

【FdData 中間期末：中学数学 3 年：相似】

[\[相似な図形\]](#) / [\[三角形の相似条件\]](#) / [\[2 辺の比とその間の角\]](#) / [\[共通の角\]](#) / [\[平行線\]](#) / [\[二等辺三角形\]](#) / [\[直角三角形\]](#) / [\[正三角形\]](#) / [\[FdData 中間期末製品版のご案内\]](#)

[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#) 掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧

※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

数学：[\[数学 1 年\]](#)、[\[数学 2 年\]](#)、[\[数学 3 年\]](#) ([Shift]+左クリック)

理科：[\[理科 1 年\]](#)、[\[理科 2 年\]](#)、[\[理科 3 年\]](#) ([Shift]+左クリック)

社会：[\[社会地理\]](#)、[\[社会歴史\]](#)、[\[社会公民\]](#) ([Shift]+左クリック)

※全内容を掲載しておりますが、印刷はできないように設定しております

【】 相似な図形

[対応する線分の長さの比，対応する角]

[問題](後期中間)

次の文中の①，②に適語を入れよ。

ある図形を拡大または縮小した図形があるとき，その図形ともとの図形は(①)であるという。また， $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が相似であることを(②)と表す。

[解答欄]

①	②
---	---

[解答]① 相似 ② $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

[解説]

1 つの図形を，形を変えずに拡大または縮小して得られる図形はもとの図形と相似であるという。相似な図形では，対応する角はそれぞれ等しく，対応する線分の長さの比はすべて等しい。線分の長さの比を相似比という。2 つの図形の相似比が 1 : 1 であるとき，2 つの図形は合同である。

[問題](後期中間)

次の文中の①～④に適語を入れよ。

1 つの図形を，形を変えずに拡大または(①)して得られる図形はもとの図形と相似であるという。相似な図形では，(②)する角はそれぞれ等しく，(②)する線分の長さの比はすべて等しい。また，線分の長さの比を(③)という。(③)が 1 : 1 であるとき，それらの図形は(④)である。

[解答欄]

①	②	③
④		

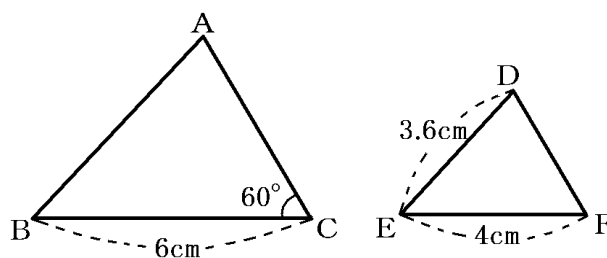
[解答]① 縮小 ② 対応 ③ 相似比 ④ 合同

[問題](2 学期期末)

右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ である。

(1) $\angle F$ の大きさを求めよ。

(2) 辺 AB の長さを求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)
-----	-----

[ヒント]

(1) 相似な図形では対応する角の大きさは等しいので、 $\angle A = \angle D$ 、 $\angle B = \angle E$ 、 $\angle C = \angle F$

(2) 相似な図形では対応する線分の長さの比は等しいので、 $AB : DE = BC : EF$

[解答](1) 60° (2) 5.4cm

[解説]

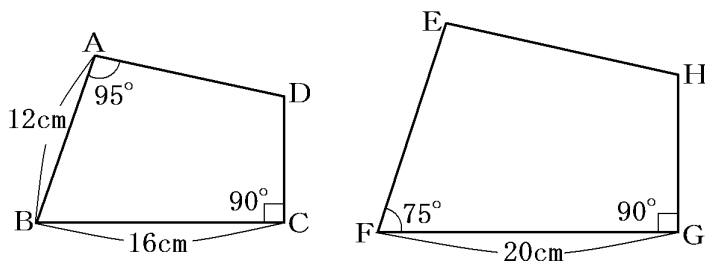
(1) 図より、 A と D 、 B と E 、 C と F が対応している。よって、 $\angle F = \angle C = 60^\circ$

(2) 辺の対応関係より、 $AB : DE = BC : EF$ 、 $AB : 3.6 = 6 : 4$

比の外項の積は内項の積に等しいので、 $AB \times 4 = 3.6 \times 6$ 、 $AB = 3.6 \times 6 \div 4 = 5.4(\text{cm})$

[問題](3 学期)

次の図の 2 つの四角形は相似である。後の各問いに答えよ。



(1) 次の角の大きさを求めよ。

- ① $\angle B$ ② $\angle E$

(2) 四角形 $ABCD$ と四角形 $EFGH$ の相似比を求めよ。

(3) 辺 EF の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)①	②	(2)
(3)		

[ヒント]

- (1) 相似な図形では対応する角の大きさは等しいので、 $\angle A = \angle E$ 、 $\angle B = \angle F$ 、
 (2) 相似比とは、相似な図形の線分の長さの比である。BC と FG に注目する。
 (3) 相似な図形では対応する線分の長さの比は等しいので、 $AB : EF = BC : FG$

[解答](1)① 75° ② 95° (2) $4 : 5$ (3) 15cm

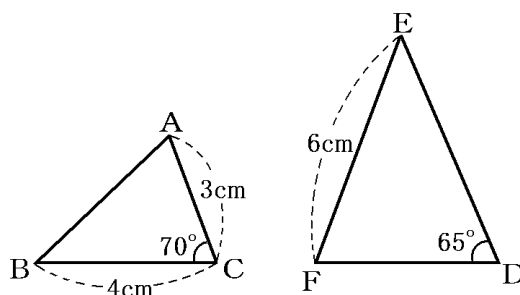
[解説]

- (1) 相似な 2 つの図形の対応する角は等しいので、 $\angle B = \angle F = 75^\circ$ 、 $\angle E = \angle A = 95^\circ$
 (2) 対応する辺の比をとると、 $BC : FG = 16 : 20 = 4 : 5$
 (3) 相似な 2 つの図形の対応する辺の比は等しいので、
 $AB : EF = BC : FG$ 、 $12 : EF = 16 : 20$ 、 $12 : EF = 4 : 5$
 比の内項の積は外項の積に等しいので、 $EF \times 4 = 12 \times 5$ 、 $EF = 12 \times 5 \div 4 = 15(\text{cm})$

[問題](3 学期)

右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ であるとき、次の各問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比を求めよ。
 (2) DF の長さを求めよ。
 (3) $\angle E$ の大きさを求めよ。

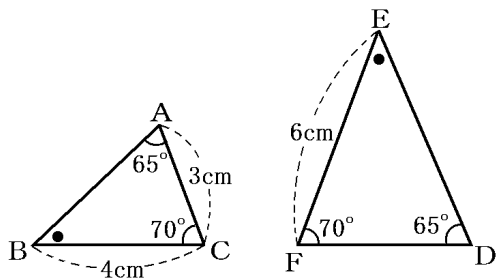


[解答欄]

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

[ヒント]

相似な図形では対応する角の大きさは、それぞれ等しい。一番小さい角は、 $\triangle ABC$ では $\angle B$ 、 $\triangle DEF$ では $\angle E$ である。したがって、角の対応関係は次の図のようになる。



[解答](1) 2 : 3 (2) $\frac{9}{2}$ cm(4.5cm) (3) 45°

[解説]

(1) 右図より, 両端の角(●と 70°)に注目すると, 辺 BC と辺 EF が対応していることがわかる。

したがって, $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比は, $BC : EF = 4 : 6 = 2 : 3$ である。

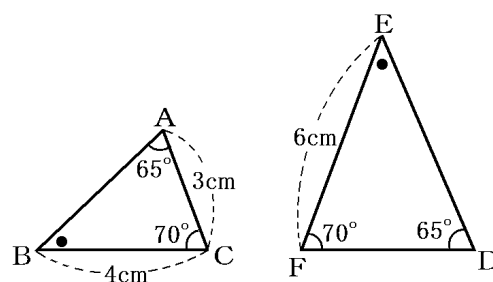
(2) 右図より, 両端の角(70° と 65°)に注目すると, $\triangle DEF$ の DF に対応するのは, $\triangle ABC$ の AC である。(1)より, $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ の相似比は

2 : 3 であるので, $AC : DF = 2 : 3$ である。 $AC = 3(\text{cm})$ なので, $3 : DF = 2 : 3$

比の内項の積は外項の積に等しいので, $2DF = 3 \times 3$, $DF = \frac{9}{2}(\text{cm})$

(3) 三角形の内角の和は 180° なので, $\angle E + \angle F + \angle D = 180^\circ$

$\angle E + 70^\circ + 65^\circ = 180^\circ$, $\angle E + 135^\circ = 180^\circ$, $\angle E = 45^\circ$



[常に相似である図形]

[問題](2 学期期末)

次の図形は常に相似であるといえるか。いえる場合は○, いえない場合は×で答えよ。

- (1) 2 つの二等辺三角形 (2) 2 つの正三角形
 (3) 2 つの直角三角形 (4) 2 つのひし形
 (5) 2 つの正五角形

[解答欄]

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	

[解答](1) × (2) ○ (3) × (4) × (5) ○

[解説]

(1) 例えば, 3 辺が 3cm, 3cm, 1cm の二等辺三角形と, 3 辺が 3cm, 3cm, 2cm の二等辺三角形は相似ではない。

(2)(5) 2 つの正三角形は同じ形になるので相似である。一般に正多角形(正三角形, 正方形, 正五角形, 正六角形...)の場合は相似になる。

正多角形以外でも, 例えば, 直角二等辺三角形や円などは常に相似になる。

(3) 例えば, 30° 60° 90° の直角三角形と 45° 45° 90° の直角三角形は相似ではない。

(4) ひし形は 4 つの辺が等しい四角形で, 対角線は直交する。例えば, 対角線が 2cm, 3cm のひし形と, 対角線が 2cm, 4cm のひし形は相似ではない。

[問題](3学期)

次のア～カで、2つの図形が常に相似であるものはどれか。記号で答えよ。

- ア 2つの長方形 イ 2つの正三角形
ウ 2つの正方形 エ 2つの直角二等辺三角形
オ 2つのひし形 カ 2つの直角三角形

[解答欄]

[解答]イ, ウ, エ

[問題](後期中間)

正多角形以外の平面図形で、常に相似な図形を2つ答えよ。

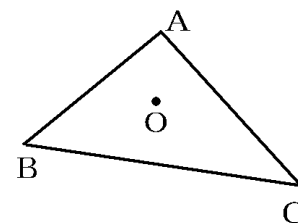
[解答欄]

[解答]円, 直角二等辺三角形

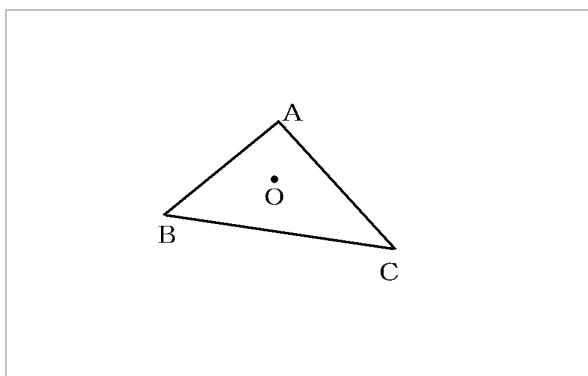
[作図]

[問題](2学期期末)

右の図の $\triangle ABC$ を、点 O を相似の中心として、2倍に拡大した $\triangle DEF$ を1つ作図せよ。(ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと)



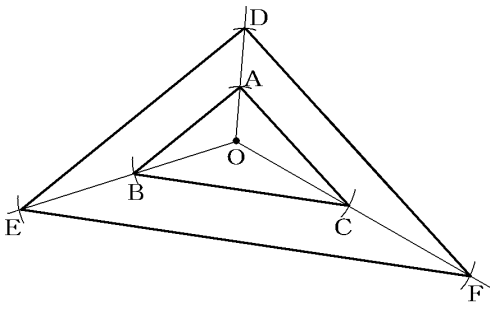
[解答欄]



[ヒント]

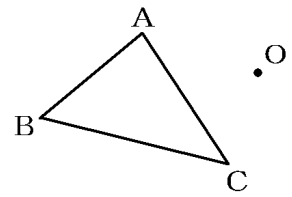
まず、半直線 OA をひく。コンパスを使って $OA=AD$ となる点 D を求める。同様にして、点 E 、点 F を求める。 DEF をむすんだ図形が求める $\triangle DEF$ である。

[解答]

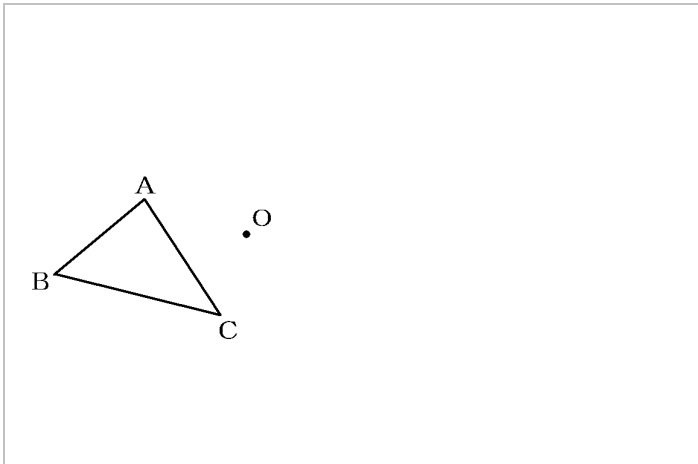


[問題](2学期期末)

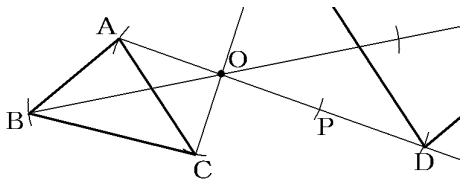
右の図で、点Oを相似の中心として、 $\triangle ABC$ の各辺を2倍に拡大した $\triangle DEF$ を、コンパスと定規を使って1つ作図せよ。



