【FdData 中間期末：中学数学 3 年：平行線】

[三角形と線分の比／平行線にはさまれた線分の比／三角形①／三角形②／
平行四辺形・長方形／台形／補助線をひいて平行線をつくる／
三角形の角の二等分線と線分の比／中点連結定理：証明問題／長さ・角度の計算／
FdData 中間期末製品版のご案内]

【】平行線と線分比(基礎)

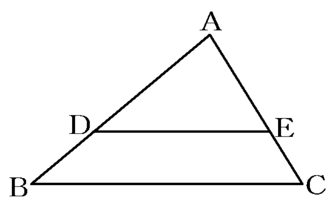
【】三角形と線分の比

[三角形と線分の比①]

[問題](3 学期)

次は三角形と比の定理である。[　　]にあてはまるものを答えよ。

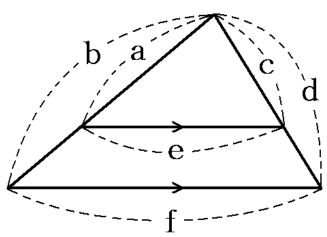
AD：AB＝AE：[　　]＝[　　]：[　　]



[解答欄]

AD：AB＝AE：[　　　]＝[　　　]：[　　　]

[ヒント]

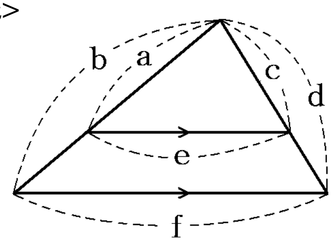


a：b ＝ c：d ＝ e：f

[解答]AD：AB＝AE：[AC]＝[DE]：[BC]

[解説]

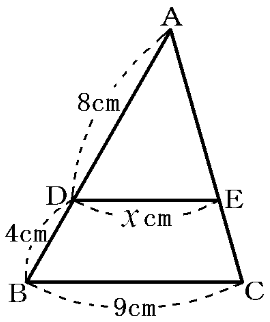
<Point>



a : b ＝ c : d ＝ e : f

[問題](3 学期)

次の x の値を求めよ。



（DE∥BC）

[解答欄]

$x=$

[ヒント]

DE // BC なので， $x:9=8:(8+4)$

[解答] $x=6$

[解説]

DE // BC なので， $x:9=8:(8+4)$

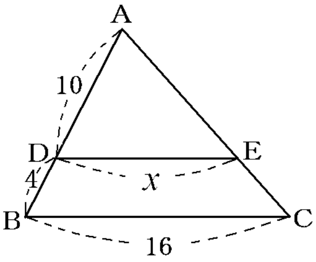
外項の積 $x\times12$ は，内項の積 9×8 に等しいので，

$12x=72$， $x=72\div12=6$

[問題](2 学期期末)

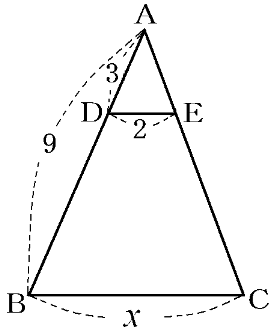
次の(1)～(3)の図形で，x の値を求めよ。

(1)



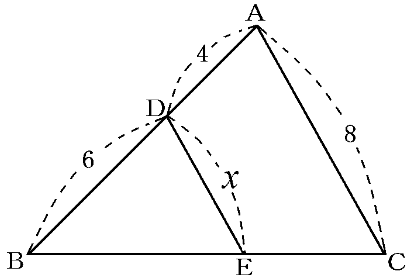
（DE∥BC）

(2)



（DE∥BC）

(3)



（AC∥DE）

[解答欄]

(1) $x=$	(2) $x=$	(3) $x=$

[解答](1)　$x=\dfrac{80}{7}$　(2)　$x=6$　(3)　$x=\dfrac{24}{5}$

[解説]

(1) DE // BC なので，$x:16=10:(10+4)$

外項の積 $x\times14$ は，内項の積 16×10 に等しいので，

$14x=160$，$x=\dfrac{160}{14}=\dfrac{80}{7}$

(2) DE // BC なので，$2:x=3:9$

内項の積 $x\times3$ は外項の積 2×9 に等しいので，$3x=18$，$x=6$

(3) AC // DE なので，$x:8=6:(6+4)$

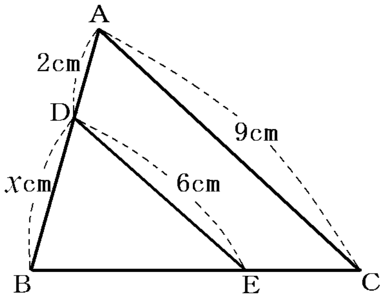
外項の積 $x\times10$ は，内項の積 8×6 に等しいので，

$10x=48$，$x=\dfrac{48}{10}=\dfrac{24}{5}$

[問題](2 学期期末)

