$b>0$，$c<0$ である。

また，$y=mx^2$ で m の絶対値が大きいほど開き方が小さいので，正の数 a, b では b の絶対値が a の絶対値より大きいことがわかる。よって，$a<b$，$c<0<a<b$ であることがわかる。したがって，a, b, c を小さい順に並べると，c, a, b となる。

[問題](後期中間)

右の図のように，$y=ax^2$，$y=bx^2$，$y=cx^2$ の 3 つの関数のグラフがある。3 つの数 a, b, c を左から小さい順に並べよ。



[解答欄]

[ヒント]

$y=mx^2$ で $m>0$ のとき, グラフは x 軸の上側にあり, $m<0$ のときは x 軸の下側にあるので, $a>0$，$b<0$，$c<0$ であることがわかる。また，$y=mx^2$ で m の絶対値が大きいほど開き方が小さいので，負の数 b, c の大小関係がわかる。

[解答] b, c, a

[解説]

$y=mx^2$ で $m>0$ のとき, グラフは x 軸の上側にあり, $m<0$ のときは x 軸の下側にあるので, $a>0$，$b<0$，$c<0$ であることがわかる。

また，$y=mx^2$ で m の絶対値が大きいほど開き方が小さいので，負の数 b, c では b の絶対値が c の絶対値より大きいことがわかる。したがって，$b<c$ である。

したがって，a, b, c を小さい順に並べると，b, c, a となる。

[問題](2 学期中間)

2 乗に比例する関数 $y=ax^2$ について，ア～オの 5 つのグラフがある。それぞれに次のような特徴があるとき，x 軸の上側にあるものをすべて答えよ。

アのグラフは，上に開いた放物線である。

イのグラフは，オのグラフと x 軸について対称である。

ウのグラフは，エのグラフと y 軸について対称である。

エのグラフは，点(2，－2)を通る。

オのグラフは，点(2，2)を通る。

[解答欄]

[ヒント]

エ，オ：座標を代入して a の値を求めることができる。

ア：上に開いているので，$a>0$ である。

イ：$y=ax^2$ と $y=bx^2$ が x 軸について対称なとき，$b=-a$ である。

ウ：$y=ax^2$ と $y=bx^2$ が y 軸について対称なとき，$b=a$ である。

[解答]ア，オ

[解説]

エ： $y=ax^2$ に $x=2,\ y=-2$ を代入すると， $-2=4a$， $a=\dfrac{-2}{4}=-\dfrac{1}{2}$ → 式は $y=-\dfrac{1}{2}x^2$

オ： $y=ax^2$ に $x=2,\ y=2$ を代入すると， $2=4a$， $a=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$ → 式は $y=\dfrac{1}{2}x^2$

ア：上に開いているので， $a>0$ である。

イ： $y=ax^2$ と $y=bx^2$ が x 軸について対称なとき， $b=-a$ である。

　オのグラフ $y=\dfrac{1}{2}x^2$ と x 軸について対称であるので， $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ である。

ウ： $y=ax^2$ と $y=bx^2$ が y 軸について対称なとき， $b=a$ である。

　エのグラフ $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ と y 軸について対称であるので， $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ である。

以上より， $a>0$ であるのはアとオである。

[増加・減少のようす]

[問題](2 学期期末)

　右の $y=ax^2$ のグラフを見て，次の文の①～④に「増加」または「減少」の言葉を入れよ。

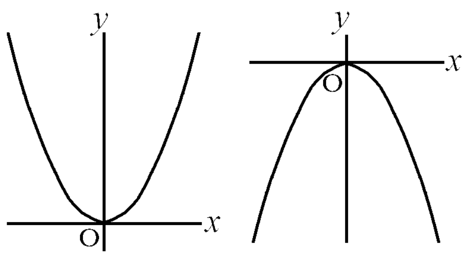
関数 $y=ax^2$ について，

・ $a>0$ のとき， x の値を増加させると y の値は，

　$x\leqq 0$ で(　①　)し， $x\geqq 0$ で(　②　)する。

・ $a<0$ のとき， x の値を増加させると y の値は，

　$x\leqq 0$ で(　③　)し， $x\geqq 0$ で(　④　)する。

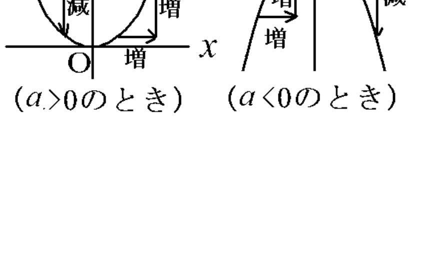


$a>0$ のとき　　$a<0$ のとき

[解答欄]

①	②	③
④		

[ヒント]



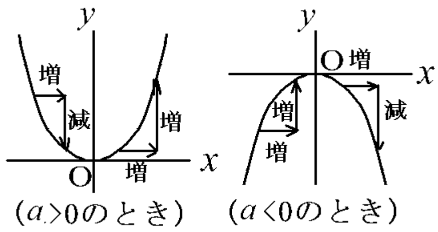
($a>0$ のとき)　($a<0$ のとき)

[解答]① 減少　② 増加　③ 増加　④ 減少

[解説]

グラフが右上がりのとき x が増加すると y も増加

グラフが右下がりのとき x が増加すると y は減少



[問題](2 学期中間)

関数 $y=ax^2$ のグラフの増減について，次の①～④にあてはまる語句を書け。

・$a>0$ のとき

$x \leqq 0$ の範囲では x の値が増加するにつれて y の値は(　①　)し，$x \geqq 0$ の範囲では x の値が増加するにつれて y の値は(　②　)する。よって，$x=0$ のとき y の値は 0 で(　③　)になる。

・$a<0$ のとき

$x \leqq 0$ の範囲では x の値が増加するにつれて y の値は(　④　)し，$x \geqq 0$ の範囲では x の値が増加するにつれて y の値は(　⑤　)する。よって，$x=0$ のとき y の値は 0 で(　⑥　)になる。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥

[解答]① 減少　② 増加　③ 最小　④ 増加　⑤ 減少　⑥ 最大

[問題](2 学期期末)

次の関数のうち，$x>0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値も増加するものをすべて選び，記号で答えよ。

ア　$y=\frac{1}{4}x^2$　　イ　$y=-5x^2$　　ウ　$y=2x+1$

[解答欄]

[解答]ア，ウ

[解説]

アの $y=\frac{1}{4}x^2$ は比例定数が正なので $x>0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値も増加する。

イの $y=-5x^2$ は比例定数が負なので $x>0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値は減少する。