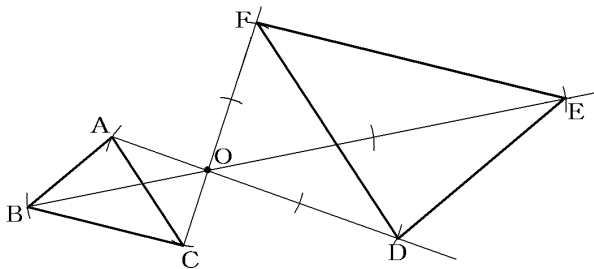
[解答欄]



[ヒント]

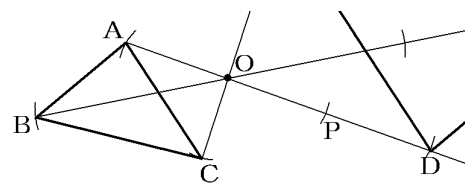


[解答]



[解説]

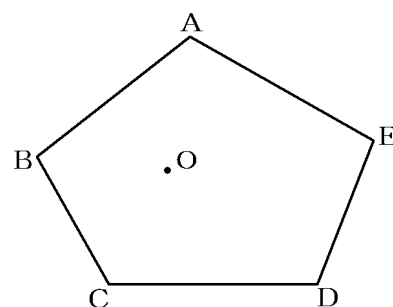
まず、直線 AO をひく。コンパスの針を O におき、右図のように $OA=OP$ になる点 P をとる。コンパスの半径をそのままにした状態でコンパスの針を P におき $PO=PD$ になるようにして点 D を求める。残りの E, F も同様にして求める。



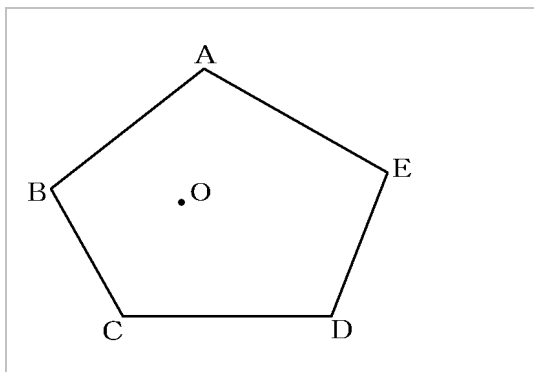
[問題](2 学期期末)

右の図の点 O を相似の中心として、五角形

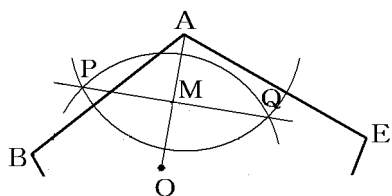
ABCDE を $\frac{1}{2}$ 倍にした図形を作図せよ。



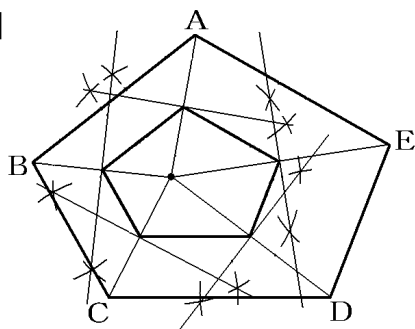
[解答欄]



[ヒント]



[解答]



[解説]

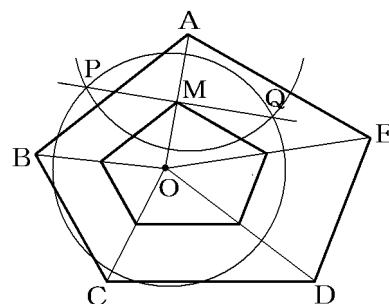
OA, OB, OC, OD, OE をそれぞれむすび、

それぞれの中点を作図によって求める。

例えば、OA の中点は、次のようにして求める。

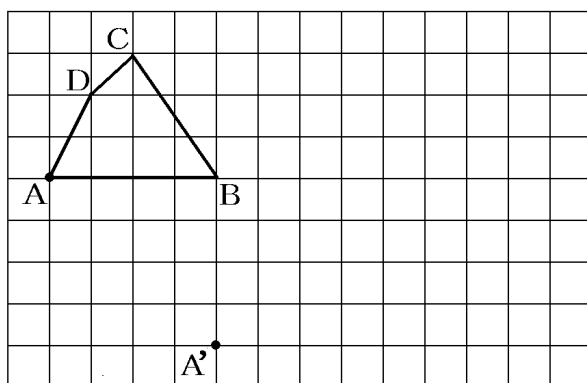
まず、点 O を中心とする円をかく。この円と半径が同じである円を、点 A を中心としてかく。

この 2 つの円の交点を P, Q とする。直線 PQ と OA の交点 M が OA の中点である。

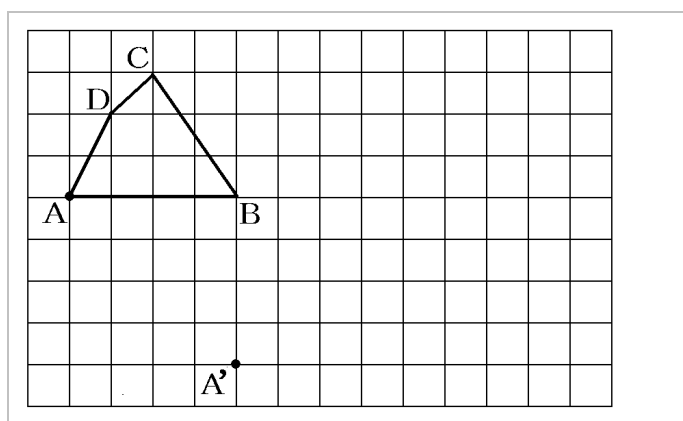


[問題](3 学期)

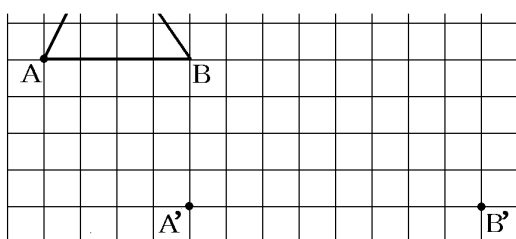
次の四角形 ABCD を 2 倍に拡大した四角形 A'B'C'D' かけ。なお、点 A に対応する点を A' とする。



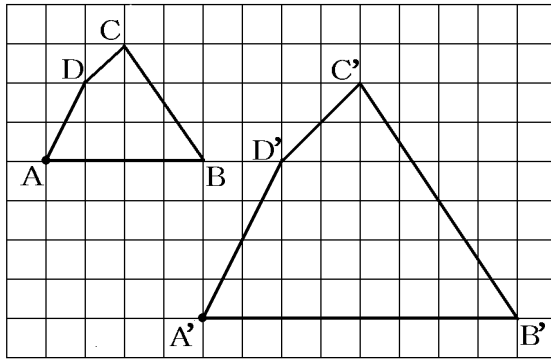
[解答欄]



[ヒント]



[解答]



[相似の位置]

[問題](後期期末)

右の $\triangle DEF$ は、1点 O を定めて、 $\triangle ABC$ を $\frac{2}{3}$ 倍

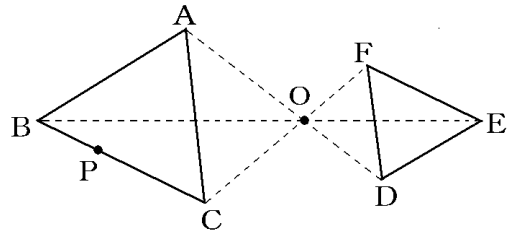
に縮小したものである。次の各問いに答えよ。

(1) 次の①, ②に適する言葉を答えよ。

「 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は(①)にあるといい、点 O を(②)という。」

(2) 点 P に対応する点 P' を、解答の図にかきいれよ。

(3) $AO : DO$ の値を求めよ。



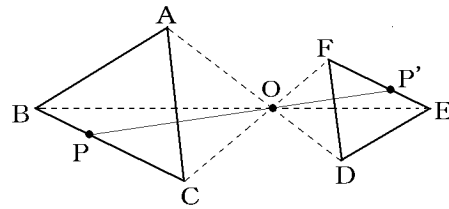
[解答欄]

(1)①	②	(3)
<p>(2)</p>		

[ヒント]

2つの図形の対応する点どうしを通る直線がすべて1点 O に集まり、 O から対応する点までの長さの比がすべて等しいとき、それらの図形は、 O を相似の中心として相似の位置にあるという。

[解答](1)① 相似の位置 ② 相似の中心 (2)



(3) 3 : 2

[解説]

2つの図形の対応する点どうしを通る直線がすべて1点Oに集まり、Oから対応する点までの長さの比がすべて等しいとき(問題の図では、 $OA : OD = OB : OE = OC : OF$)、それらの図形は、Oを相似の中心として相似の位置にあるという。

※「相似の位置」が出ている教科書と、出していない教科書がある。

[問題](後期中間)

次の文章中の①～③に適語を入れよ。

2つの図形の(①)する点どうしを通る直線がすべて1点Oに集まり、Oから(①)する点までの長さの比がすべて等しいとき、それらの図形は、Oを相似の(②)として相似の(③)にあるという。

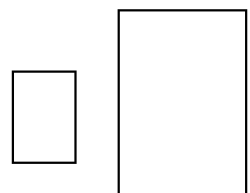
[解答欄]

①	②	③
---	---	---

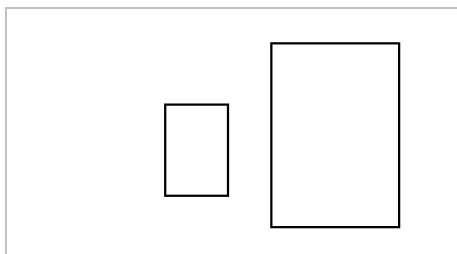
[解答]① 対応 ② 中心 ③ 位置

[問題](後期中間)

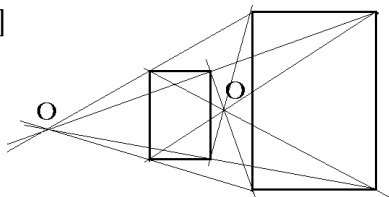
右の図の2つの長方形は相似の位置にある。相似の中心Oの位置を作図によってすべて求めよ。(点Oの記号は複数の点に使用してもよい。また作図のあとを残すこと)



[解答欄]

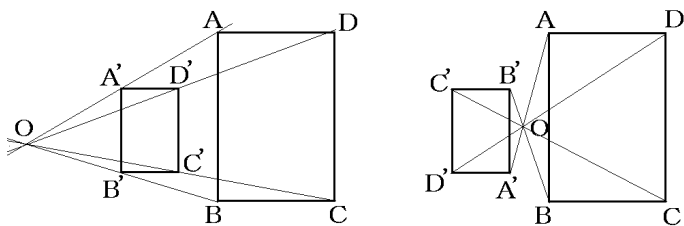


[解答]



[解説]

相似の位置にあるとき、対応する点を結ぶ直線は1点(相似の中心)で交わる。この問題では、次の2つの場合が考えられる。



【】 三角形の相似条件

[三角形の相似条件を 3 つ答えよ]

[問題](2 学期期末)

三角形の相似条件は、次の①～③がある。文中のア～ウに適語を入れよ。

- ① 3 組の(ア)が、すべて等しい。
- ② 2 組の(ア)とその(イ)が、それぞれ等しい。
- ③ 2 組の(ウ)が、それぞれ等しい。

[解答欄]

ア	イ	ウ
---	---	---

[解答]ア 辺の比 イ 間の角 ウ 角

[解説]

<Point> 三角形の相似条件

- ・ 3 組の辺の比が、すべて等しい。
- ・ 2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。
- ・ 2 組の角が、それぞれ等しい。

[問題](2 学期期末)

三角形の相似条件を 3 つ答えよ。

[解答欄]

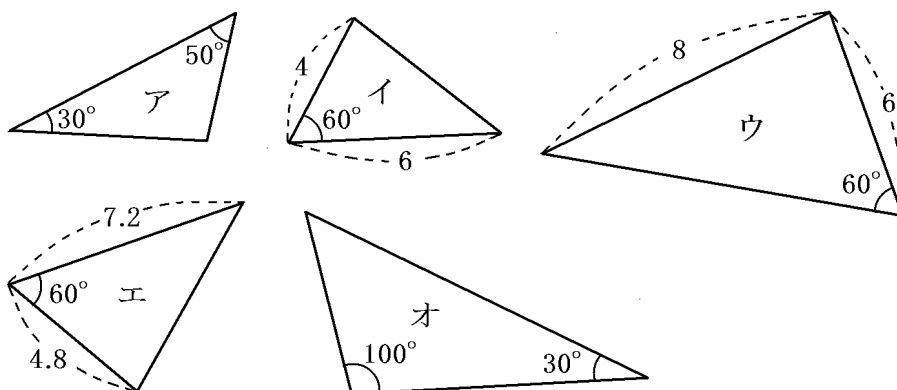
[解答]

- 3 組の辺の比が、すべて等しい。
- 2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。
- 2 組の角が、それぞれ等しい。

[相似な三角形の組を選べ]

[問題](2学期期末)

次の図から、相似な三角形の組をみつけ、そのとき使った相似条件を答えよ。(2組ある)



[解答欄]

[ヒント]

2つの内角がわかっているアとオは、残りの内角を算出する。

2つの辺とその間の角がわかっているイとエは、辺の比を調べる。

[解答]アとオ：2組の角が、それぞれ等しい

イとエ：2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい

[解説]

三角形の相似条件は、①3組の辺の比が、すべて等しい、②2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい、③2組の角が、それぞれ等しいの3つ。