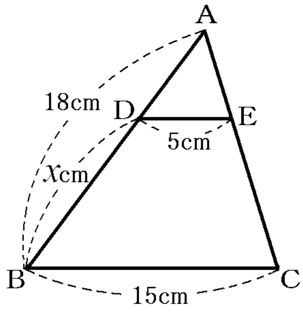
次の図で，x の値をそれぞれ求めよ。

(1)



（DE∥AC）

(2)



（DE∥BC）

[解答欄]

(1) $x=$	(2) $x=$

[解答](1)　$x=4$　(2)　$x=12$

[解説]

(1) DE // AC なので，BD：BA＝DE：AC

$x:(x+2)=6:9$

外項の積 $x\times 9$ は内項の積 $(x+2)\times 6$ に等しいので，

$9x=6(x+2)$, $9x=6x+12$, $3x=12$，　$x=4$

(2) DE // BC なので，AD：AB＝DE：BC

$(18-x):18=5:15$，$(18-x):18=1:3$

外項の積 $(18-x)\times 3$ は内項の積 18×1 に等しいので

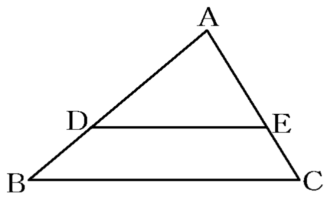
$3(18-x)=18$，$18-x=6$，$-x=6-18$, $-x=-12$，　$x=12$

[三角形と線分の比②]

[問題](3 学期)

　次は三角形と比の定理である。[　　]にあてはまるものを答えよ。

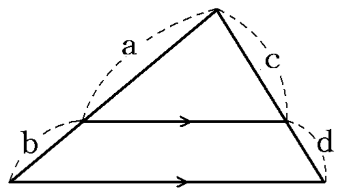
　AD：DB＝[　　]：[　　]



[解答欄]

AD : DB＝[　　　]：[　　　]

[ヒント]

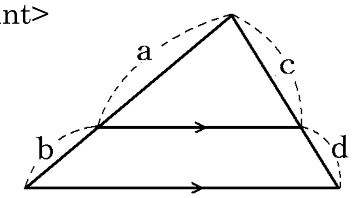


a：b ＝ c：d

[解答]AD：DB＝[AE]：[EC]

[解説]

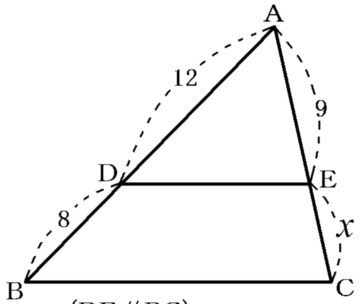
<Point>



a：b ＝ c：d

[問題](2 学期期末)

次の図で x の値を求めよ。



(DE // BC)

[解答欄]

$x=$

[ヒント]

DE // BC なので，12：8＝9 : x

[解答] $x=6$

[解説]

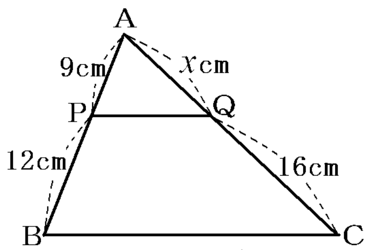
DE // BC なので，12：8＝9 : x

外項の積 $12\times x$ は，内項の積 8×9 に等しいので， $12x=72$， $x=72\div 12=6$

[問題](後期期末)

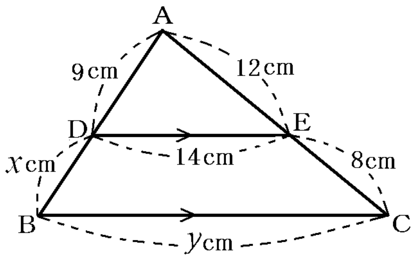
次の図で x，y の値を求めよ。

(1)



(PQ // BC)

(2)



(DE // BC)

[解答欄]

(1) $x=$	(2) $x=$	$y=$

[解答](1)　$x=12$　(2)　$x=6$　$y=\frac{70}{3}$

[解説]