ウの $y=2x+1$ はすべての x の範囲で，x の値が増加すると，y の値も増加する。

[グラフの特徴全般]

[問題](2 学期期末)

次の関数について，後の各問いに答えよ。

① $y=2x^2$　② $y=-3x^2$　③ $y=-\frac{1}{3}x^2$　④ $y=3x^2$

(1) グラフが上に開いているものはどれか。

(2) グラフの開き方が，もっとも大きいものはどれか。

(3) x 軸について対称になっている関数のグラフはどれとどれか。

(4) $x<0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値も増加するものはどれか。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1) ①と④　(2) ③　(3) ②と④　(4) ②と③

[解説]

(1) $y=ax^2$ で，$a>0$ のときグラフは上に開いている。$a<0$ のときは下に開いている。

(2) $y=ax^2$ の a の絶対値が小さいほど開き方は大きい。例えば，$y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフは $y=2x^2$ のグラフより開き方は大きい。

(3) 例えば，$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと $y=-\frac{1}{2}x^2$ は x 軸について線対称。

(4) x の値が増加するとき y の値も増加する場合，グラフは右上がり。

$x<0$ の範囲で右上がりになる放物線は，例えば $y=-\frac{1}{2}x^2$，$y=-5x^2$ のように比例定数が負のグラフである。

[問題](3 学期)

次の関数について，後の各問いに答えよ。

ア $y=x$　イ $y=-2x+1$　ウ $y=\frac{x}{2}$　エ $y=\frac{2}{x}$　オ $y=x^2$

カ $y=-2x^2$　キ $y=-\frac{1}{2}x^2$

(1) グラフが直線になるものをすべてあげよ。

(2) グラフが下に開いた放物線になるものをすべてあげよ。

(3) $x<0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値が減少するものをすべてあげよ。

(4) グラフが原点を通らないものをすべてあげよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)		

[解答](1)ア，イ，ウ　(2) カ，キ　(3) イ，エ，オ　(4) イ，エ

[解説]

(1) 直線のグラフの式は $y=ax+b$ である。 $y=ax+b$ の形をしているのはア，イ，ウ。

(2) 放物線のグラフの式は $y=ax^2$ で，$a>0$ のとき上に開いており，$a<0$ のとき下に開いている。したがって，下に開いた放物線になるものは，カ，キ。

(3) 直線のグラフ $y=ax+b$ の場合，$a<0$ なら x の値が増加すると，y の値が減少する。これを満たすのは，ア，イ，ウのうちイである。

放物線のグラフ $y=ax^2$ で $a>0$ の場合，$x<0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値が減少する。この条件を満たすものはオである。

エは反比例のグラフで $x<0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値は減少するので条件にあてはまる。

(4) ア，ウ，オ，カ，キは $x=0$ のとき $y=0$ なので原点を通る。イ，エは原点を通らない。

[問題](前期期末)

次の①～⑦は，関数 $y=ax^2$ のグラフについて特徴を述べたものである。(　　)にあてはまる適当なことばや記号を入れよ。

・(　①　)を通り，(　②　)に関して線対称である。

・ a(　③　)0 のとき，曲線は上に開いている。

・ a の(　④　)が大きいほどグラフの開き方が小さくなる。

・ $y=ax^2$ のグラフと $y=-ax^2$ のグラフは，(　⑤　)について線対称である。

・ $y=ax^2$ $(a<0)$で，x の値を増加させると y の値は，$x \leqq 0$ で(　⑥　)し，$x \geqq 0$ で(　⑦　)する。

[解答欄]

①	②	③
④	⑤	⑥
⑦		

[解答]① 原点　② y 軸　③ ＞　④ 絶対値　⑤ x 軸　⑥ 増加　⑦ 減少

【】式の決定

[式の決定]

[問題](2 学期中間)

y が x の 2 乗に比例し，$x=-3$ のとき $y=72$ である。このとき，x, y の関係を式に表せ。

[解答欄]

[ヒント]

$y=ax^2$ とおいて，$x=-3$, $y=72$ を代入する。

[解答] $y=8x^2$

[解説]

y が x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$x=-3$, $y=72$ を代入すると，$72=a\times(-3)^2$，$9a=72$，$a=8$

よって，$y=8x^2$

[問題](2 学期期末)

y は x の 2 乗に比例し，$x=2$ のとき，$y=12$ である。次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) $x=-3$ のとき y の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $y=3x^2$ (2) $y=27$

[解説]

(1) y が x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおく。

$y=ax^2$ に $x=2$, $y=12$ を代入すると，$12=a\times4$，$a=3$，よって，$y=3x^2$

(2) $y=3x^2$ に $x=-3$ を代入すると，$y=3\times(-3)^2=27$

[問題](2 学期期末)

y が x の 2 乗に比例していて，$x=2$ のとき $y=36$ である。次の各問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) $x=-3$ のとき y の値を求めよ。

(3) $y=9$ のときの x の値を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1)　$y=9x^2$　(2)　$y=81$　(3)　$x=\pm1$

[解説]

(1)　y が x の 2 乗に比例するので，　$y=ax^2$ とおく。この式に $x=2$，　$y=36$ を代入すると，$36=a\times4$，　$a=9$　　よって，　$y=9x^2$

(2)　$y=9x^2$ に $x=-3$ を代入すると，　$y=9\times(-3)^2=81$

(3)　$y=9x^2$ に $y=9$ を代入すると，　$9=9x^2$，$x^2=1$，$x=\pm1$

[$y=ax^2$ の表]

[問題](2 学期期末)

　関数 $y=ax^2$ で，x，y の関係が次の表のようになるとき，①ア，イにあてはまる数を求め，②y を x の式で表せ。

x	－3	－2	－1	0	1	2	3	4
y	27	12	ア	0	ア	12	27	イ

[解答欄]

①ア	イ	②

[ヒント]

まず，　$y=ax^2$ に x，y を代入して a の値を求める。$(x,\ y)$ の値は，表のどの組合わせを使ってもよい。

[解答]①ア　3　イ　48　②　$y=3x^2$

[解説]

$y=ax^2$ に $x=2$，$y=12$ を代入すると，$12=a\times4$，$a=3$ よって，式は $y=3x^2$

$y=3x^2$ に $x=-1$ を代入すると，　$y=3\times(-1)^2=3$

$y=3x^2$ に $x=4$ を代入すると，　$y=3\times4^2=48$

[問題](2 学期期末)