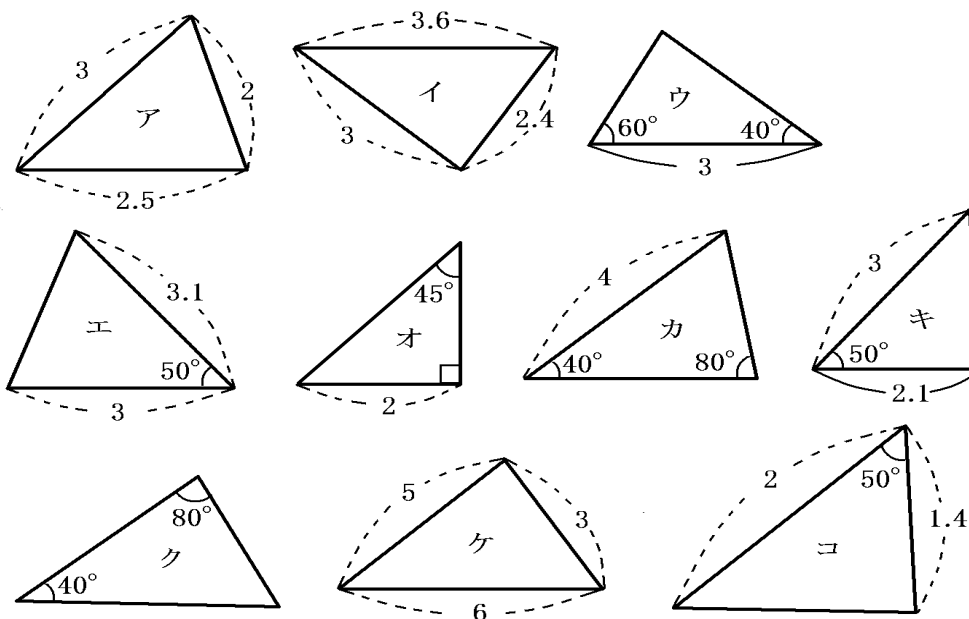
オでは100°と30°が与えられているが、残りの角は、 $180^\circ - (100^\circ + 30^\circ) = 50^\circ$ なので、アと2角が等しくなり、相似条件を満たす。

イとエは角が60°で等しく、辺の比は $4 : 4.8 = 40 : 48 = 5 : 6$,

$6 : 7.2 = 60 : 72 = 5 : 6$ で、2組の辺の比が等しくなるので相似条件を満たす。

[問題](2 学期期末)

次の図の中から相似な三角形の組をすべて記号で選べ。また、その相似条件を答えよ。



[解答欄]

[解答]ア, イ : 3 組の辺の比が, すべて等しい

ウ, カ, ク : 2 組の角が, それぞれ等しい

キ, コ : 2 組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しい

[解説]

三角形の相似条件は, ①3 組の辺の比が, すべて等しい, ②2 組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しい, ③2 組の角が, それぞれ等しいの 3 つ。

アとイは短い辺からアとイの比を調べると, $2 : 2.4 = 20 : 24 = 5 : 6$,

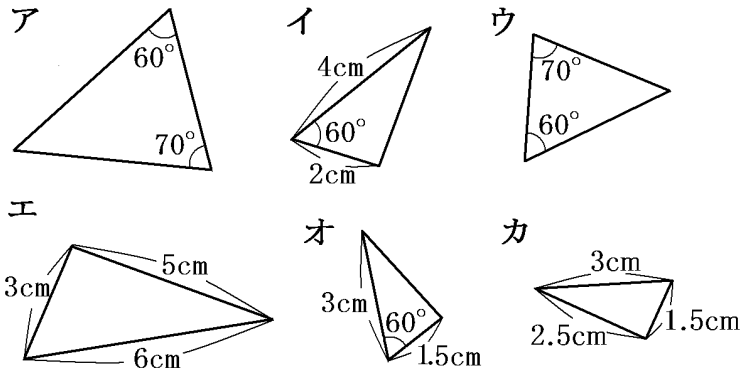
$2.5 : 3 = 25 : 30 = 5 : 6$, $3 : 3.6 = 30 : 36 = 5 : 6$ で 3 辺の比は $5 : 6$ ですべて等しくなり相似条件を満たす。

ウ, カ, クは残りの角を計算すると, ウ : $180 - (60 + 40) = 80^\circ$, カ : $180 - (40 + 80) = 60^\circ$,

ク : $180 - (40 + 80) = 60^\circ$ ですべて, 40° 60° 80° を内角とする三角形である。キ, コは角 50° が等しく, 辺の比は $1.4 : 2.1 = 2 : 3$, で, 2 組の辺の比が等しくなるので相似条件を満たす。

[問題](3学期)

下の図の中から相似な三角形の組を選び記号で答えよ。また、そのときに用いた相似条件を答えよ。



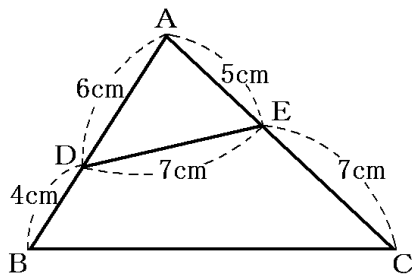
[解答欄]

[解答]アとウ : 2組の角が, それぞれ等しい
 イとオ : 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しい
 エとカ : 3組の辺の比が, すべて等しい

[図の中から相似な三角形を見つけよ]

[問題](後期中間)

次の図において, 1)相似な三角形を記号のを使って表せ。2)また, そのときに使った相似条件を書け。



[解答欄]

1)	2)
----	----

[ヒント]

$\triangle AED$ と $\triangle ABC$ に注目する。

[解答]1) $\triangle AED \sim \triangle ABC$ 2) 2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。

[解説]

$\triangle AED$ と $\triangle ABC$ で、

$$AD : AC = 6 : (5 + 7) = 6 : 12 = 1 : 2$$

$$AE : AB = 5 : (6 + 4) = 5 : 10 = 1 : 2$$

$$\text{よって、} AD : AC = AE : AB \cdots \textcircled{1}$$

また、共通な角だから、 $\angle A = \angle A \cdots \textcircled{2}$

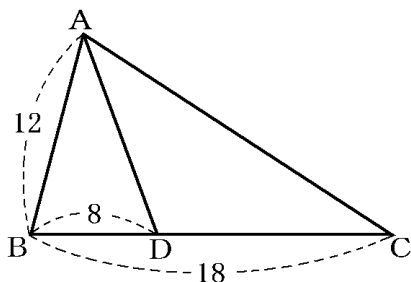
$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle AED \sim \triangle ABC$

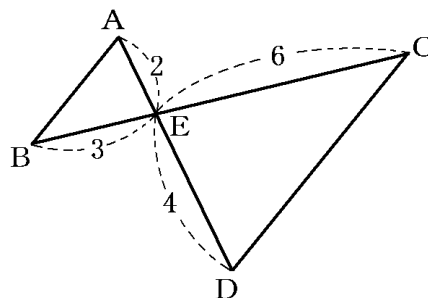
[問題](後期中間)

次の各図において、1)相似な三角形を記号を使って表せ。2)また、そのときに使った相似条件も書け。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)1)	2)
(2)1)	2)

[ヒント]

(1) $\triangle ABD$ と $\triangle CBA$ に注目する。

(2) $\triangle ABE$ と $\triangle DCE$ に注目する。

[解答](1)1) $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ 2) 2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。

(2)1) $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ 2) 2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。

[解説]

(1) $\triangle ABD$ と $\triangle CBA$ で、

$$AB : CB = 12 : 18 = 2 : 3$$

$$BD : BA = 8 : 12 = 2 : 3$$

$$\text{よって、} AB : CB = BD : BA \cdots \textcircled{1}$$

また、共通な角だから、 $\angle B = \angle B \cdots \textcircled{2}$

①, ②より, 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ABD \sim \triangle CBA$$

(2) $\triangle ABE$ と $\triangle DCE$ で,

$$AE : DE = 2 : 4 = 1 : 2$$

$$BE : CE = 3 : 6 = 1 : 2$$

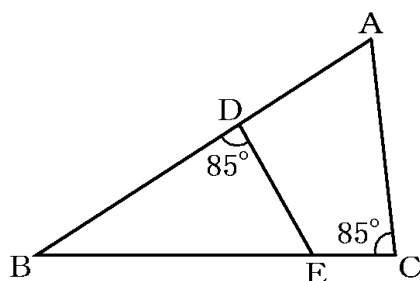
よって, $AE : DE = BE : CE \cdots \textcircled{1}$

また, 対頂角は等しいので, $\angle AEB = \angle DEC \cdots \textcircled{2}$

①, ②より, 2組の辺の比とその間の角が, それぞれ等しいので, $\triangle ABE \sim \triangle DCE$

[問題](2学期期末)

次の図において, 1)相似な三角形を記号を使って表せ。2)また, そのときに使った相似条件も書け。



[解答欄]

1)	2)
----	----

[ヒント]

$\triangle ABC$ と $\triangle EBD$ に注目する。

[解答]1) $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ 2) 2組の角が, それぞれ等しい。

[解説]

$\triangle ABC$ と $\triangle EBD$ で,

$$\angle ACB = \angle EDB \cdots \textcircled{1}$$

共通な角だから, $\angle B = \angle B \cdots \textcircled{2}$

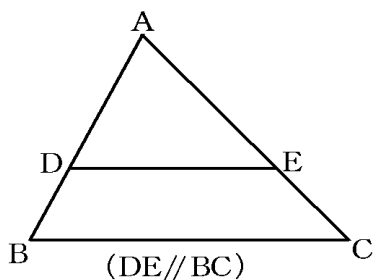
①, ②より, 2組の角が, それぞれ等しいので,

$$\triangle ABC \sim \triangle EBD$$

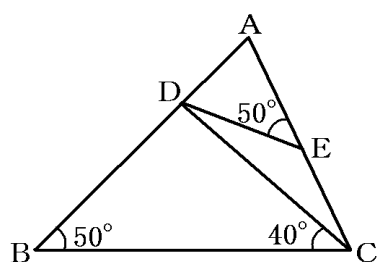
[問題](後期中間)

次の各図において、1)相似な三角形を、記号を使って表せ。2)また、そのときに使った相似条件も書け。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)1)	2)
(2)1)	2)

[ヒント]

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ に注目する。

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle AED$ に注目する。

[解答](1)1) $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ 2) 2組の角が、それぞれ等しい。

(2)1) $\triangle ABC \sim \triangle AED$ 2) 2組の角が、それぞれ等しい。

[解説]

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ で、

$DE \parallel BC$ で、平行線の同位角は等しいので、

$$\angle ABC = \angle ADE \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ACB = \angle AED \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

* $\angle A$ が共通を使うこともできる

(2) $\triangle ABC$ と $\triangle AED$ で、

$$\angle ABC = \angle AED \cdots \textcircled{1}$$

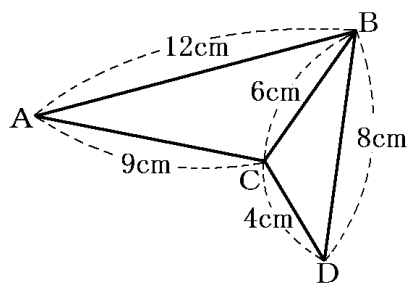
$$\text{共通な角だから、} \angle A = \angle A \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle AED$$

[問題](2学期期末)

次の図において、①相似な三角形を記号 \sim を使って表せ。②また、そのときに使った相似条件を書け。



[解答欄]

①	②
---	---

[ヒント]

$\triangle ABC$ と $\triangle BDC$ に注目する。

[解答]① $\triangle ABC \sim \triangle BDC$ ② 3組の辺の比が、すべて等しい。

[解説]

$\triangle ABC$ と $\triangle BDC$ において

$$AB : BD = 12 : 8 = 3 : 2$$

$$AC : BC = 9 : 6 = 3 : 2$$

$$BC : DC = 6 : 4 = 3 : 2$$

よって、3組の辺の比が、すべて等しいので、

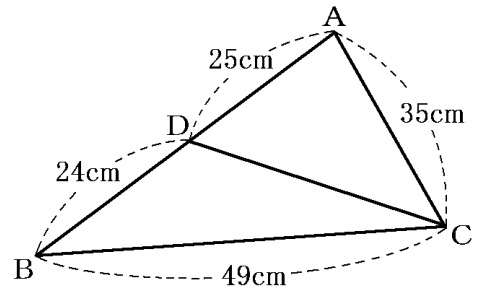
$\triangle ABC \sim \triangle BDC$

【】 相似の証明・長さの計算

【】 2 辺の比とその間の角

[問題](2 学期期末)

右の図のような三角形があるとき、以下の空欄ア～カに適切な式や言葉を入れ、図内の 2 つの三角形が相似であることを証明せよ。



(証明)

$\triangle ABC$ と(ア)で、

$$AB : (\text{イ}) = (\text{ウ}) : 5 \cdots \text{①}$$

$$AC : (\text{エ}) = (\text{ウ}) : 5 \cdots \text{②}$$

$$\text{①}, \text{②} \text{より}, AB : (\text{イ}) = AC : (\text{エ}) \cdots \text{③}$$

共通な角なので、(オ) = (オ) \cdots ④

③, ④より、(カ) ので、

$\triangle ABC \sim (\text{ア})$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	
カ		

[ヒント]

$\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ に注目する。この 2 つの三角形は $\angle A$ を共有しており、図中には各辺の長さが与えられている。「2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい」の相似条件を使う。

[解答]ア $\triangle ADC$ イ AC ウ 7 エ AD オ $\angle A$ カ 2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい

[解説]

「図内の 2 つの三角形」とは、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ である。

この 2 つの三角形は $\angle A$ を共有しており、図中には各辺の長さが与えられているので、相似条件「2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい」を使って証明を行うと推測できる。

辺の対応関係は、 $\angle A$ の対辺になっている BC と CD が対応している。また、残りの 2 辺のうち、長い方の AB と AC、短い方の AC と AD が対応していると見当がつく。

$$AB : AC = (25 + 24) : 35 = 49 : 35 = 7 : 5, AC : AD = 35 : 25 = 7 : 5 \text{ なので,}$$

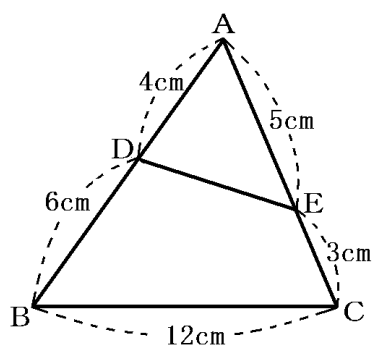
$$AB : AC = AC : AD$$

共通な角だから、 $\angle A = \angle A$ 。

よって、2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle ADC$

[問題](3学期)