(1) PQ // BC なので，$x:16=9:12$

外項の積 $x\times12$ は内項の積 16×9 に等しいので，$12x=144$，$x=144\div12=12$

(2) DE // BC なので，$9:x=12:8$

内項の積 $x\times12$ は，外項の積 9×8 に等しいので，

$12x=72$，$x=72\div12=6$

次に，$14:y=12:(12+8)$

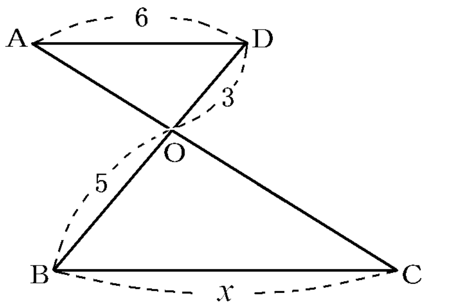
内項の積 $y\times12$ は，外項の積 14×20 に等しいので，

$12y=280$，$y=\dfrac{280}{12}=\dfrac{70}{3}$

[三角形と線分の比③]

[問題](2 学期期末)

次の図で，x の値を求めよ。

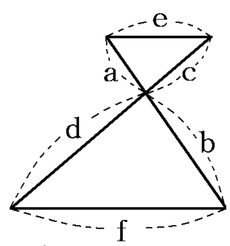


（AD//BC）

[解答欄]

$x=$

[ヒント]

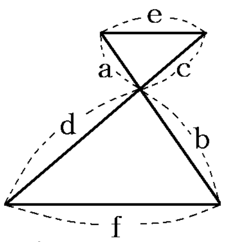


a : b ＝ c : d ＝ e : f

[解答] $x=10$

[解説]

<Point>



a : b ＝ c : d ＝ e : f

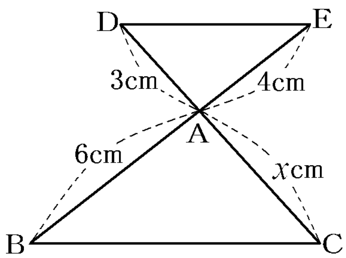
AD // BC なので，$x:6=5:3$

外項の積 $x\times 3$ は，内項の積 6×5 に等しいので，$3x=30$，$x=10$

[問題](後期中間)

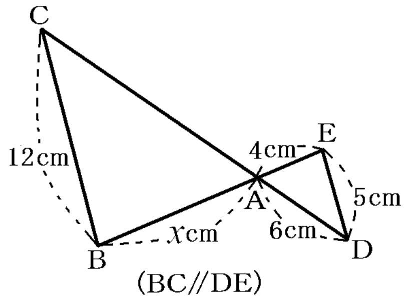
次の図で，x の値を求めよ。

(1)



（DE//BC）

(2)



(BC//DE)

[解答欄]

(1) x＝	(2) x＝

[解答](1) $x=\dfrac{9}{2}$ (2) $x=\dfrac{48}{5}$

[解説]

(1) DE // BC なので，3： x ＝4：6，3： x ＝2：3

内項の積 $x\times 2$ は外項の積 3×3 に等しいので，$2x=9$，$x=\dfrac{9}{2}$

(2) BC // DE なので，$x:4=12:5$

外項の積 $x\times 5$ は，内項の積 4×12 に等しいので，

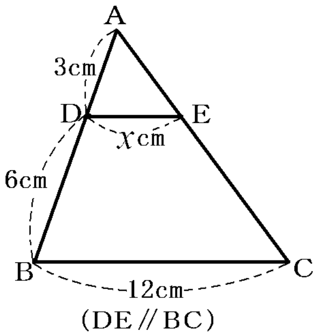
$5x=48$，$x=\dfrac{48}{5}$

[三角形と線分の比：全般]

[問題](2 学期期末)

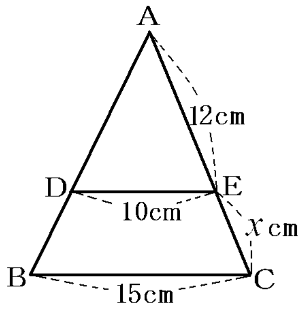
次の図の x を求めよ。

(1)



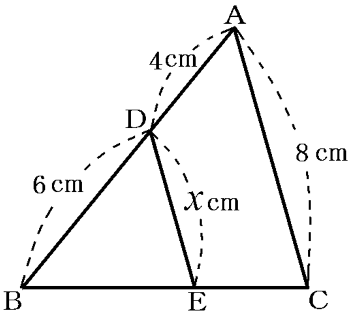
(DE // BC)

(2)



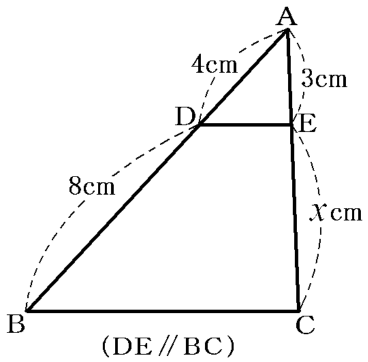
(DE//BC)