　次の各問いに答えよ。

(1)　次の表の空欄をうめて対応表を完成せよ。ただし，　y は x の 2 乗に比例する。

x	…	－3	－2	－1	0	1	2	3	…
y	…	27			0		12		…

(2)　(1)の対応表から x と y の関係を式で表せ。

(3)　(2)の式の比例定数を答えよ。

[解答欄]

(1)

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	27			0		12		$\cdots$

(2)	(3)

[ヒント]
まず，$y=ax^2$ に x，y を代入して a の値を求める。$(x,\ y)$ の値は，(−3，27)または(2，12)を使う。

[解答](1) (左から) 12, 3, 3, 27 (2) $y=3x^2$ (3) 3
[解説]
(1)～(3) y は x の 2 乗に比例するので，$y=ax^2$ とおくことができる。
表の $x=2,\ y=12$ を $y=ax^2$ に代入すると，$12=a\times 4$，$a=3$
よって比例定数は3で，$y=3x^2$
表の数値は，$y=3x^2$ に x の値を入れて計算すればよい。

[問題](2 学期期末)
関数 $y=2x^2$ について，次の各問いに答えよ。
(1) 下の表の空欄をうめよ。

x	0	1	2	3	4
y					

(2) x の値が 3 倍になると，y の値は何倍になるか。
[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) (左から順に) 0, 2, 8, 18, 32 (2) 9倍
[解説]
(1) $y=2x^2$ に代入
$x=0,\ y=2\times 0^2=0$　$x=1,\ y=2\times 1^2=2$　$x=2,\ y=2\times 2^2=8\cdots$
(2) 例えば，$x=1$ のとき $y=2$，x を3倍して $x=3$ のとき $y=2\times 3^2=18$ で，
y の値は9倍になる。一般に，2 乗に比例する関数では，x の値が 2, 3, 4 $\cdots$倍になると y の値は $2^2,\ 3^2,\ 4^2$ $\cdots$倍となる。

[問題](2 学期中間)

関数 $y=ax^2$ のグラフが，点(3，－6)と点(－6，b)を通るとき，a，b の値をそれぞれ求めよ。

[解答欄]

$a=$	$b=$

[ヒント]

まず，$y=ax^2$ に $x=3,\ y=-6$ を代入して a の値を求める。

[解答] $a=-\dfrac{2}{3}$　$b=-24$

[解説]

$y=ax^2$ に $x=3,\ y=-6$ を代入すると，$-6=9a$，$a=\dfrac{-6}{9}=-\dfrac{2}{3}$

よって，関数の式は $y=-\dfrac{2}{3}x^2$ になる。

$y=-\dfrac{2}{3}x^2$ に $x=-6$，$y=b$ を代入すると，$b=-\dfrac{2}{3}\times(-6)^2=-24$

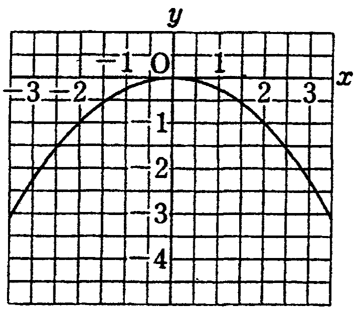
[グラフと式の決定]

[問題](2 学期期末)

右の曲線は $y=ax^2$ のグラフである。

(1) a の値を求めよ。

(2) $x=1.5$ のときの y の値を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) グラフで，x，y がともに整数になっている $(x,\ y)$ を $y=ax^2$ に代入する。

[解答](1) $a=-\dfrac{1}{4}$　(2) $y=-\dfrac{9}{16}$

[解説]

(1) グラフより，この曲線は点(2，－1)を通るので，$x=2$，$y=-1$ を $y=ax^2$ に代入して，

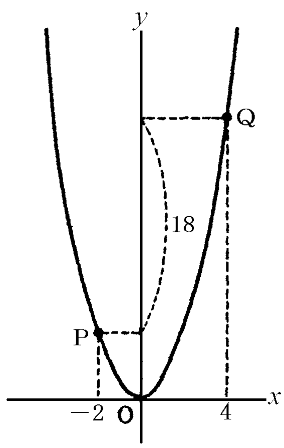
$-1=a\times4$，$a=-\dfrac{1}{4}$

(2) (1)よりこの曲線の式は $y=-\dfrac{1}{4}x^2$　これに $x=1.5=\dfrac{3}{2}$ を代入すると，

$y=-\dfrac{1}{4}\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=-\dfrac{1}{4}\times\dfrac{9}{4}=-\dfrac{9}{16}$

[問題](2 学期期末)

右のグラフは $y=ax^2$ のグラフである。このグラフは，x の座標が－2 の点 P と x 座標が 4 の点 Q を通り，それぞれの点の y 座標の差は 18 である。a の値を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

点 P の y 座標は，$y=a\times(-2)^2=4a$

点 Q の y 座標は，$y=a\times4^2=16a$

[解答] $a=\dfrac{3}{2}$

[解説]

点 P の y 座標は，$y=a\times(-2)^2=4a$

点 Q の y 座標は，$y=a\times4^2=16a$

P，Q の y 座標の差は 18 なので，$16a-4a=18$

$12a=18$，$a=18\div12=\dfrac{18}{12}=\dfrac{3}{2}$

【】変域・変化の割合

【】二次関数の変域

[yの変域を求める]

[問題](3学期)

関数$y=-2x^2$で，xの変域が$-3\leqq x\leqq 2$のときのyの変域を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

$x=0$がxの変域内にあるときは3点のy座標を比較する。

すなわち，xの変域が$-3\leqq x\leqq 2$のときは，$x=-3,\ 0,\ 2$をそれぞれ$y=-2x^2$に代入。

[解答]$-18\leqq y\leqq 0$

[解説]

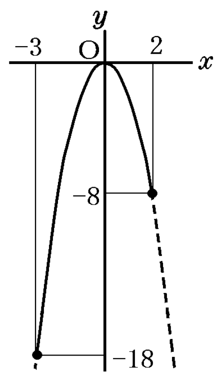
$x=0$がxの変域内にあるときは3点のy座標を比較

$x=0$のとき，$y=0$

$x=-3$のとき，$y=-2\times(-3)^2=-18$

$x=2$のとき，$y=-2\times 2^2=-8$

よって，yの変域は，$-18\leqq y\leqq 0$



[問題](2学期期末)

関数$y=\dfrac{1}{2}x^2$について，xの変域が次のときのyの変域を求めよ。

① $-4\leqq x\leqq 1$　　②$2\leqq x\leqq 6$

[解答欄]

①	②

[ヒント]