次の図について、各問いに答えよ。



(1) $\triangle ADE$ の $\triangle ACB$ を証明せよ。

(2) DE の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]

(1) $\triangle ADE$ と $\triangle ACB$ は $\angle A$ を共有しており、図中には各辺の長さが与えられている。

「2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい」の相似条件を使う。

(2) $DE : CB = AD : AC$ (または、 $DE : CB = AE : AB$)を使う。

[解答]

(1) $\triangle ADE$ と $\triangle ACB$ で、

仮定より、

$$AD : AC = 4 : 8 = 1 : 2$$

$$AE : AB = 5 : 10 = 1 : 2$$

$$\text{よって、} AD : AC = AE : AB \cdots \text{①}$$

また、共通な角だから、 $\angle A = \angle A \cdots \text{②}$

①、②より、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ADE \sim \triangle ACB$$

(2) 6cm

[解説]

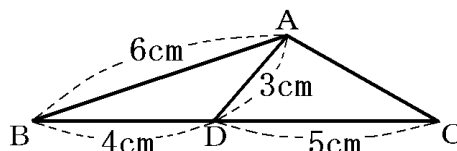
(2) (1)より相似比は $1 : 2$ なので、 $DE : CB = 1 : 2$, $DE : 12 = 1 : 2$

比の外項の積は内項の積に等しいので、 $2DE = 12$, $DE = 6(\text{cm})$

[問題](2 学期期末)

右の図で、 $AB = 6\text{cm}$, $BD = 4\text{cm}$, $DC = 5\text{cm}$,
 $AD = 3\text{cm}$ のとき、 AC の長さを求めよ。

[解答欄]



[ヒント]

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$ (2 組の辺の比とその間の角)

[解答] $\frac{9}{2}\text{cm}$ (4.5cm)

[解説]

$\triangle ABC$ と $\triangle DBA$ で、

$AB : DB = 6 : 4 = 3 : 2$, $CB : AB = 9 : 6 = 3 : 2$ なので、 $AB : DB = CB : AB \cdots \textcircled{1}$

共通な角だから、 $\angle B = \angle B \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より、2 組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$ で、相似比は $3 : 2$

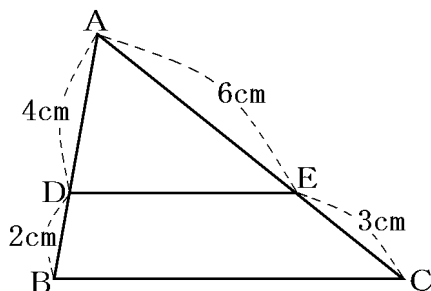
よって、 $AC : DA = 3 : 2$, $AC : 3 = 3 : 2$

比の外項の積は、内項の積に等しいので、

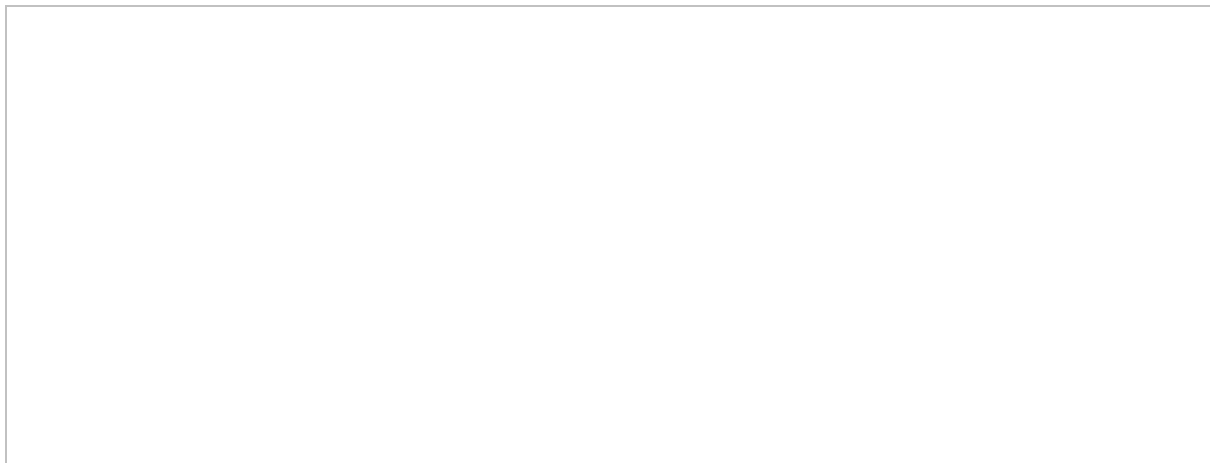
$AC \times 2 = 3 \times 3$, よって $AC = 3 \times 3 \div 2 = \frac{9}{2}(\text{cm})$

[問題](3 学期)

次の図で、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ であることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]

$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の 2 つの三角形は $\angle A$ を共有しており、図中には各辺の長さが与えられている。

[解答]

$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ で、

仮定より、

$$AD : AB = 4 : 6 = 2 : 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$AE : AC = 6 : 9 = 2 : 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、

$$AD : AB = AE : AC \cdots \textcircled{3}$$

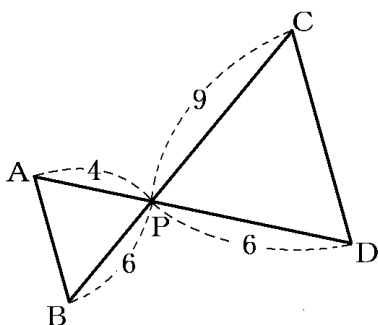
共通な角だから、 $\angle A = \angle A \cdots \textcircled{4}$

③, ④から、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

[問題](後期中間)

次の図で $AP=4$, $BP=6$, $CP=9$, $DP=6$ のとき $AB \parallel CD$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]

まず、 $\triangle ABP \sim \triangle DCP$ を証明し、対応する角は等しいことから $AB \parallel CD$ を証明する。

[解答]

$\triangle ABP$ と $\triangle DCP$ で、

仮定より、

$$AP : DP = 4 : 6 = 2 : 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$BP : CP = 6 : 9 = 2 : 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、

$$AP : DP = BP : CP \cdots \textcircled{3}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle APB = \angle DPC \cdots \textcircled{4}$$

③, ④から、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

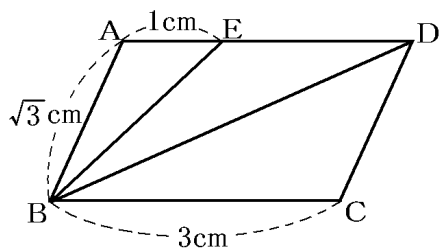
$$\triangle ABP \sim \triangle DCP$$

相似な図形では、対応する角は等しいので、 $\angle PAB = \angle PDC$

錯角が等しいので、 $AB \parallel CD$

[問題](2学期期末)

次の図は、 $AB = \sqrt{3} \text{ cm}$ 、 $BC = 3 \text{ cm}$ の平行四辺形である。辺 AD 上に $AE = 1 \text{ cm}$ となる点 E をとる。このとき、 $\triangle ABE \sim \triangle CBD$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[解答]

$\triangle ABE$ と $\triangle CBD$ で、

仮定より、

$$AB : CB = \sqrt{3} : 3 = 1 : \sqrt{3}$$

$$AE : CD = AE : BA = 1 : \sqrt{3}$$

$$\text{よって、} AB : CB = AE : CD \cdots \textcircled{1}$$

平行四辺形の向かい合う角は等しいので、

$$\angle A = \angle C \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より、2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、

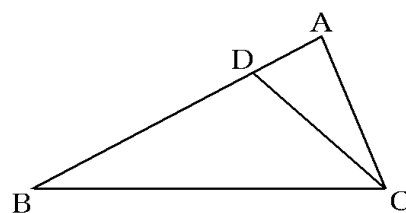
$$\triangle ABE \sim \triangle CBD$$

[問題](入試問題)

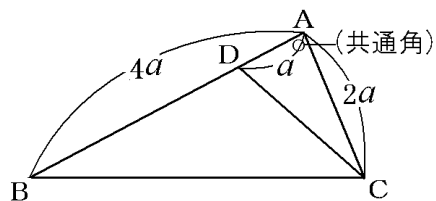
右の図は、 $AB=2AC$ の三角形で、 D は辺 AB を 4 等分する点のうち A にもっとも近い点である。このとき、 $\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ が相似であることを証明せよ。

(沖縄県)

[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$AD = a$ とおくと、仮定より $AB = 4a$

また、 $AB = 2AC$ なので、 $AC = 2a$

$\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ で、

$\angle A$ は共通・・・①

$AB : AC = 4a : 2a = 2 : 1$

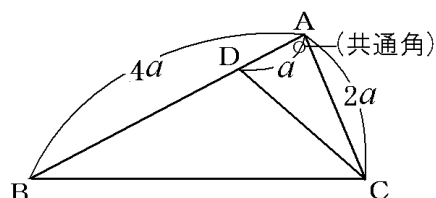
$AC : AD = 2a : a = 2 : 1$

よって、 $AB : AC = AC : AD$ ・・・②

①、②より、2組の辺の比が等しく、そのはさむ角がそれぞれ等しいので、

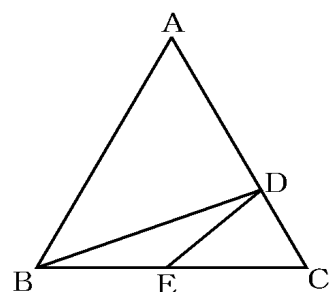
$\triangle ABC \sim \triangle ACD$

※便宜上、解答に図をつけているが、実際の答案では図は不要である(以下同様)。



[問題](2学期期末)

右の図のような正三角形 ABC があり、点 D は辺 AC 上の点で、 $AD = 2CD$ である。また、点 E は辺 BC の中点である。このとき、 $\triangle ADB \sim \triangle CDE$ であることを証明せよ。



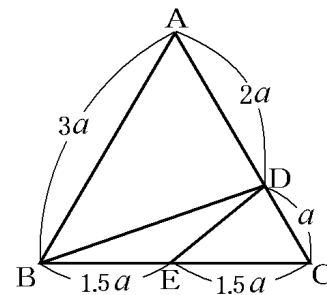
[解答欄]

[ヒント]

$CD = a$ とおくと、仮定より $AD = 2a$

よって、この正三角形の1辺は $3a$ なので、 $AB = 3a$

また、EはBCの中点なので、 $CE = 1.5a$



[解答]

$CD = a$ とおくと、仮定より $AD = 2a$

よって、この正三角形の1辺は $3a$ なので、 $AB = 3a$

また、EはBCの中点なので、 $CE = 1.5a$

$\triangle ADB$ と $\triangle CDE$ で、

$$AB : CE = 3a : 1.5a = 2 : 1$$

$$AD : CD = 2a : a = 2 : 1$$

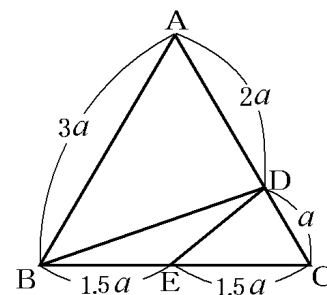
$$\text{よって、} AB : CE = AD : CD \cdots \text{①}$$

正三角形の内角はすべて 60° で等しいので、

$$\angle BAD = \angle ECD \cdots \text{②}$$

①、②より、2組の辺の比が等しく、そのはさむ角がそれぞれ等しいので、

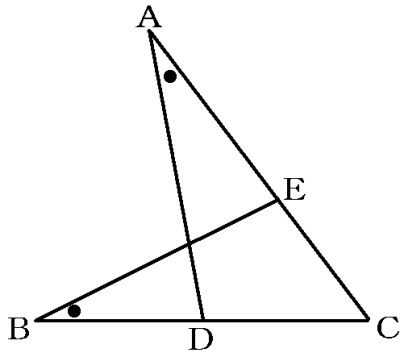
$$\triangle ADB \sim \triangle CDE$$



【】 共通の角

[問題](2 学期期末)

次の図で、 $\angle CAD = \angle CBE$ であるとき、 $\triangle ADC \sim \triangle BEC$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]

$\angle C$ が共通な角になっていることに注目する。

[解答]

$\triangle ADC$ と $\triangle BEC$ で、

仮定より、

$$\angle CAD = \angle CBE \cdots \text{①}$$

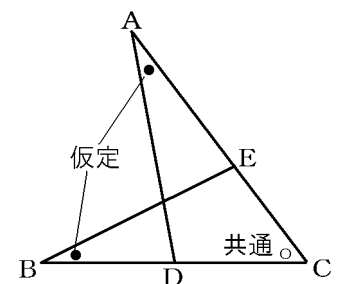
共通な角だから、 $\angle C = \angle C \cdots \text{②}$

①、②から、2 組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ADC \sim \triangle BEC$$

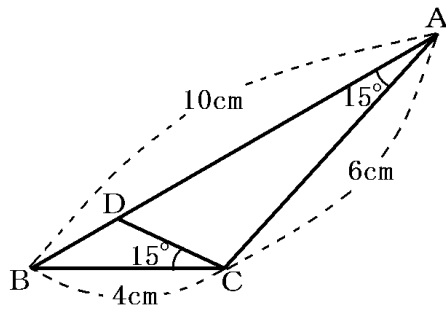
[解説]

三角形の相似の証明問題などで、もっともよく使われる相似条件が「2 組の角が、それぞれ等しい」である。与えられた条件から等しいことが分かる角を図に記入、また共通に使われている角があるときには、それにも印をつける。



[問題](2 学期期末)

次の各問いに答えよ。



(1) $\triangle BCD \sim \triangle BAC$ を証明せよ

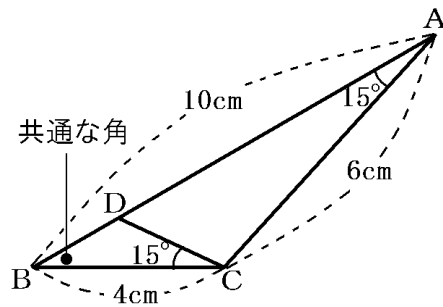
(2) DA の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]