(3)



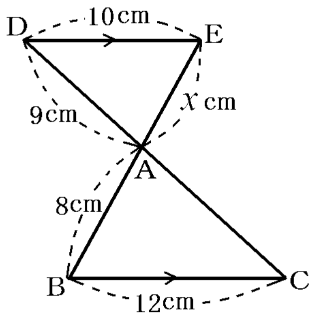
(AC // DE)

(4)



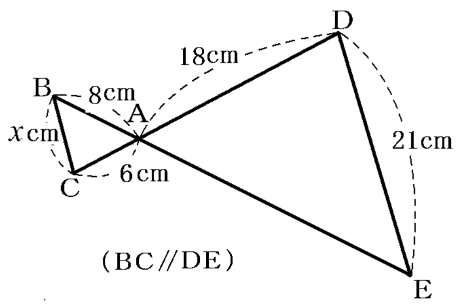
(DE // BC)

(5)



(DE // BC)

(6)



(BC // DE)

[解答欄]

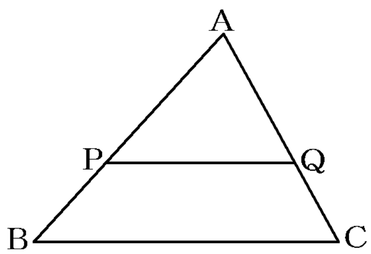
(1) $x=$	(2) $x=$	(3) $x=$
(4) $x=$	(5) $x=$	(6) $x=$

[解答](1) $x=4$　(2) $x=6$　(3) $x=\dfrac{24}{5}$　(4) $x=6$　(5) $x=\dfrac{20}{3}$　(6) $x=7$

[解説]
(1) DE // BC なので，$x:12=3:(3+6)$
外項の積 $x\times 9$ は内項の積 12×3 に等しいので，$9x=36$，$x=4$
(2) DE // BC なので，$12:(12+x)=10:15$，$12:(12+x)=2:3$
内項の積 $(12+x)\times 2$ は外項の積 12×3 に等しいので，
$2(12+x)=36$，$12+x=18$，$x=6$
(3) AC // DE なので，$x:8=6:(6+4)$
外項の積 $x\times 10$ は，内項の積 8×6 に等しいので，
$10x=48$，$x=\dfrac{48}{10}=\dfrac{24}{5}$
(4) DE // BC なので，$3:x=4:8$
内項の積 $x\times 4$ は外項の積 3×8 に等しいので，$4x=24$，$x=6$

(5) DE // BC なので，$x:8=10:12$
外項の積 $x\times 12$ は，内項の積 8×10 に等しいので，
$12x=80$，$x=\dfrac{80}{12}=\dfrac{20}{3}$
(6) BC // DE なので，$x:21=6:18$, $x:21=1:3$
外項の積 $x\times 3$ は内項の積 21×1 に等しいので，$3x=21$，$x=7$

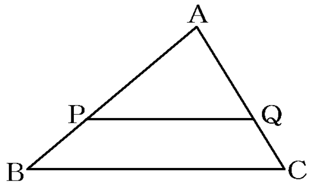
[線分比→平行]
[問題](3 学期)
　次の文は，三角形と線分の比についての定理である。
(　　　)をうめよ。
△ABC で，辺 AB，AC 上の点を，それぞれ P，Q とする。
(1)　PQ // BC ならば，
　　AP：AB＝AQ：(　ア　)＝PQ：(　イ　)
(2)　AP：PB＝AQ：QC ならば，PQ // (　ウ　)



[解答欄]

ア	イ	ウ

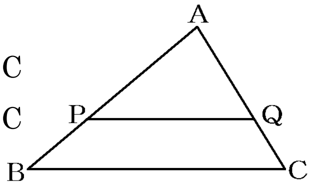
[ヒント]
AP：AB＝AQ：AC　ならば　PQ // BC
AP：PB＝AQ：QC　ならば　PQ // BC