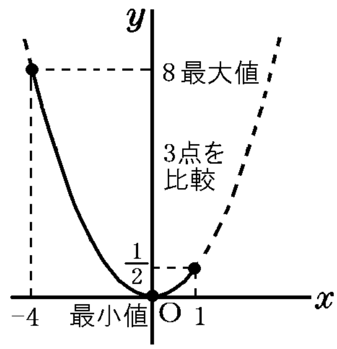
①$x=0$がxの変域内にあるときは，$x=-4,\ 0,\ 1$の3点のy座標を比較。

②$x=0$がxの変域内にないときは，$x=2,\ 6$の2点のy座標を比較。

[解答]① $0\leqq y\leqq 8$　② $2\leqq y\leqq 18$

[解説]

① $x=0$ が x の変域内にあるときは 3 点の y 座標を比較。



$x=0$ が $-4 \leqq x \leqq 1$ の変域内にあるので，

$x=0,\ -4,\ 1$ のときの y の値を比較する。

$x=0$ のとき $y=0$

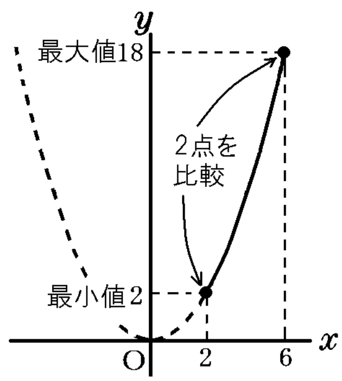
$x=-4$ のとき $y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

$x=1$ のとき $y=\frac{1}{2}\times 1^2=\frac{1}{2}$

よって最小値は $y=0$，最大値は $y=8$

したがって，$0 \leqq y \leqq 8$

② $x=0$ が x の変域内にないときは 2 点の y 座標を比較。



$x=0$ は $2 \leqq x \leqq 6$ の範囲内にないので，

$x=2,\ 6$ のときの y の値を比較する。

$x=2$ のとき $y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$

$x=6$ のとき $y=\frac{1}{2}\times 6^2=18$

よって最小値は $y=2$，最大値は $y=18$

よって，$2 \leqq y \leqq 18$

[問題](2 学期中間)

次の関数について，y の変域を求めよ。

(1) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-2 < x \leqq 4$ のときの y の変域。

(2) 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $2 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域。

(3) 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) $0 \leqq y \leqq 8$　(2) $4 \leqq y \leqq 9$　(3) $-8 \leqq y \leqq 0$

[解説]
(1) $x=0$ は $-2<x\leqq 4$ の変域の中。よって，$x=0,\ -2,\ 4$ のときの y の値を求める。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-2$ のとき $y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$，$x=4$ のとき $y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$。

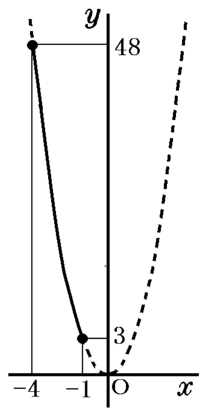
よって y の最小値は $y=0$，最大値は $y=8$　よって，$0\leqq y\leqq 8$
(2) $x=0$ は $2\leqq x\leqq 3$ の変域内にはない。よって，$x=2,\ 3$ のときの y の値を求める。
$x=2$ のとき $y=2^2=4$，$x=3$ のとき $y=3^2=9$
よって y の最小値は $y=4$，最大値は $y=9$　よって，$4\leqq y\leqq 9$
(3) $x=0$ は $-1\leqq x\leqq 4$ の変域の中。よって，$x=0,\ -1,\ 4$ のときの y の値を求める。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=-1$ のとき $y=-\frac{1}{2}\times(-1)^2=-\frac{1}{2}$，$x=4$ のとき $y=-\frac{1}{2}\times 4^2=-8$

よって，最小値は $y=-8$，最大値は $y=0$　よって，$-8\leqq y\leqq 0$

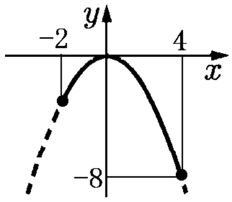
[問題](3 学期)
　関数 $y=ax^2$ において，$x=2$ のとき $y=12$ である。x の変域が $-4\leqq x\leqq -1$ のとき，y の変域を求めよ。
[解答欄]

[解答] $3\leqq y\leqq 48$
[解説]
$y=ax^2$ に $x=2$，$y=12$ を代入すると，$12=a\times 2^2$，$a=12\div 4=3$
よって，$y=3x^2$
$x=0$ は $-4\leqq x\leqq -1$ の範囲内にないので，
$x=-4,\ -1$ のときの y の値を比較する。
$x=-4$ のとき，$y=3\times(-4)^2=48$　$x=-1$ のとき，$y=3\times(-1)^2=3$
よって，$3\leqq y\leqq 48$



[$x,\ y$ の変域→a の値を求める]
[問題](3 学期)
　関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-2\leqq x\leqq 4$ のとき，y の変域は $-8\leqq y\leqq 0$ となる。このとき a の値を求めよ。
[解答欄]

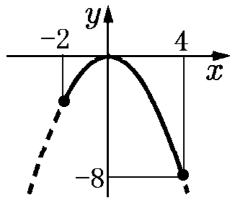
[ヒント]



[解答] $a=-\dfrac{1}{2}$

[解説]

y の変域が $-8 \leqq y \leqq 0$ で負の範囲にあるので，比例定数 a は負の値をとり，グラフの様子は右図のような状態になる。



$x=4,\ y=-8$ を $y=ax^2$ に代入すると，

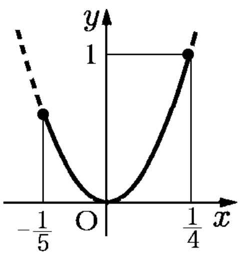
$-8=16a$， $a=-\dfrac{8}{16}=-\dfrac{1}{2}$

[問題](3 学期)

関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-\dfrac{1}{5} \leqq x \leqq \dfrac{1}{4}$ のときの y の変域が $0 \leqq y \leqq 1$ であるとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

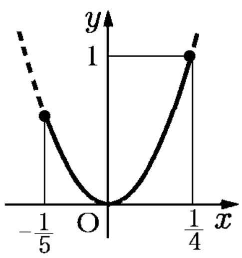
[ヒント]



[解答] $a=16$

[解説]

グラフの様子は右図のような状態になるので，



$x=\dfrac{1}{4},\ y=1$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$1=\dfrac{1}{16}a$， $a=16$