[解答]

(1) $\triangle BCD$ と $\triangle BAC$ で,

仮定より,

$$\angle BCD = \angle BAC \cdots \textcircled{1}$$

共通な角なので, $\angle B = \angle B \cdots \textcircled{2}$

①, ②から, 2組の角が, それぞれ等しいので,

$\triangle BCD \sim \triangle BAC$

(2) $\frac{42}{5}$ cm (8.4cm)

[解説]

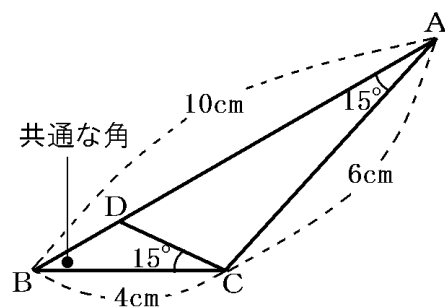
(2) $\triangle BCD \sim \triangle BAC$ で、対応する辺の比は等しいので、

$$BD : BC = BC : BA, \quad BD : 4 = 4 : 10, \quad BD : 4 = 2 : 5$$

比の外項の積は、内項の積に等しいので

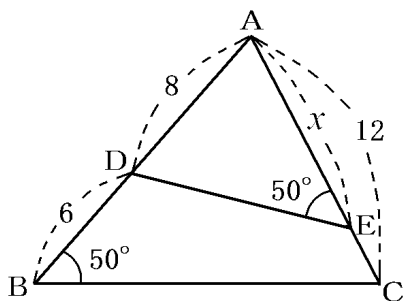
$$BD \times 5 = 4 \times 2, \quad 5BD = 8, \quad BD = \frac{8}{5}$$

$$\text{よって, } DA = 10 - \frac{8}{5} = \frac{42}{5} \text{ cm}$$



[問題](2 学期期末)

次の図形で、 x の値を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

$\triangle ADE \sim \triangle ACB$ に注目。

$$[\text{解答}] \quad x = \frac{28}{3}$$

[解説]

$\triangle ADE$ と $\triangle ACB$ で、

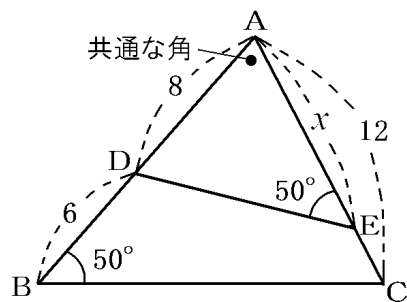
$\angle A$ は共通、 $\angle AED = \angle ABC$ より 2 組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$

よって、 $AE : AB = AD : AC$, $x : 12 = 8 : 12$,

比の外項の積は、内項の積と等しいので、

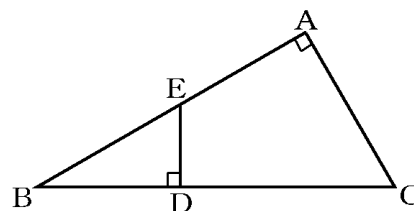
$$x \times 12 = 14 \times 8, \quad 12x = 14 \times 8,$$

$$x = \frac{14 \times 8}{12} = \frac{28}{3}$$



[問題](2学期期末)

右の図で、 $\angle BAC = \angle BDE = 90^\circ$ である。このとき、 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ であることを、次のように証明した。空欄にあてはまるものを入れよ。



[証明]

$\triangle ABC$ と $\triangle DBE$ で、

(ア) ……①(仮定より)

(イ) ……②(共通な角)

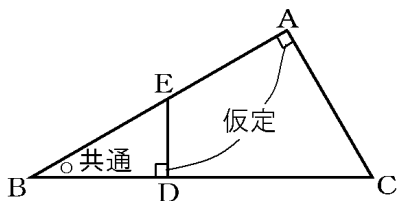
①, ②から、(ウ) が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABC \sim \triangle DBE$

[解答欄]

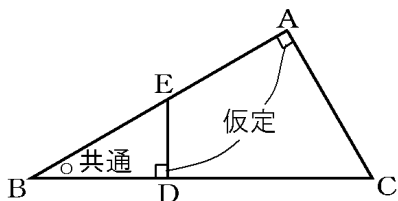
ア	イ	ウ
---	---	---

[ヒント]



[解答] ア $\angle BAC = \angle BDE$ イ $\angle B = \angle B$ ウ 2組の角

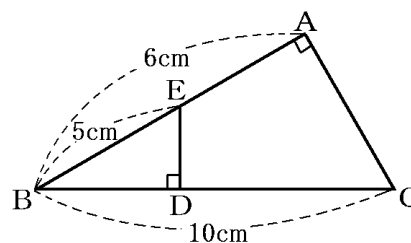
[解説]



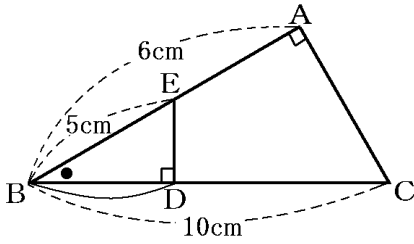
[問題](2学期期末)

右の図で、 $\angle BAC = \angle BDE = 90^\circ$ である。
 $AB = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$, $BE = 5\text{cm}$ のとき、
 線分 DB の長さを求めよ。

[解答欄]



[ヒント]



[解答]3cm

[解説]

$\triangle DBE$ と $\triangle ABC$ で、

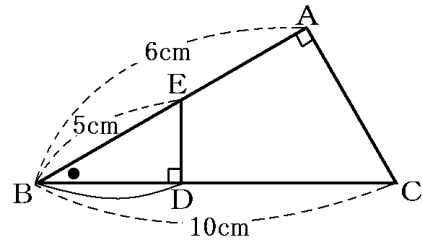
$\angle B$ は共通, $\angle BDE = \angle BAC = 90^\circ$

2組の角がそれぞれ等しいので, $\triangle DBE \sim \triangle ABC$

よって, $DB : AB = BE : BC$, $DB : 6 = 5 : 10$

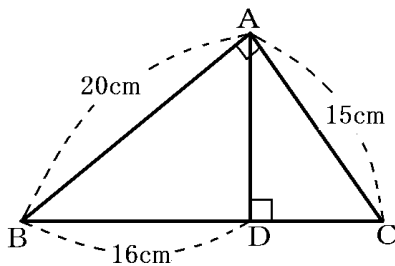
比の外項の積は内項の積と等しいので、

$DB \times 10 = 6 \times 5$, $10DB = 30$, $DB = 30 \div 10 = 3(\text{cm})$



[問題](2 学期期末)

次の図のように、 $\angle A$ を直角とする直角三角形 ABC がある。頂点 A から辺 BC に垂線をひき、辺 BC との交点を D とする。各問いに答えよ。



(1) $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ であることを証明せよ。

(2) AD の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]

(1) $\angle B$ が共通な角になっていることに注目する。

[解答]

$\triangle ABC$ と $\triangle DBA$ で、

仮定より、

$$\angle BAC = \angle BDA \cdots \textcircled{1}$$

共通な角だから、 $\angle B = \angle B \cdots \textcircled{2}$

①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABC \sim \triangle DBA$$

[解説]

(2) $\triangle ABC \sim \triangle DBA$ で、相似な図形の対応する辺の比は等しいので、

$$AB : DB = AC : DA, 20 : 15 = 16 : DA$$

比の外項の積は、内項の積に等しいので

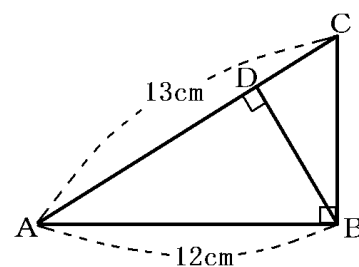
$$DA \times 20 = 15 \times 16, DA = 15 \times 16 \div 20, AD = 12\text{cm}$$

[問題](2学期期末)

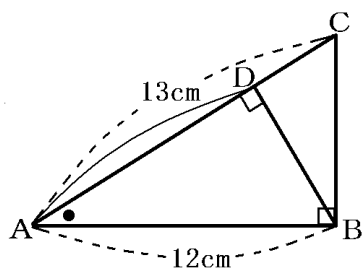
右の図は、 $AB=12\text{cm}$ 、 $AC=13\text{cm}$ の直角三角形 ABC で、
直角の頂点 B から斜辺 AC に垂線 BD をひいたものである。

AD の長さを求めよ。

[解答欄]



[ヒント]



[解答] $\frac{144}{13}\text{cm}$

[解説]

$\triangle ABD$ と $\triangle ACB$ で,

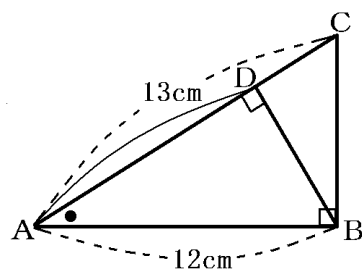
$\angle ADB = \angle ABC = 90^\circ$, $\angle A$ は共通

2角が等しいので $\triangle ABD \sim \triangle ACB$

ゆえに $AD : AB = AB : AC$, $AD : 12 = 12 : 13$

比の外項の積は, 内項の積と等しいので

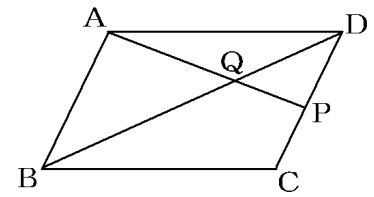
$$AD \times 13 = 12 \times 12 \quad \text{ゆえに} \quad AD = \frac{144}{13} \text{cm}$$



【】 平行線

[問題](後期中間)

平行四辺形 ABCD の辺 CD の中点を P, 対角線 BD と AP との交点を Q とするとき, $\triangle ABQ \cong \triangle PDQ$ であることを次のように証明した。ア～ウをうめて, 証明を完成せよ。



(証明)

$\triangle ABQ$ と $\triangle PDQ$ で, 対頂角が等しいから,

$$\angle AQB = (\text{ア}) \cdots \text{①}$$

AB // DC より, 錯角が等しいから

$$\angle QAB = (\text{イ}) \cdots \text{②}$$

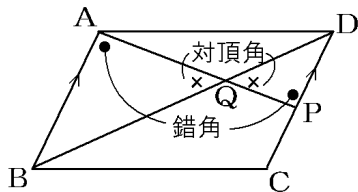
①, ②から, (ウ) ので,

$\triangle ABQ \cong \triangle PDQ$

[解答欄]

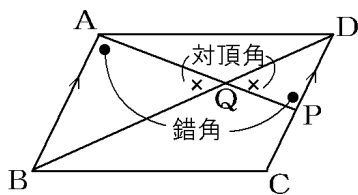
ア	イ
ウ	

[ヒント]



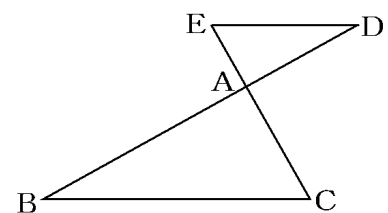
[解答] ア $\angle P Q D$ イ $\angle Q P D$ ウ 2 組の角が, それぞれ等しい

[解説]



[問題](2 学期期末)

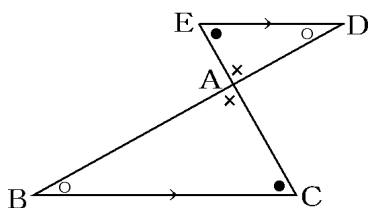
右の図のように, $\triangle ABC$ の辺 BA, CA の延長線上に $DE \parallel BC$ となるように, 点 D, E をとる。 $\triangle ADE \cong \triangle ABC$ となることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ で、

$DE \parallel BC$ より錯角が等しいので、

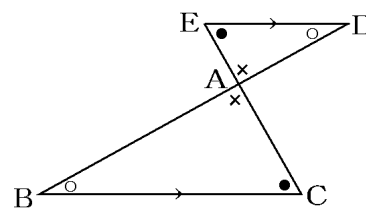
$$\angle ADE = \angle ABC \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle AED = \angle ACB \cdots \textcircled{2}$$

①, ②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

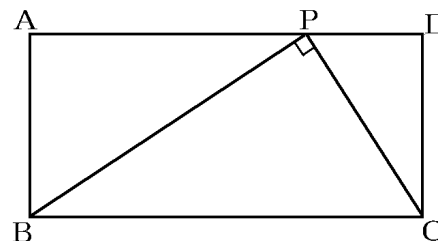
※ $\angle EAD = \angle CAB$ (対頂角は等しい) を使うこともできる。



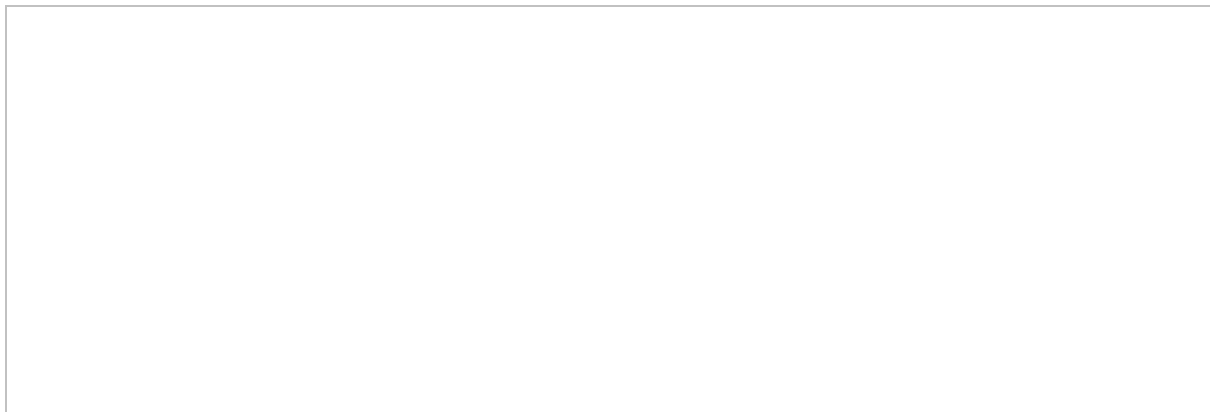
[問題](入試問題)