[解答]ア　AC　イ　BC　ウ　BC

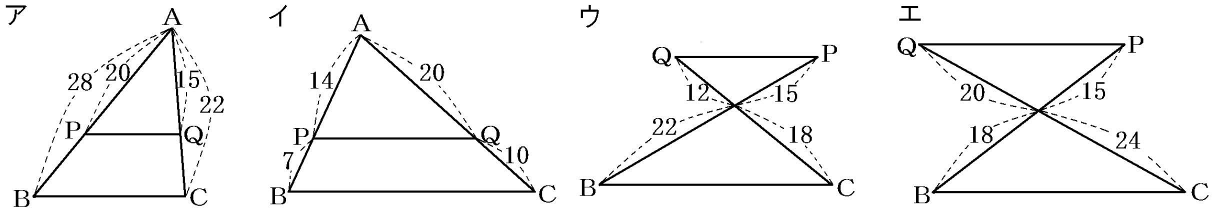
[解説]

<Point>
AP : AB＝AQ : AC　ならば　PQ // BC
AP : PB＝AQ : QC　ならば　PQ // BC



[問題](3 学期)

次の図で，PQ // BC が成り立つものはどれか。記号で答えよ。



[解答欄]

[ヒント]
例えばアやイの場合，AP : AB＝AQ : AC が成り立てば，PQ // BC が成り立つ。

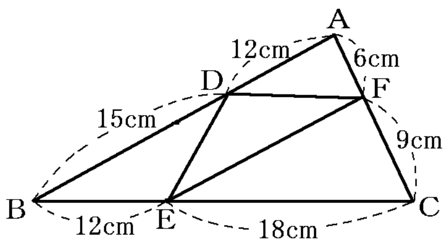
[解答]イ，エ

[解説]

ア　20 : 28≠15 : 22　なので，PQ と BC は平行ではない。
イ　14 : 7＝20 : 10　なので，PQ // BC
ウ　12 : 18≠15 : 22 なので，PQ と BC は平行ではない。
エ　15 : 18＝20 : 24 なので，PQ // BC

[問題](2 学期期末)

右の図において，線分 DE，EF，FD の中から，△ABC の辺に平行な線分を選べ。



[解答欄]

[ヒント]
たとえば，DF と BC が平行かどうかは，AD : DB＝AF : FC が成り立つかどうかを調べればよい。

[解答]線分 EF

[解説]

DF と BC が平行かどうかは，AD：DB＝AF：FC が成り立つかどうかを調べればよい。

AD：DB＝12：15＝4：5，AF：FC＝6：9＝2：3 なので，AD：DB≠AF：FC

したがって，DF と BC は平行ではない。

次に，EF と BA が平行かどうかについて，

CF：FA＝9：6＝3：2，CE：EB＝18：12＝3：2 なので，CF：FA＝CE：EB が成り立つ。

したがって，EF と BA は平行。

DE と AC は明らかに平行ではない。

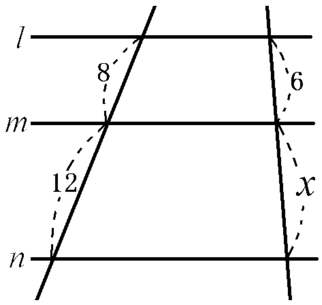
【】平行線にはさまれた線分の比

[平行線にはさまれた線分の比①]

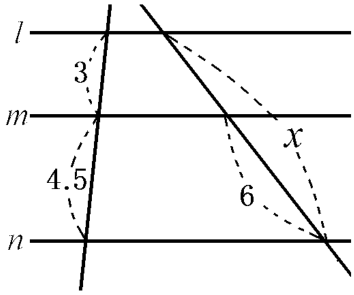
[問題](2 学期期末)

次の図でl, m, nが平行のとき，xの値を求めよ。

(1)



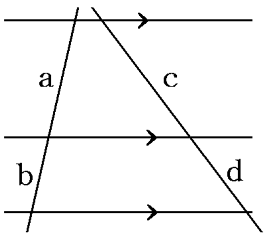
(2)



[解答欄]

(1) $x=$	(2) $x=$

[ヒント]

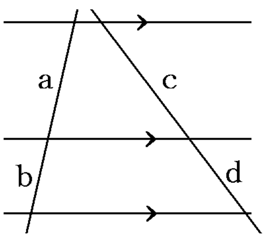


a ： b ＝ c ： d
（a ： c ＝ b ： d）

[解答](1) $x=9$ (2) $x=10$

[解説]

<Point>



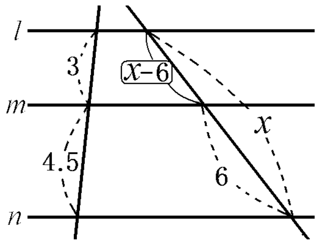
a ： b ＝ c ： d
（a ： c ＝ b ： d）

(1) l, m, nは平行なので，$8:12=6:x$

外項の積$8\times x$は，内項の積12×6に等しいので，$8x=72$

$x=9$

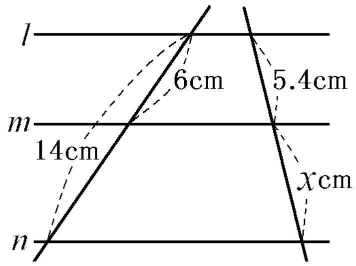
(2) l, m, n は平行なので，$3:4.5=(x-6):6$
内項の積 $4.5\times(x-6)$ は，外項の積 3×6 に等しいので，
$4.5(x-6)=18$　両辺を 4.5 でわると，
$x-6=4$，$x=10$