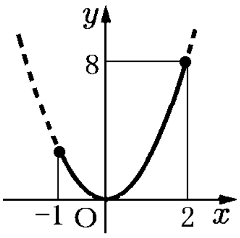
[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$ において，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $b \leqq y \leqq 8$ である。このとき，a, b の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$b=$

[ヒント]



[解答] $a=2$　$b=0$

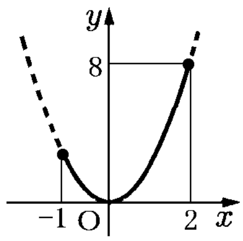
[解説]

グラフの様子は右図のような状態になる。

$x=2,\ y=8$ を $y=ax^2$ に代入すると，

$8=4a$，$a=2$

右図のように，y の変域は $0 \leqq y \leqq 8$ なので，$b=0$



[一次関数の変域と一致する]

[問題](3 学期)

2 つの関数 $y=2x+6$，$y=ax^2$ において，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき y の変域が一致する。a の値を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

まず，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの $y=2x+6$ の変域を求める。

[解答] $a=\dfrac{10}{9}$

[解説]

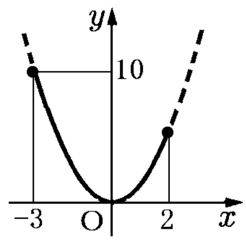
まず，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの $y=2x+6$ の変域を求める。

$x=-3$ のとき，$y=2\times(-3)+6=0$，

$x=2$ のとき，$y=2\times2+6=10$

よって，y の変域は，$0 \leqq y \leqq 10$

$y = ax^2$ の変域も $0 \leqq y \leqq 10$ になり，グラフは右図のようになる。



$x-3,\ y=10$ を $y = ax^2$ に代入すると，

$10 = 9a$，$a = \dfrac{10}{9}$

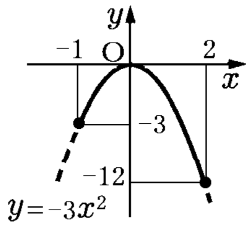
[問題](2 学期期末)

2 つの関数 $y = -3x^2$ と $y = ax + b$ (a，b は定数，$a > 0$)は，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域が同じになる。このとき，a，b の値を求めよ。

[解答欄]

$a =$	$b =$

[ヒント]

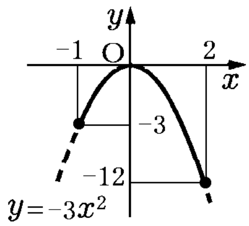


まず，$y = -3x^2$ の y の変域を求めると，

$-12 \leqq y \leqq 0$ となる。

[解答] $a = 4$　$b = -8$

[解説]



まず，$y = -3x^2$ の y の変域を求めると，右図より

$-12 \leqq y \leqq 0$ ・・・①となる。

次に，$y = ax + b$ の変域を求める。

$a > 0$ なので，$x = -1$ のときに最小値 $y = -a + b$，

$x = 2$ のときに最大値 $y = 2a + b$ をとる。

よって，y の変域は $-a + b \leqq y \leqq 2a + b$ ・・・②となる。

変域①，②が同じなので，$-a + b = -12$ ・・・①

$2a + b = 0$ ・・・②

これを a, b の連立方程式として解く。②－①より，$3a = 12$，$a = 4$

②に $a = 4$ を代入すると，$2 \times 4 + b = 0$，$b = -8$

よって，$a = 4,\ b = -8$

[問題](2 学期期末)

次の文章中の①，②に数値を入れよ。

x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，$y = x^2$ と $y = ax + b$ ($a > 0$)の y の変域が一致するのは，$a =$(　①　)，$b =$(　②　)のときである。

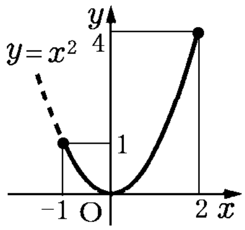
[解答欄]

①	②

[解答]① $\dfrac{4}{3}$　② $\dfrac{4}{3}$

[解説]

まず，$y=x^2$ の y の変域を求めると，右図より



$0 \leqq y \leqq 4$・・・①となる。

次に，$y=ax+b$ の変域を求める。

$a>0$ なので，直線は右上がりで $x=-1$ のとき最小値 $y=-a+b$

$x=2$ のとき最大値 $y=2a+b$ をとる。

よって，y の変域は $-a+b \leqq y \leqq 2a+b$・・・②

①と②の変域が一致するので，$-a+b=0$・・・③，$2a+b=4$・・・④

これを $a,\ b$ の連立方程式として解く。④−③より，$3a=4$，$a=\dfrac{4}{3}$

③に $a=\dfrac{4}{3}$ を代入すると，$-\dfrac{4}{3}+b=0$，$b=\dfrac{4}{3}$

[その他]

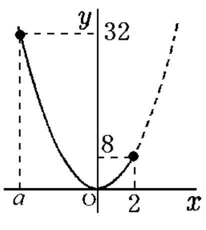
[問題](2 学期中間)

関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $a \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $b \leqq y \leqq 32$ である。$a,\ b$ の値を求めよ。

[解答欄]

$a=$	$b=$

[ヒント]



[解答] $a=-4$　$b=0$

[解説]

右の図 1($0 \leqq a \leqq 2$)，図 2($-2 \leqq a \leqq 0$)の場合，最大値は 8 なので，$b \leqq y \leqq 32$ の条件を満たさない。

したがって，図 3 のように $a < -2$ になる。

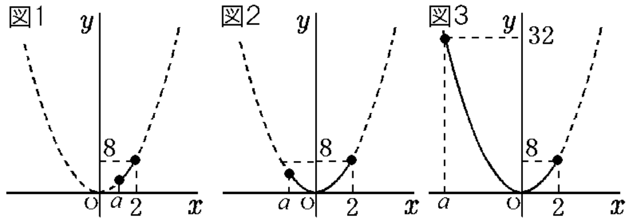


図 3 より，$x = a$ のとき $y = 32$ なので，

$y = 2x^2$ に代入すると，$32 = 2a^2$，$a^2 = 16$

$a < -2$ なので，$a = -4$

このとき y の変域は $0 \leqq y \leqq 32$ なので，$b = 0$ になる。

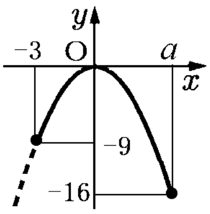
[問題](3 学期)

関数 $y = -x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq a$ とき，y の変域が $-16 \leqq y \leqq b$ である。a, b の値を求めよ。

[解答欄]

$a =$	$b =$

[ヒント]