長方形 $ABCD$ がある。辺 AD 上に $\angle BPC = 90^\circ$ である点 P をとるとき、 $\triangle ABP \sim \triangle PCB$ となることを証明せよ。

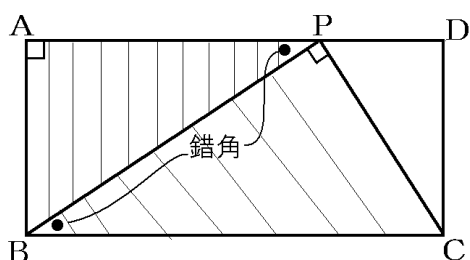
(秋田県)



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABP$ と $\triangle PCB$ で、

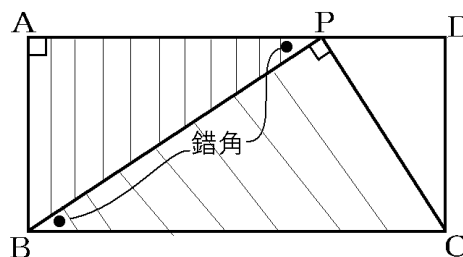
$$\angle PAB = \angle BPC = 90^\circ \dots \textcircled{1}$$

$AD \parallel BC$ より、錯角は等しいので、

$$\angle APB = \angle PBC \dots \textcircled{2}$$

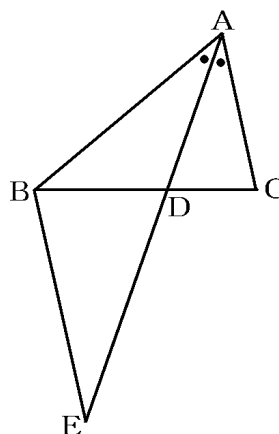
①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABP \sim \triangle PCB$

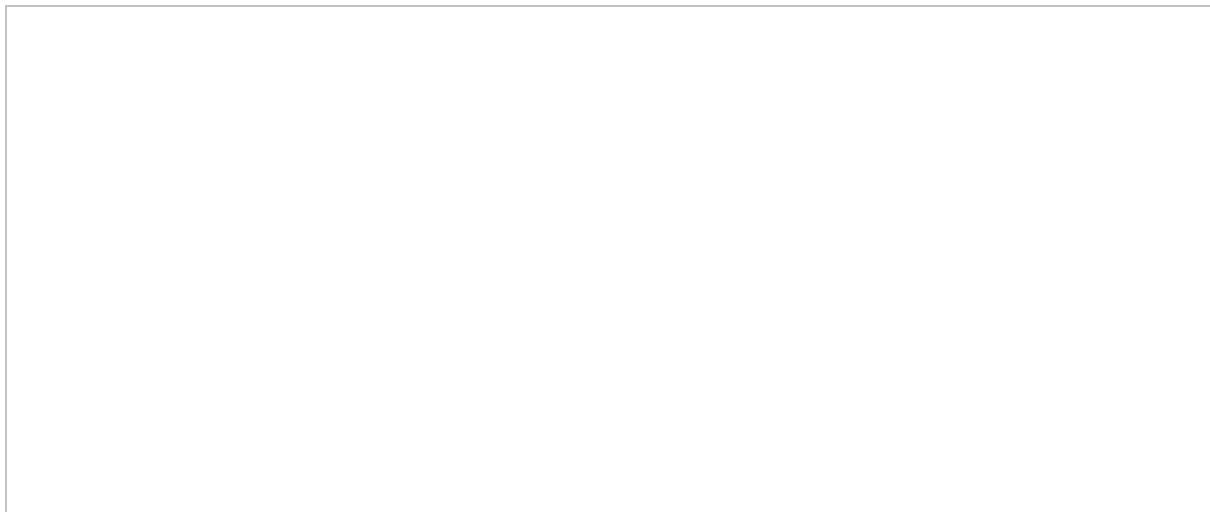


[問題](2 学期期末)

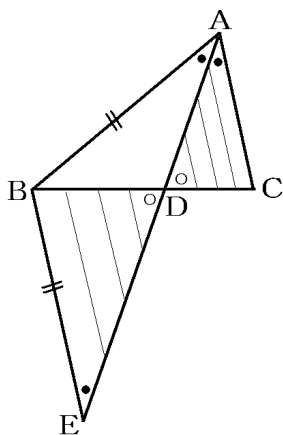
$\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とすると、 $AB : AC = BD : CD$ となる。点 B を通り、 AC に平行な直線をひき、辺 AD の延長との交点を E として、 $\triangle BDE$ と $\triangle CDA$ に着目してこのことを証明せよ。



【解答欄】



【ヒント】



【解答】

$\triangle BDE$ と $\triangle CDA$ で、

対頂角なので、 $\angle BDE = \angle CDA \dots ①$

$BE \parallel CA$ なので、 $\angle BED = \angle CAD \dots ②$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle BDE \sim \triangle CDA \dots ③$$

相似な図形の対応する辺の比は等しいので、

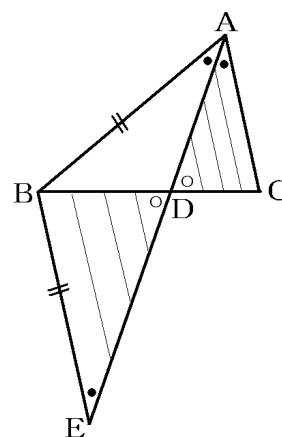
$$EB : AC = BD : CD \dots ④$$

ところで、仮定より、 $\angle BAD = \angle CAD \dots ⑤$

②、⑤より、 $\angle BED = \angle BAD$

底角が等しいので、 $\triangle BAE$ は二等辺三角形で、 $AB = EB \dots ⑥$

④、⑥より、 $AB : AC = BD : CD$

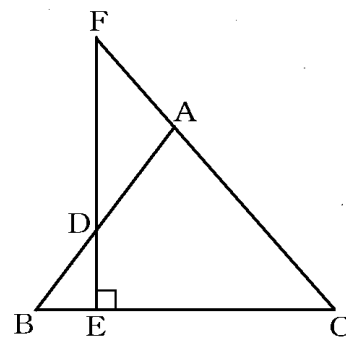


【】 二等辺三角形

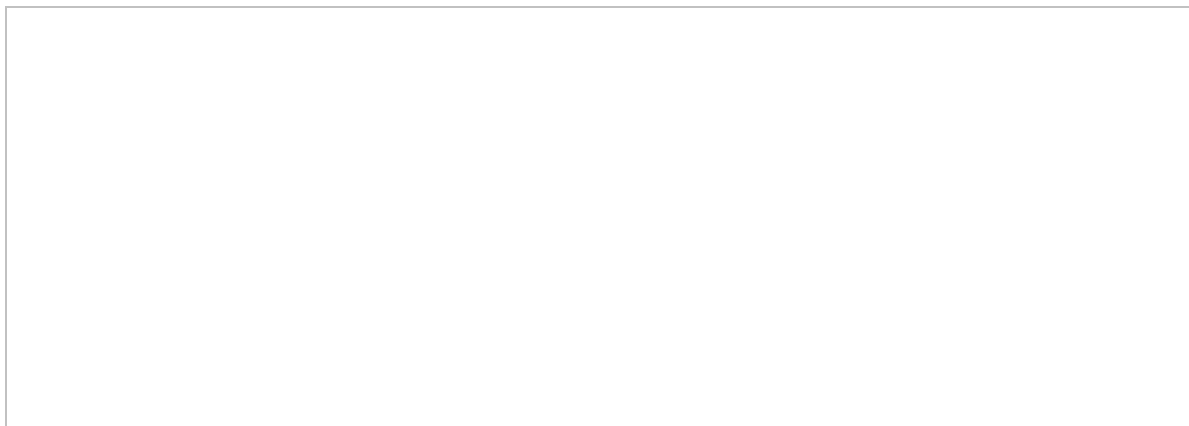
[問題](後期中間)

AB=AC である二等辺三角形 ABC で、辺 AB 上の点 D から底辺 BC に、垂線 DE をひき、直線 DE と辺 CA の延長との交点を F とする。

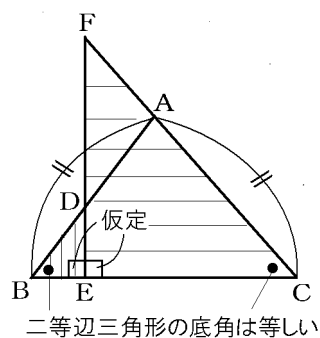
このとき、 $\triangle DBE \sim \triangle FCE$ であることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle DBE$ と $\triangle FCE$ で、

仮定より、

$$\angle BED = 90^\circ, \angle CEF = 90^\circ \text{ なので,}$$

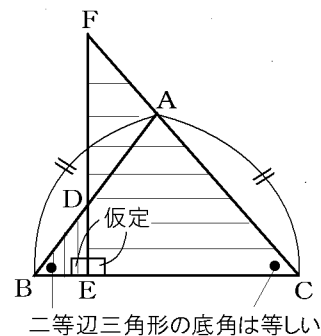
$$\angle BED = \angle CEF \cdots \text{①}$$

仮定より、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形なので、

$$\angle DBE = \angle FCE \cdots \text{②}$$

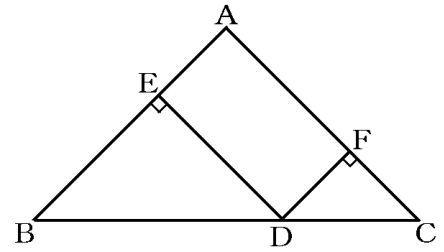
①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle DBE \sim \triangle FCE$$



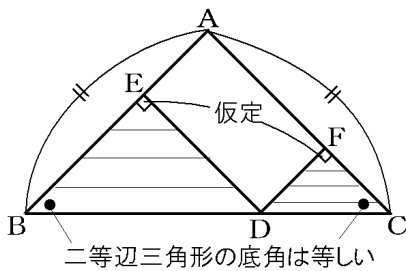
[問題](2学期期末)

AB=AC である二等辺三角形 ABC で、底辺 BC 上の点 D から辺 AB, AC に、それぞれ垂線 DE, DF を引くとき、 $\triangle EBD \sim \triangle FCD$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle EBD$ と $\triangle FCD$ で、

仮定より、

$\angle BED = 90^\circ$, $\angle CFD = 90^\circ$ なので、

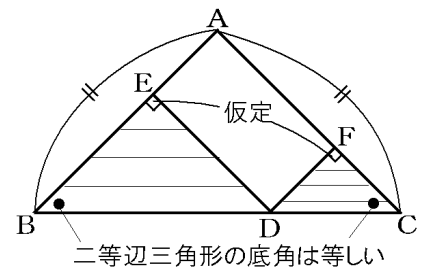
$$\angle BED = \angle CFD \cdots \text{①}$$

仮定より、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形なので、

$$\angle DBE = \angle DCF \cdots \text{②}$$

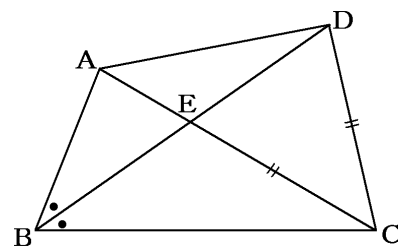
①, ②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle EBD \sim \triangle FCD$$

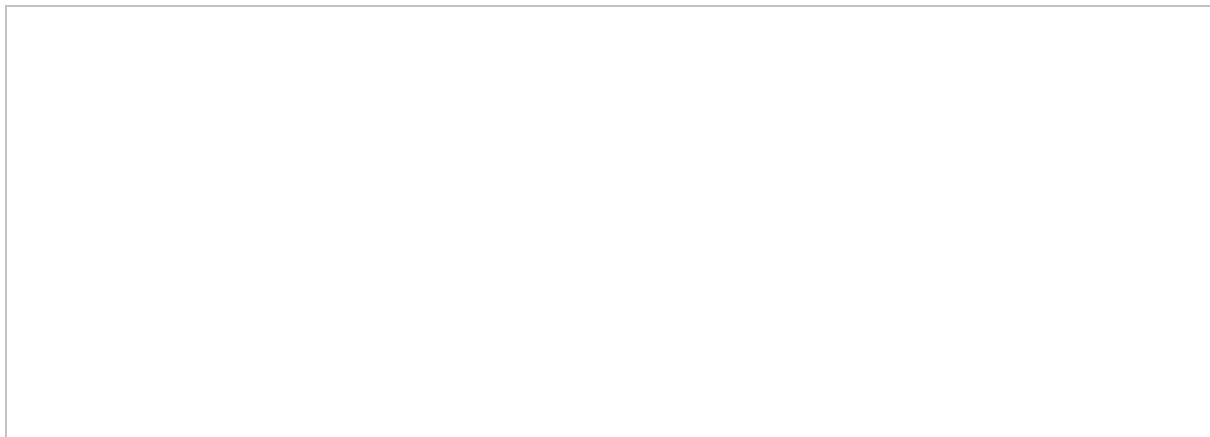


[問題](2学期期末)

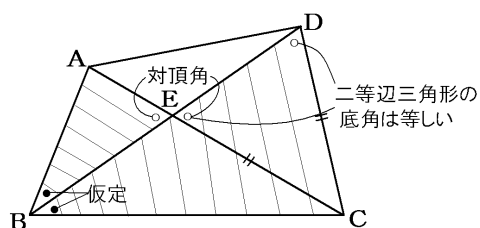
右の図の四角形 ABCD において、対角線 AC, BD の交点を E とする。 $\angle ABE = \angle EBC$, $CD = CE$ が成り立っているとき、 $\triangle ABE \sim \triangle CBD$ であることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABE$ と $\triangle CBD$ で、