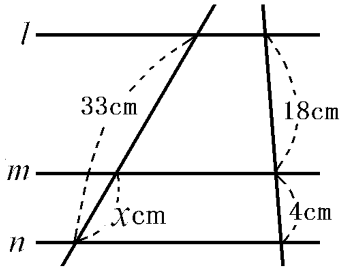
[問題](後期中間)

次の図で l, m, n が平行のとき，x の値を求めよ。

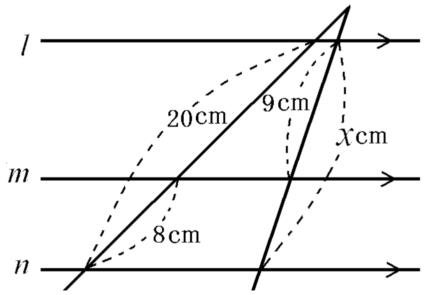
(1)



(2)



(3)

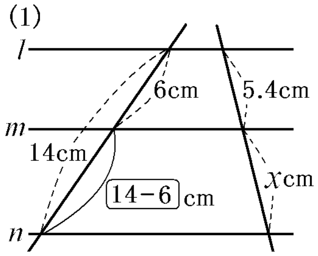


[解答欄]

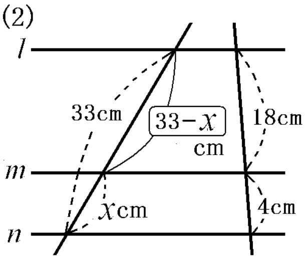
(1) $x=$	(2) $x=$	(3) $x=$

[ヒント]

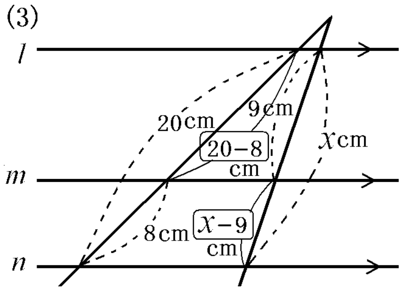
(1)



(2)



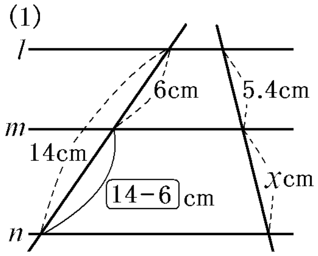
(3)



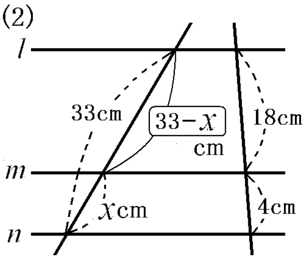
[解答](1)　$x=7.2$　(2)　$x=6$　(3)　$x=15$

[解説]

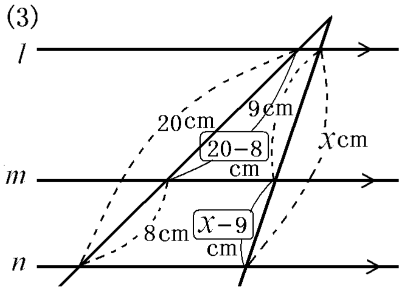
(1)



(2)



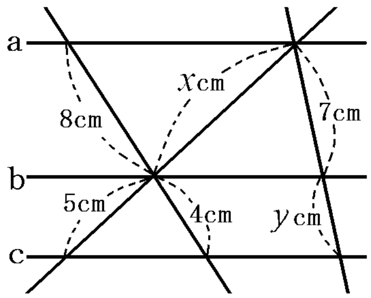
(3)



(1) l, m, n が平行なので，$5.4:x=6:(14-6)$，$5.4:x=6:8$
内項の積 $x\times6$ は外項の積 5.4×8 に等しいので，
$6x=5.4\times8$，$x=5.4\times8\div6=7.2$
(2) l, m, n が平行なので，$(33-x):x=18:4$
内項の積 $x\times18$ は，外項の積 $(33-x)\times4$ に等しいので，
$18x=4(33-x)$，$18x=132-4x$，$22x=132$，$x=132\div22=6$
(3) l, m, n が平行なので，$(20-8):8=9:(x-9)$
外項の積 $12\times(x-9)$ は，内項の積 8×9 に等しいので，
$12(x-9)=72$, $x-9=6$，$x=15$