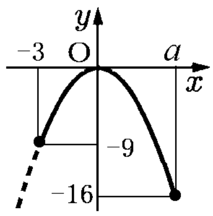


[解答] $a = 4$　$b = 0$

[解説]

比例定数が負であるので，最小値 -16 をとるのは $x = -3$ か $x = a$ のときである。$x = -3$ のときは $y = -(-3)^2 = -9$ で最小値にはならない。

よって，$x = a$ のときに最小値 -16 をとる。$x = a$ のとき $y = -a^2$ であるので，$-a^2 = -16$，$a = \pm 4$



ところで $-3 \leqq x \leqq a$ なので $-3 \leqq a$　よって $a = 4$

x の変域が $-3 \leqq x \leqq 4$ なので，$x = 0$ のとき最大値 $y = 0$ をとる。

よって，$b = 0$

[問題](入試問題)

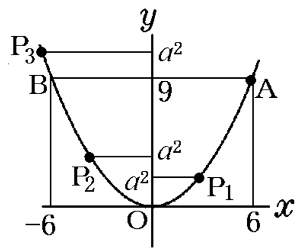
関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ で，x の変域が $a\leqq x\leqq 6$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq 9$ である。a がとることのできる値の範囲を求めよ。

(徳島県)

[解答欄]

[ヒント]

点 P の座標を $\left(a,\ \frac{1}{4}a^2\right)$ とする。



$P_1(0< a\leqq 6)$ の位置

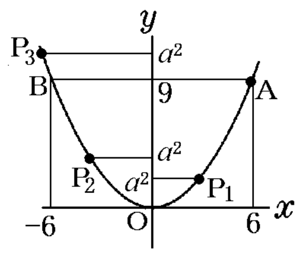
$P_2(-6\leqq a\leqq 0)$ の位置

$P_3(a< -6)$ の位置

にある場合について，y の変域が $0\leqq y\leqq 9$ になるかどうか調べる。

[解答] $-6\leqq a\leqq 0$

[解説]



$x=6$ のとき，$y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times 6^2=\frac{36}{4}=9$

右図のように，点 A の座標を(6，9)とする。

また，図のように，点 B(−6，9)をとる。

$x=a$ のとき，$y=\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}a^2$

点 $P\left(a,\ \frac{1}{4}a^2\right)$ を考える。

$0< a\leqq 6$ のとき，点 P は，図の P_1 のように OA 間にある。x の変域が $a\leqq x\leqq 6$ であるので，y の変域は $a^2\leqq y\leqq 9$ になり，$0\leqq y\leqq 9$ にならない。

$-6\leqq a\leqq 0$ のとき，点 P は，図の P_2 のように BO 間にある。x の変域が $a\leqq x\leqq 6$ であるので，y の変域は，図より，$0\leqq y\leqq 9$ になる。これは条件を満たす。

$a< -6$ のとき，点 P は，図の P_3 のような位置にある。x の変域が $a\leqq x\leqq 6$ であるので，y の変域は，図より，$0\leqq y\leqq a^2$ になり，$0\leqq y\leqq 9$ にならない。

したがって，条件を満たす a の値の範囲は，$-6\leqq a\leqq 0$ である。

【】二次関数の変化の割合

[二次関数の変化の割合]

[問題](2 学期期末)

関数 $y=2x^2$ について，x の値が1から3まで増加するときの変化の割合を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

$$(変化の割合)=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$$

[解答] 8

[解説]

$$\boxed{(変化の割合)=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}}$$

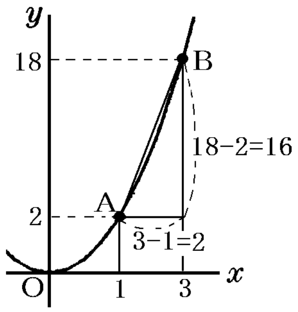
$x=1$ のとき $y=2\times1^2=2$

$x=3$ のとき $y=2\times3^2=18$

x : $1\to3$　(増加量)＝$3-1=2$

y : $2\to18$　(増加量)＝$18-2=16$

(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{y}の増加量)}{(\text{x}の増加量)}=\dfrac{16}{2}=8$



[問題](2 学期中間)

関数 $y=-\dfrac{3}{2}x^2$ について，x の値が2から4まで増加するときの変化の割合を求めよ。

[解答欄]

[解答] -9

[解説]

$x=2$ のとき $y=-\dfrac{3}{2}\times2^2=-6$，$x=4$ のとき $y=-\dfrac{3}{2}\times4^2=-24$

x : $2\to4$　(増加量)＝$4-2=2$

y : $-6\to-24$　(増加量)＝$-24-(-6)=-18$

(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{y}の増加量)}{(\text{x}の増加量)}=\dfrac{-18}{2}=-9$

[問題](2 学期中間)

関数 $y=-2x^2$ において，x が次のように変わるときの変化の割合をそれぞれ求めよ。

(1) 1から3　(2) -3 から -1　(3) -2 から2

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) -8　(2) 8　(3) 0

[解説]

(1) $x=1$ のとき $y=-2\times1^2=-2$，$x=3$ のとき $y=-2\times3^2=-18$

y ：$-2\to-18$　(増加量)＝$-18-(-2)=-16$

x ：$1\to3$　(増加量)＝$3-1=2$

(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{-16}{2}=-8$

＊(参考)

2 乗に比例する関数の変化の割合の簡単な計算方法

$y=ax^2$ で x が p から q に変化するとき，

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}=\dfrac{a(q^2-p^2)}{q-p}=\dfrac{a(q+p)(q-p)}{q-p}=a(q+p)$

これを使うと，(変化の割合)＝$a(p+q)=-2\times(1+3)=-8$

(2)，(3)はこの簡単な計算方法を使ってみる。

(2) (変化の割合)＝$a(p+q)=-2\times(-3-1)=8$

(3) (変化の割合)＝$a(p+q)=-2\times(-2+2)=0$

＊(1)～(3)でわかるように，$y=ax^2$ の場合，変化の割合は一定ではない。

[問題](2 学期中間)

次に問いに答えよ。

(1) 関数 $y=x^2$ で，x の値が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(2) 関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ について x の値が1から3まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(3) 関数 $y=2x^2$ について，x が -3 から1まで増加するときの変化の割合を求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

＊2 乗に比例する関数の変化の割合の簡単な計算方法

$y=ax^2$ で x が p から q に変化するとき，(変化の割合) $=a(p+q)$

[解答](1) -4　(2) 2　(3) -4

[解説]

＊2 乗に比例する関数の変化の割合の簡単な計算方法

$y=ax^2$ で x が p から q に変化するとき,

(変化の割合) $=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}=\dfrac{a(q^2-p^2)}{q-p}=\dfrac{a(q+p)(q-p)}{q-p}=a(q+p)$