仮定より、

$$\angle ABE = \angle CBD \cdots \textcircled{1}$$

対頂角は等しいので、

$$\angle AEB = \angle CED \cdots \textcircled{2}$$

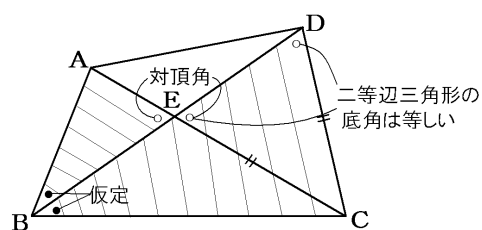
仮定より、 $CD = CE$ なので、 $\triangle CDE$ は二等辺三角形で、

$$\angle CED = \angle CDB \cdots \textcircled{3}$$

②, ③より、 $\angle AEB = \angle CDB \cdots \textcircled{4}$

①, ④より、2組の角が、それぞれ等しいので、

$$\triangle ABE \sim \triangle CBD$$



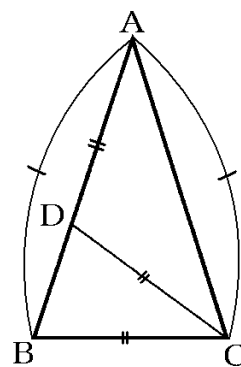
[問題](入試問題)

右の図の三角形 ABC において、点 D は辺 AB 上の点であり、
 $AB=AC$, $AD=CD=CB$ である。次の各問いに答えよ。

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle CBD$ が相似であることを証明せよ。

(2) $AD=2\text{cm}$ とするとき、辺 AB の長さを求めよ。

(群馬県)

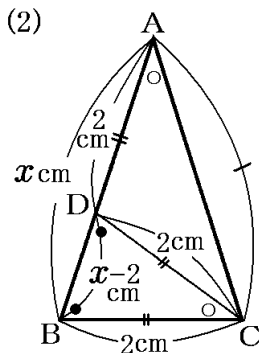
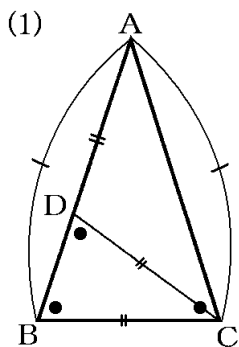


[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]



[解答]

(1) $\triangle ABC$ と $\triangle CBD$ で、

$\angle B$ は共通 …①

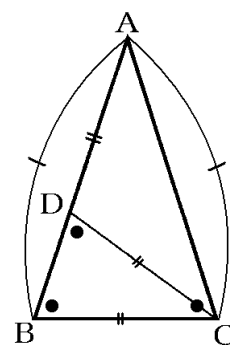
$CD=CB$ なので、 $\angle CDB=\angle B$ …②

$AB=AC$ なので、 $\angle B=\angle ACB$ …③

②、③より、 $\angle CDB=\angle ACB$ …④

①、④より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABC \sim \triangle CBD$



(2) $1 + \sqrt{5}$ (cm)

[解説]

(2) $AB = x$ (cm) とすると、各辺の長さは右図のようになる。

$\triangle ABC \sim \triangle CBD$ で、

「大：小」の比をつくると、

$$AB : CB = BC : BD$$

$$x : 2 = 2 : (x - 2)$$

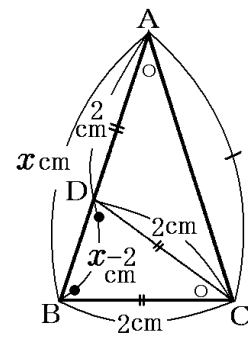
比の外項の積は内項の積に等しいので、

$$x(x - 2) = 4, \quad x^2 - 2x - 4 = 0$$

解の公式を使うと、

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

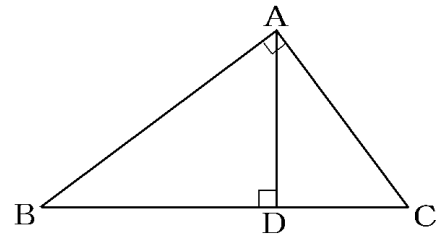
$$x > 0 \text{ なので, } x = 1 + \sqrt{5} \text{ (cm)}$$



【】 直角三角形

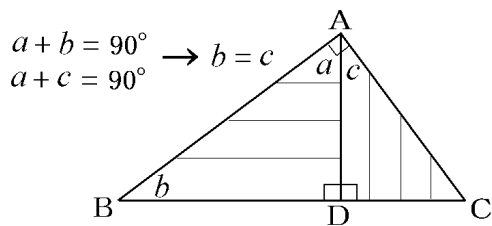
[問題](2 学期期末)

右の図のように、 $\angle A$ を直角とする直角三角形 ABC がある。頂点 A から辺 BC に垂線をひき、辺 BC との交点を D とするとき、 $\triangle ABD \sim \triangle CAD$ であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle ABD$ と $\triangle CAD$ で、

仮定より、

$\angle ADB = 90^\circ$, $\angle CDA = 90^\circ$ なので、

$\angle ADB = \angle CDA \cdots \textcircled{1}$

また、

$\angle ABD + \angle BAD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$

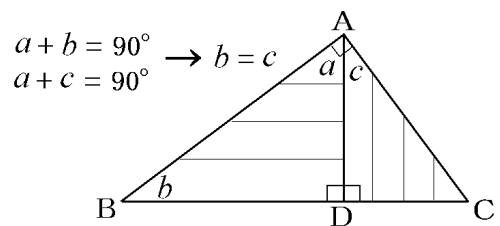
$\angle CAD + \angle BAD = \angle BAC = 90^\circ \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ より、

$\angle ABD = \angle CAD \cdots \textcircled{4}$

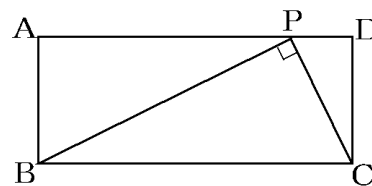
$\textcircled{1}$, $\textcircled{4}$ より、2 組の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABD \sim \triangle CAD$

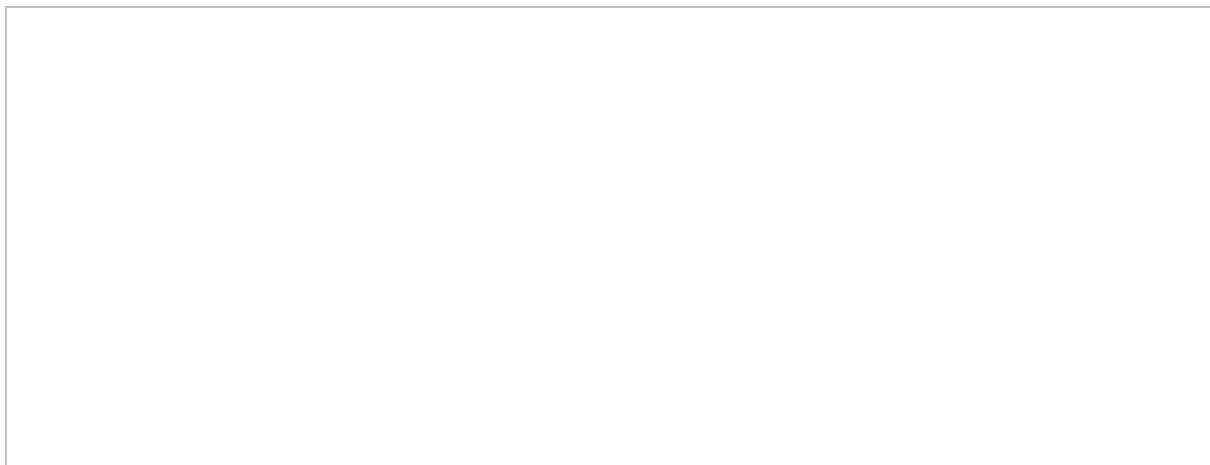


[問題](2学期中間)

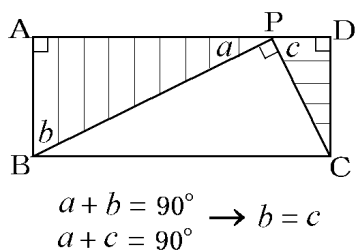
長方形 ABCD がある。辺 AD 上に $\angle BPC=90^\circ$ となるような点 P をとったとき、 $\triangle ABP \sim \triangle DPC$ となることを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABP$ と $\triangle DPC$ で、

仮定より、

$\angle BAP = 90^\circ$, $\angle PDC = 90^\circ$ なので、

$$\angle BAP = \angle PDC \dots \textcircled{1}$$

$\triangle ABP$ で、

$$\angle ABP + \angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \dots \textcircled{2}$$

APD は 1 直線上にあるので、

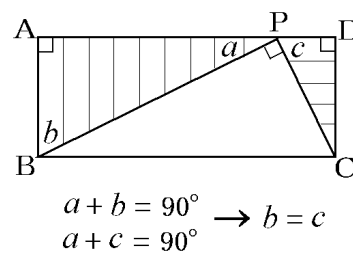
$$\angle DPC + \angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \dots \textcircled{3}$$

②, ③より、

$$\angle ABP = \angle DPC \dots \textcircled{4}$$

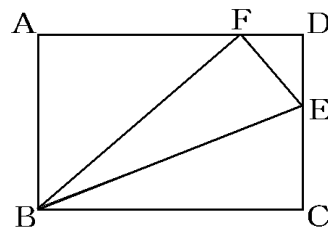
①, ④より、2 組の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle ABP \sim \triangle DPC$



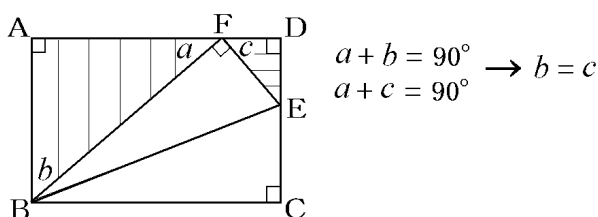
[問題](後期中間)

長方形 ABCD の CD 上に E をとり、BE を折り目にして C が AD 上にくるように折り返した。この点を F とするとき、 $\triangle ABF$ と $\triangle DFE$ が相似になることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle ABF$ と $\triangle DFE$ で、

仮定より、

$\angle BAF = 90^\circ$, $\angle FDE = 90^\circ$ なので、

$$\angle BAF = \angle FDE \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle ABF$ で、

$$\angle ABF + \angle AFB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

AFD は 1 直線上にあるので、

$$\angle DFE + \angle AFB = 180^\circ - \angle BFE$$

BE を折り目にして折り返しているので、

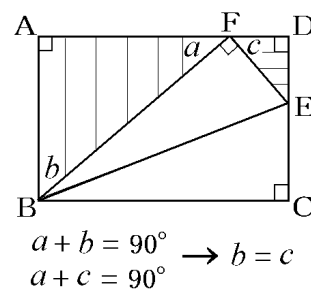
$$\angle BFE = \angle BCE = 90^\circ$$

$$\text{よって、} \angle DFE + \angle AFB = 180^\circ - \angle BFE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{より、} \angle ABF = \angle DFE \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{4}$ より、2 組の角が、それぞれ等しいので、

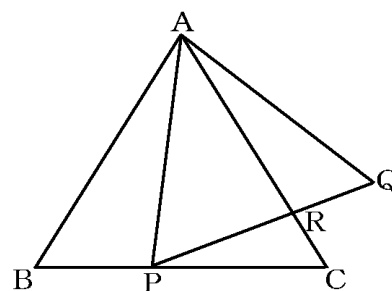
$$\triangle ABF \sim \triangle DFE$$



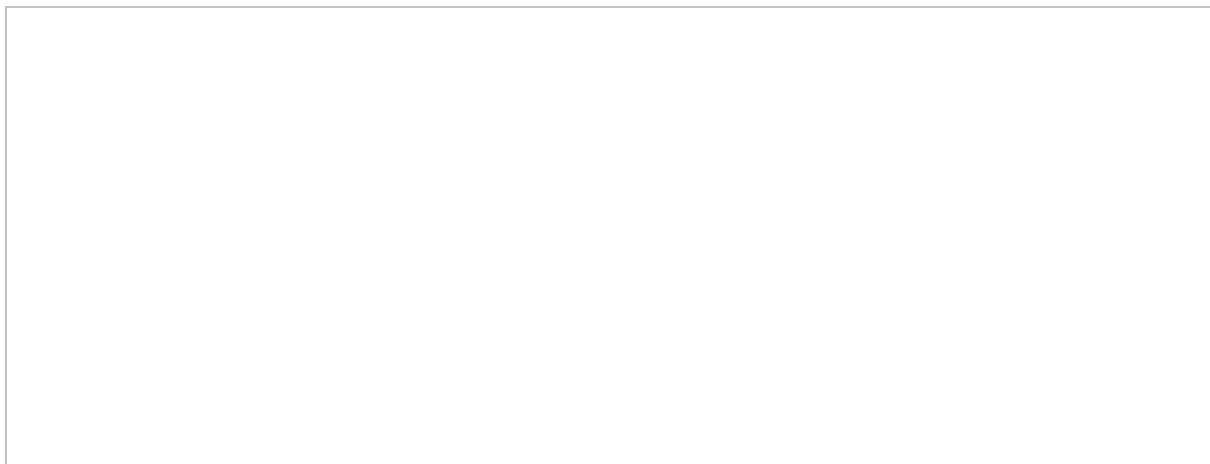
【】 正三角形

[問題](後期中間)

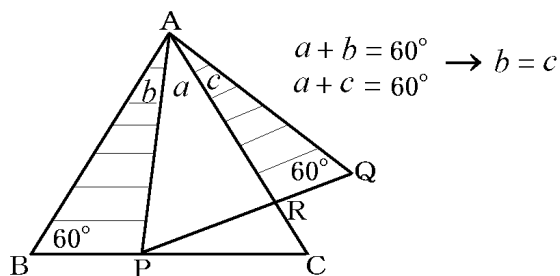
右図のように正三角形ABCで、辺BC上に点Pをとり、APを1辺とする正三角形APQをつくる。ACとPQの交点をRとすると、 $\triangle ABP \sim \triangle AQR$ である。このことを証明せよ。



[解答欄]



[ヒント]



[解答]