[問題](後期中間)

次の図で，直線 a，b，c が平行であるとき，x, y の値を求めよ。



[解答欄]

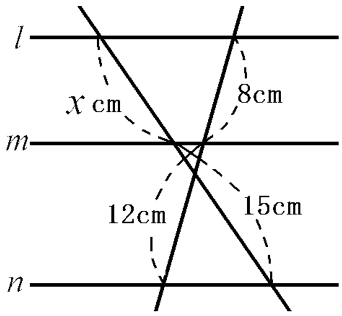
$x=$	$y=$

[解答] $x=10$　　$y=\dfrac{7}{2}$

[解説]
a, b, c は平行なので，$x:5=8:4$
外項の積 $x\times4$ は，内項の積 5×8 に等しいので，$4x=40$，$x=10$
次に，$8:4=7:y$
外項の積 $8\times y$ は，内項の積 4×7 に等しいので，
$8y=28$，$y=\dfrac{28}{8}=\dfrac{7}{2}$

[問題](3 学期)

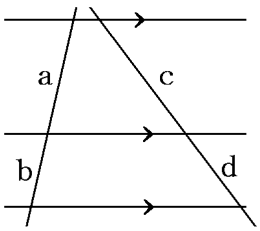
次の図で l, m, n が平行のとき， x の値を求めよ。



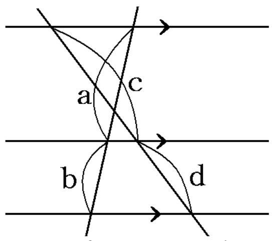
[解答欄]

$x=$

[ヒント]



a ： b ＝ c ： d
（a ： c ＝ b ： d）

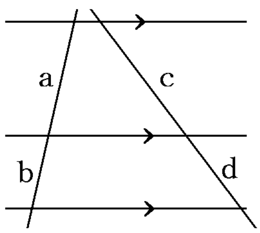


a ： b ＝ c ： d
（a ： c ＝ b ： d）

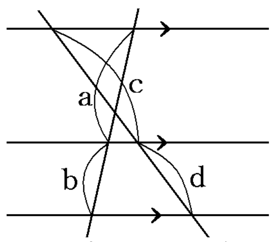
[解答] $x=10$

[解説]

<Point>



a ： b ＝ c ： d
（a ： c ＝ b ： d）



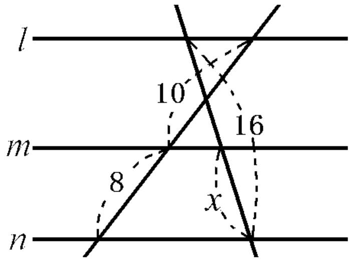
a ： b ＝ c ： d
（a ： c ＝ b ： d）

l, m, n が平行なので， $x:15=8:12$

外項の積 $x\times12$ は，内項の積 15×8 に等しいので， $12x=15\times8$， $12x=120$， $x=10$

[問題](3 学期)

次の x の値を求めよ。



$l /\!/ m /\!/ n$

[解答欄]

$x=$

[解答] $x=\dfrac{64}{9}$

[解説]

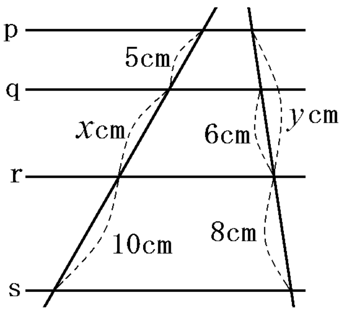
$l /\!/ m /\!/ n$ なので，$10:8=(16-x):x$

外項の積 $10\times x$ は，内項の積 $8\times(16-x)$ と等しいので，$10x=8(16-x)$

$10x=128-8x,\ 18x=128$，$x=\dfrac{128}{18}=\dfrac{64}{9}$

[問題](3 学期)

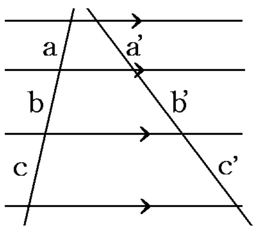
次の図で，直線 $p,\ q,\ r,\ s$ が平行のとき，$x,\ y$ の値を求めよ。



[解答欄]

$x=$	$y=$

[ヒント]