(1) (変化の割合)$=1\times(-3-1)=-4$

(2) (変化の割合)$=\dfrac{1}{2}\times(1+3)=2$

(3) (変化の割合)$=2\times(-3+1)=-4$

[二次関数以外の変化の割合]

[問題](3 学期)

　次の関数について, x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(1) $y=3x-\dfrac{1}{2}$　　(2) $y=\dfrac{8}{x}$　　(3) $y=2x^2$

[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]

(変化の割合)$=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$

は二次関数以外の関数についても成り立つ。

[解答](1) 3　(2) -1　(3) 12

[解説]

(1) $x=2$ のとき $y=3\times2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{11}{2}$, $x=4$ のとき $y=3\times4-\dfrac{1}{2}=\dfrac{23}{2}$

x : $4\to2$　(増加量)$=4-2=2$

y : $\dfrac{11}{2}\to\dfrac{23}{2}$　(増加量)$=\dfrac{23}{2}-\dfrac{11}{2}=6$

(変化の割合)$=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{6}{2}=3$

＊一次関数 $y=ax+b$ で a は変化の割合を表すので, 計算せずに, (変化の割合)$=3$ と答えをだすこともできる。

(2) $x=2$ のとき $y=\dfrac{8}{2}=4$，$x=4$ のとき $y=\dfrac{8}{4}=2$

x ： $2\to4$　(増加量)＝$4-2=2$

y ： $4\to2$　(増加量)＝$2-4=-2$

(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{-2}{2}=-1$

(3) $x=2$ のとき $y=2\times2^2=8$，$x=4$ のとき $y=2\times4^2=32$

x ： $2\to4$　(増加量)＝$4-2=2$

y ： $8\to32$　(増加量)＝$32-8=24$

(変化の割合)＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{24}{2}=12$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$ では，その変化の割合は，一次関数の場合と異なり(　　　　)ではない。

[解答欄]

[解答]一定

[解説]

例えば，一次関数 $y=3x+5$ の場合，

x が $1\to3$ と 2 増加するとき，y は $8\to14$ と 6 増加する

x が $3\to6$ と 3 増加するとき，y は $14\to23$ と 9 増加する

y の増加量は異なっているが，変化の割合(x が 1 増加するときの y の増加量)は

(変化の割合)＝$\dfrac{14-8}{3-1}=\dfrac{6}{2}=3$，(変化の割合)＝$\dfrac{23-14}{6-3}=\dfrac{9}{3}=3$

と等しくなる。直線の場合の変化の割合は一定で，直線の傾きと等しくなる。

これに対し，二次関数の場合は一定ではない。

[変化の割合→a の値]

[問題](2 学期中間)

関数 $y=ax^2$ で，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 12 になった。このとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

(変化の割合)＝$\dfrac{9a-a}{3-1}=12$

[解答] $a=3$

[解説]

$x=1$のとき $y=a\times1^2=a$， $x=3$のとき $y=a\times3^2=9a$

x ： $1\to3$　　(増加量)＝$3-1=2$

y ： $a\to9a$　(増加量)＝$9a-a=8a$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$＝$\dfrac{8a}{2}=4a$

変化の割合は12なので， $4a=12$， $a=3$

[問題](3 学期)

関数 $y=ax^2$ において， x の値が1から3まで増加するときの変化の割合は2である。 a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=\dfrac{1}{2}$

[解説]

$x=1$のとき $y=a\times1^2=a$， $x=3$のとき $y=a\times3^2=9a$

x ： $1\to3$　　(増加量)＝$3-1=2$

y ： $a\to9a$　(増加量)＝$9a-a=8a$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$＝$\dfrac{8a}{2}=4a$

変化の割合は2なので， $4a=2$， $a=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

[問題](2 学期中間)

y が x の 2 乗に比例し，x の値が1から3まで増加するときの変化の割合が2であるような関数の式を求めよ。

[解答欄]

[解答] $y=\frac{1}{2}x^2$

[解説]

求める関数の式を $y=ax^2$ とおくと，

$x=1$ のとき $y=a\times 1^2=a$， $x=3$ のとき $y=a\times 3^2=9a$

x ： $1\to 3$　　(増加量)＝$3-1=2$

y ： $a\to 9a$　(増加量)＝$9a-a=8a$

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{8a}{2}=4a$

変化の割合は 2 なので， $4a=2$， $a=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

よって，求める式は $y=\frac{1}{2}x^2$

[問題](後期中間)

関数 $y=ax^2$ で， x の値が 2 から 5 まで増加するとき，変化の割合が $y=-7x+3$ と同じになった。このとき， a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=-1$

[解説]

$x=2$ のとき $y=a\times 2^2=4a$， $x=5$ のとき $y=a\times 5^2=25a$

x ： $2\to 5$　　(増加量)＝$5-2=3$

y ： $4a\to 25a$　(増加量)＝$25a-4a=21a$

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{21a}{3}=7a$

一次関数 $y=-7x+3$ の変化の割合はつねに－7 である。

よって， $7a=-7$， $a=-1$

[問題](3 学期)

関数 $y=ax^2$ について， x が 2 から 4 まで増加したときの y の増加量は 24 であった。 a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=2$

[解説]

$x=2$ のとき $y=a\times 2^2=4a$， $x=4$ のとき $y=a\times 4^2=16a$

したがって，(y の増加量)＝$16a-4a=24,\ 12a=24,\ a=2$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=x^2$ で，x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合は 4 である。このとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

(変化の割合)＝$\dfrac{(a+2)^2-a^2}{(a+2)-a}=4$

[解答] $a=1$

[解説]

$x=a$ のとき $y=a^2$， $x=a+2$ のとき $y=(a+2)^2=a^2+4a+4$

x ： $a\to a+2$　(増加量)＝$a+2-a=2$

y ： $a^2\to a^2+4a+4$　(増加量)＝$a^2+4a+4-a^2=4a+4$

(変化の割合) ＝$\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$＝$\dfrac{4a+4}{2}=2a+2$

変化の割合は 4 なので， $2a+2=4,\ 2a=2,\ a=1$

[問題](2 学期期末)

x の値が a から $a+3$ まで増加するとき，2 つの関数 $y=2x^2$ と $y=2x+1$ の変化の割合が等しい。このとき， a の値を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

一次関数の変化の割合はつねに傾きに等しいので， $y=2x+1$ の変化の割合は 2

[解答] $a=-1$

[解説]