$\triangle ABP$ と $\triangle AQR$ で、

正三角形の内角はすべて 60° なので、

$$\angle ABP = 60^\circ, \quad \angle AQR = 60^\circ$$

$$\text{よって、} \angle ABP = \angle AQR \cdots \text{①}$$

また、

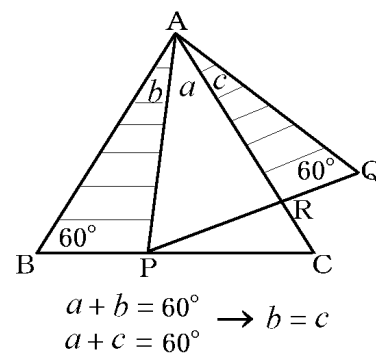
$$\angle BAP + \angle PAC = 60^\circ \cdots \text{②}$$

$$\angle QAR + \angle PAC = 60^\circ \cdots \text{③}$$

$$\text{②, ③より、} \angle BAP = \angle QAR \cdots \text{④}$$

①, ④より、2組の角が、それぞれ等しいので、

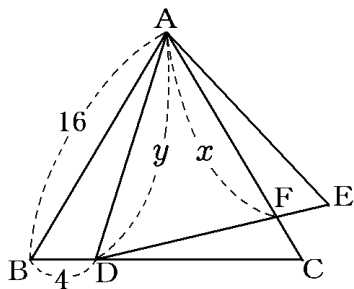
$$\triangle ABP \sim \triangle AQR$$



[問題](2学期期末)

次の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は正三角形である。このとき、 x, y の長さを求めよ。

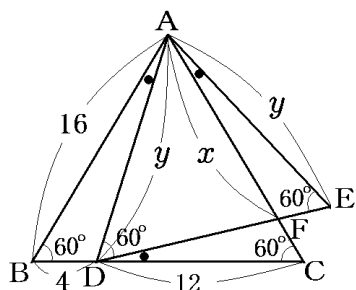
(ヒント： $\triangle ABD, \triangle DCF, \triangle AEF$ は相似である)



[解答欄]

$x =$	$y =$
-------	-------

[ヒント]



[解答] $x = 13$ $y = 4\sqrt{13}$

[解説]

まず、右図で「●」印をつけた3つの角が等しいことに注目する。

$\triangle ABD$ の内角の和： $60^\circ + \angle ADB + \angle BAD = 180^\circ$

BDC は一直線： $60^\circ + \angle ADB + \angle CDF = 180^\circ$

よって、 $\angle BAD = \angle CDF$

次に、

$\angle BAC = 60^\circ$ なので、 $\angle BAD + \angle DAC = 60^\circ$

$\angle DAE = 60^\circ$ なので、 $\angle EAF + \angle DAC = 60^\circ$

よって、 $\angle BAD = \angle EAF$

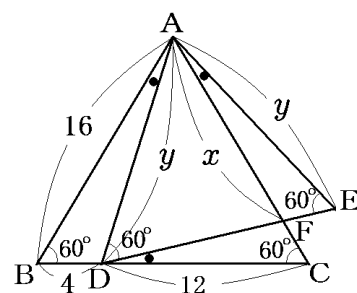
したがって、 $\triangle ABD, \triangle DCF, \triangle AEF$ の三角形は対応する2角(図の「●」の角、 60°)がそれぞれ等しいので、たがいに相似になる。

$\triangle ABD \sim \triangle DCF$ より、 $AB : DC = BD : CF$

$AB = 16, DC = BC - BD = 16 - 4 = 12, BD = 4$ なので、

$16 : 12 = 4 : CF$

比で、外項の積は内項の積に等しいので、



$$16 \times CF = 12 \times 4, \quad CF = 12 \times 4 \div 16 = 3$$

$$\text{よって, } x = AC - CF = 16 - 3 = 13$$

次に, y を求めるために, $\triangle ABD$ の $\triangle AEF$ に注目すると,

$$AB : AE = AD : AF$$

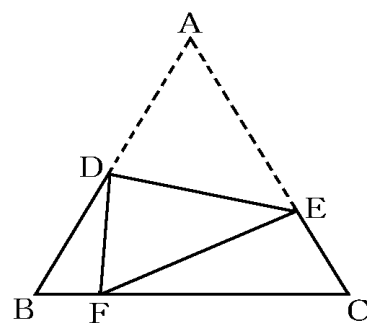
$$16 : y = y : x$$

$$x = 13 \text{ なので, } 16 : y = y : 13$$

$$\text{比の内項の積は外項の積に等しいので, } y^2 = 16 \times 13 \quad \text{よって, } y = \sqrt{16 \times 13} = 4\sqrt{13}$$

[問題](2 学期期末)

右の図のように, 正三角形 ABC を辺 AB 上の点 D と辺 AC 上の点 E を結ぶ線分で折り曲げたところ, 頂点 A が辺 BC 上の点 F と重なった。このとき, $\triangle DBF \sim \triangle FCE$ であることを次のように証明した。文中のア～オの空欄をうめよ。



(証明)

$\triangle DBF$ と $\triangle FCE$ で,

$$\text{仮定より, } \angle DBF = \angle(\text{ア}) = 60^\circ \cdots \text{①}$$

三角形の外角と内角の関係から,

$$\angle DFC = \angle B + \angle(\text{イ}) = 60^\circ + \angle(\text{イ})$$

$$\text{また, } \angle DFC = \angle(\text{ウ}) + \angle(\text{エ}) = 60^\circ + \angle(\text{エ})$$

$$\text{よって, } \angle(\text{イ}) = \angle(\text{エ}) \cdots \text{②}$$

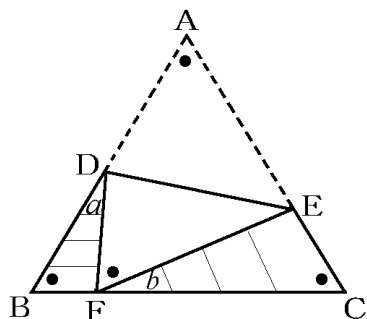
①, ②より, (オ) ので,

$$\triangle DBF \sim \triangle FCE$$

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	

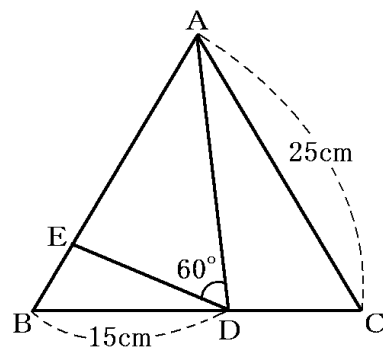
[ヒント]



[解答]ア FCE イ BDF ウ DFE エ CFE オ 2 組の角が, それぞれ等しい

[問題](入試問題)

右図のように、1辺が 25cm の正三角形 ABC がある。辺 BC 上に、BD=15cm となるように点 D をとり、辺 AB 上に、 $\angle ADE=60^\circ$ となるように点 E をとる。このとき、次の各問いに答えよ。



(1) $\triangle ACD$ の $\triangle DBE$ を証明せよ。

(2) BE の長さを求めよ。

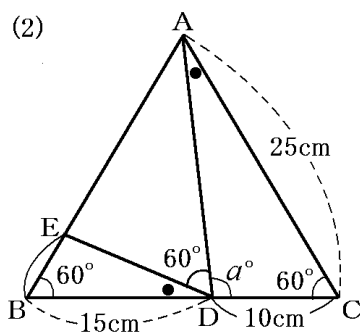
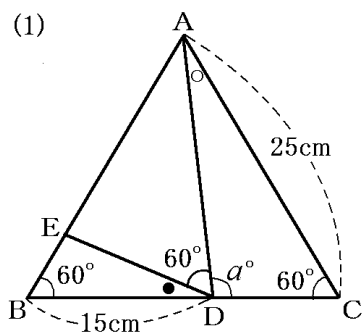
(千葉県改)

[解答欄]

(1)

(2)

[ヒント]



[解答]

(1) $\triangle ACD$ と $\triangle DBE$ で、

正三角形の内角はすべて 60° なので、

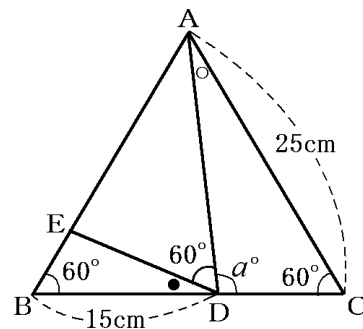
$$\angle ACD = \angle DBE = 60^\circ \cdots \textcircled{1}$$

$\angle ADC = a^\circ$ とおく。

$\triangle ACD$ で、三角形の内角の和は 180° なので、

$$\angle CAD = 180^\circ - 60^\circ - a^\circ = 120^\circ - a^\circ \cdots \textcircled{2}$$

また、 $\angle BDE + 60^\circ + a^\circ = 180^\circ$ なので、



$$\angle BDE = 120^\circ - a^\circ \dots \textcircled{3}$$

②, ③より,

$$\angle CAD = \angle BDE \dots \textcircled{4}$$

①, ④より, 2組の角がそれぞれ等しいので,

$$\triangle ACD \sim \triangle DBE$$

(2) 6cm

[解説]

$$(2) CD = BC - BD = 25 - 15 = 10(\text{cm})$$

$\triangle DBE \sim \triangle ACD$ で, 「小:大」の比をつくと,

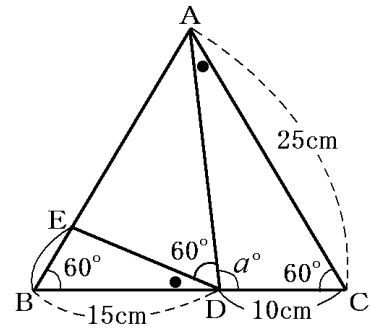
$$BE : CD = BD : CA$$

$$BE : 10 = 15 : 25,$$

$$BE : 10 = 3 : 5$$

比の外項の積は内項の積に等しいので,

$$5BE = 10 \times 3, 5BE = 30, BE = 6(\text{cm})$$



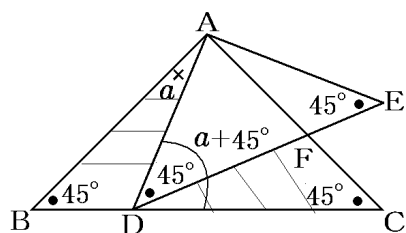
[問題](入試問題)

右の図のように, $AB=AC$ の直角二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に点 D をとり, $AD=AE$ となる直角二等辺三角形 ADE をつくる。また, 線分 AC と線分 DE の交点を F とする。このとき, $\triangle ABD \sim \triangle DCF$ であることを証明せよ。

(三重県)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]

$\triangle ABC$, $\triangle ADE$ はともに直角二等辺三角形なので,

$$\angle ABC = \angle ACB = \angle ADE = \angle AED = 45^\circ \dots \textcircled{1}$$

$\triangle ABD$ と $\triangle DCF$ において,

$$\textcircled{1} \text{より, } \angle ABD = \angle DCF \dots \textcircled{2}$$

$\triangle ABD$ で, 2つの内角の和は他の頂点の外角に等しい

$$\text{ので, } \angle BAD + \angle ABD = \angle ADC, \angle BAD + 45^\circ = \angle ADC \dots \textcircled{3}$$

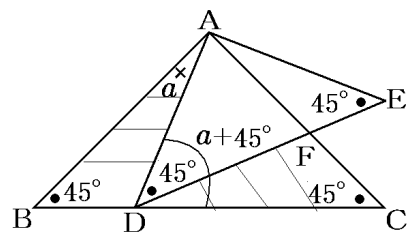
$$\angle ADC = \angle CDF + \angle ADE, \angle ADC = \angle CDF + 45^\circ \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{より, } \angle BAD + 45^\circ = \angle CDF + 45^\circ$$

$$\text{よって, } \angle BAD = \angle CDF \dots \textcircled{5}$$

$\textcircled{2}, \textcircled{5}$ より, 2組の角がそれぞれ等しいので,

$\triangle ABD \sim \triangle DCF$



【FdData 中間期末製品版のご案内】

詳細は、[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#)に掲載 ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆印刷・編集

この PDF ファイルは、FdData 中間期末を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 中間期末は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 中間期末の特徴

中間期末試験で成績を上げる秘訣は過去問を数多く解くことです。FdData 中間期末は、実際に全国の中学校で出題された試験問題をワープロデータ(Word 文書)にした過去問集です。各教科(社会・理科・数学)約 1800~2100 ページと豊富な問題を収録しているため、出題傾向の 90%以上を網羅しております。

FdData 中間期末を購入いただいたお客様からは、「市販の問題集とは比べものにならない質の高さですね。子どもが受けた今回の期末試験では、ほとんど同じような問題が出て今までにないような成績をとることができました。」「製品の質の高さと豊富な問題量に感謝します。試験対策として、塾の生徒に FdData の膨大な問題を解かせたところ、成績が大幅に伸び過去最高の得点を取れました。」などの感想をいただいております。

◆サンプル版と製品版の違い

ホームページ上に掲載しておりますサンプルは、印刷はできませんが、製品の全内容を掲載しており、どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。しかし、FdData 中間期末がその本来の力を発揮するのは印刷ができる製品版においてです。印刷した問題を、鉛筆を使って一問一問解き進むことで、大きな学習効果を得ることができます。さらに、製品版は、すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」、編集に適した「問題解答一体形式」、暗記分野で効果を発揮する「一問一答形式」(理科と社会)の 3 形式を含んでいますので、目的に応じて活用することができます。

※[FdData 中間期末の特徴\(QandA 方式\)](#) ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆FdData 中間期末製品版(Word 版)の価格(消費税込み)

※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

[数学 1 年](#)、[数学 2 年](#)、[数学 3 年](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[理科 1 年](#)、[理科 2 年](#)、[理科 3 年](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[社会地理](#)、[社会歴史](#)、[社会公民](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は、メール(info2@fdtext.com)、または電話(092-811-0960)で承っております。

※[注文→インストール→編集・印刷の流れ](#)、[※注文メール記入例](#) ([Shift]+左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail : info2@fdtext.com Tel : 092-811-0960