まず，$y=2x^2$ の変化の割合を求める。

$x=a$ のとき $y=2a^2$，$x=a+3$ のとき $y=2(a+3)^2=2(a^2+6a+9)=2a^2+12a+18$

x ：$a\to a+3$　(増加量)＝$a+3-a=3$

y ：$2a^2\to 2a^2+12a+18$　(増加量)＝$2a^2+12a+18-2a^2=12a+18$

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{12a+18}{3}=4a+6$

一次関数の変化の割合はつねに傾きに等しいので，$y=2x+1$ の変化の割合は 2

よって，$4a+6=2$，$4a=-4$，$a=-1$

[問題](2 学期期末)

関数 $y=ax^2$（a は定数)について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合は，x の値が 0 から 1 まで増加するときの変化の割合よりも 3 大きくなる。このとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

(1→4 のときの変化の割合)＝(0→1 のときの変化の割合)＋3

[解答] $a=\dfrac{3}{4}$

[解説]

まず，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求める。

$x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$，$x=4$ のとき $y=a\times4^2=16a$

x ：$1\to4$　(増加量)＝$4-1=3$

y ：$a\to16a$　(増加量)＝$16a-a=15a$

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{15a}{3}=5a\cdots$①

次に，x の値が 0 から 1 まで増加するときの変化の割合を求める。

$x=0$ のとき $y=0$，$x=1$ のとき $y=a\times1^2=a$

x ：$0\to1$　(増加量)＝$1-0=1$

y ：$0\to a$　(増加量)＝$a-0=a$

(変化の割合) $=\dfrac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}=\dfrac{a}{1}=a\cdots$②

条件より①の変化量は②の変化量より 3 大きいので，$5a=a+3$, $4a=3$，$a=\dfrac{3}{4}$

[平均の速さ]

[問題](2 学期期末)

ある斜面をころがりはじめてから x 秒間にころがる距離を y m とすると，$y=3x^2$ という関係がある。このとき，1秒後から4秒後までの平均の速さは秒速何 m か。

[解答欄]

[ヒント]

$$(\text{平均の速さ})=\frac{(\text{y の増加量})}{(\text{x の増加量})}$$

[解答]秒速 15m

[解説]

$x=1$ のとき $y=3\times1^2=3$，$x=4$ のとき $y=3\times4^2=48$

x ：$1\rightarrow4$　(増加量)＝(かかった時間)＝ $4-1=3$ (秒)

y ：$3\rightarrow48$　(増加量)＝(進んだ距離)＝ $48-3=45$ (m)

$$(\text{平均の速さ})=\frac{(\text{y の増加量})}{(\text{x の増加量})}=\frac{45}{3}=15\,(\text{m／秒})$$

よって，平均の速さは，秒速 15m である。

[問題](2 学期中間)

ボールが斜面をころがり始めてからの時間を x 秒，その間にころがった距離を y m とすると，x と y との間には，$y=2x^2$ という関係がある。この運動について，3秒から5秒までの平均の速さを求めよ。

[解答欄]

[解答]秒速 16m

[解説]

$x=3$ のとき $y=2\times3^2=18$，$x=5$ のとき $y=2\times5^2=50$

y ：$18\rightarrow50$　(増加量)＝(進んだ距離)＝ $50-18=32$ m

x ：　$3\rightarrow5$　(増加量)＝(かかった時間)＝ $5-3=2$ 秒

$$(\text{平均の速さ})=\frac{(\text{y の増加量})}{(\text{x の増加量})}=\frac{32}{2}=16\,(\text{m／秒})$$

よって，平均の速さは，秒速 16m である。

[問題](2 学期期末)

　ある斜面で球をころがしたところ，球がころがり始めて x 秒間にころがる距離を y m として，$y=ax^2$ の関係が成り立つ。球がころがり始めて 2 秒後から 5 秒後までの間の平均の速さは，秒速 14m であった。このとき，a の値を求めよ。

[解答欄]

[解答] $a=2$

[解説]

$x=2$ のとき $y=a\times2^2=4a$，$x=5$ のとき $y=a\times5^2=25a$

y ： $4a\rightarrow25a$　(増加量)＝(進んだ距離)＝ $25a-4a=21a$ (m)

x ： $2\rightarrow5$　(増加量)＝(かかった時間)＝ $5-2=3$ (秒)

(平均の速さ)＝ $\dfrac{(\text{y}の増加量)}{(\text{x}の増加量)}=\dfrac{21a}{3}=7a$ (m／秒)

よって，$7a=14$，$a=2$

【FdData 中間期末製品版のご案内】
詳細は，[FdData 中間期末ホームページ]に掲載（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）
◆印刷・編集
この PDF ファイルは，FdData 中間期末を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 中間期末は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。
◆FdData 中間期末の特徴
中間期末試験で成績を上げる秘訣は過去問を数多く解くことです。FdData 中間期末は，実際に全国の中学校で出題された試験問題をワープロデータ(Word 文書)にした過去問集です。各教科(社会・理科・数学)約 1800～2100 ページと豊富な問題を収録しているため，出題傾向の 90%以上を網羅しております。
FdData 中間期末を購入いただいたお客様からは，「市販の問題集とは比べものにならない質の高さですね。子どもが受けた今回の期末試験では，ほとんど同じような問題が出て今までにないような成績をとることができました。」，「製品の質の高さと豊富な問題量に感謝します。試験対策として，塾の生徒に FdData の膨大な問題を解かせたところ，成績が大幅に伸び過去最高の得点を取れました。」などの感想をいただいております。
◆サンプル版と製品版の違い
ホームページ上に掲載しておりますサンプルは，印刷はできませんが，製品の全内容を掲載しており，どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。しかし，FdData 中間期末がその本来の力を発揮するのは印刷ができる製品版においてです。印刷した問題を，鉛筆を使って一問一問解き進むことで，大きな学習効果を得ることができます。さらに，製品版は，すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」，編集に適した「問題解答一体形式」，暗記分野で効果を発揮する「一問一答形式」(理科と社会)の 3 形式を含んでいますので，目的に応じて活用することができます。
※FdData 中間期末の特徴(QandA 方式) ([Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ)
◆FdData 中間期末製品版(Word 版)の価格(消費税込み)
※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学 1 年，数学 2 年，数学 3 年：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)
理科 1 年，理科 2 年，理科 3 年：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)
社会地理，社会歴史，社会公民：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)
※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。
◆ご注文は，メール(info2@fdtext.com)，または電話(092-811-0960)で承っております。
※注文→インストール→編集･印刷の流れ，※注文メール記入例　([Shift]＋左クリック)