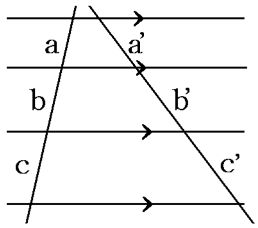


a : b : c＝a' : b' : c'

[解答] $x=\dfrac{15}{2}$（$x=7.5$）　$y=10$

[解説]

<Point>



a : b : c = a' : b' : c'

直線 p, q, r, s が平行なので,

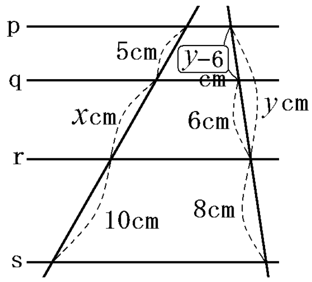
$5:(y-6)=x:6=10:8$,　$5:(y-6)=x:6=5:4$

$5:(y-6)=5:4$ で，内項の積は外項の積に等しいので,

$5(y-6)=5\times4$,　$y-6=4$,　$y=10$

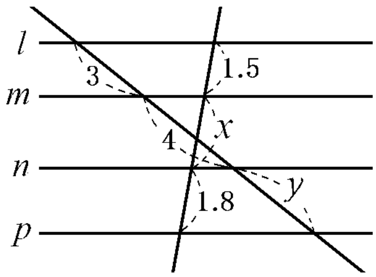
次に，$x:6=5:4$ で，外項の積は内項の積に等しいので,

$4x=6\times5$,　$x=\dfrac{30}{4}=\dfrac{15}{2}$



[問題](後期中間)

次の図で，直線 l, m, n, p が平行のとき，x, y の値を求めよ。



[解答欄]

$x=$	$y=$

[解答] $x=2$　$y=\dfrac{18}{5}$（$y=3.6$）

[解説]

直線 l, m, n, p が平行なので，$3:1.5=4:x=y:1.8$

$3:1.5=4:x$ で，外項の積は内項の積に等しいので,

$3\times x=1.5\times4$,　$3x=6$,　$x=2$

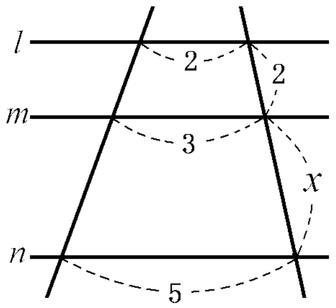
$3:1.5=y:1.8$ で，内項の積は外項の積に等しいので,

$1.5\times y=3\times1.8$,　$15y=54$,　$y=\dfrac{54}{15}=\dfrac{18}{5}$

[平行線にはさまれた線分の比②]

[問題](2 学期期末)

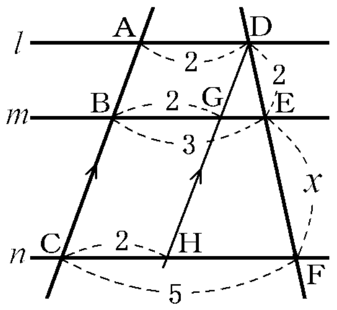
次の図で，直線 l, m, n が平行のとき， x の値を求めよ。



[解答欄]

$x=$

[ヒント]



[解答] $x=4$

[解説]

右図のように AC // DH となる補助線を引くのがポイント。

四角形 ABGD，四角形 ACHD はともに平行四辺形なので，

BG＝CH＝AD＝2

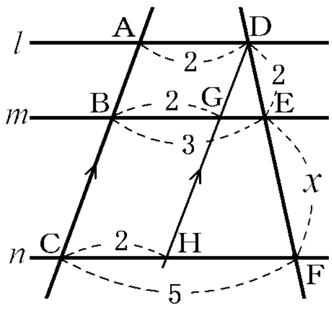
よって，GE＝3－2＝1，HF＝5－2

GE // HF なので，GE：HF＝DE：DF

$1:3=2:(2+x)$

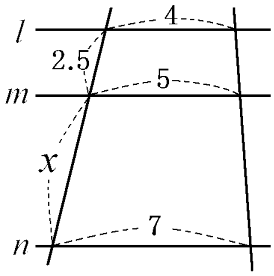
外項の積 $1\times(2+x)$ は，内項の積 3×2 に等しいので，

$2+x=6$， $x=4$



[問題](3 学期)

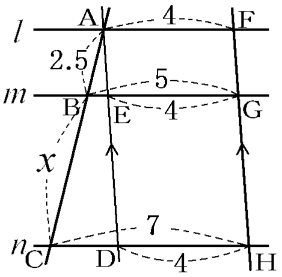
次の図で，直線 l, m, n が平行のとき，x の値を求めよ。



[解答欄]

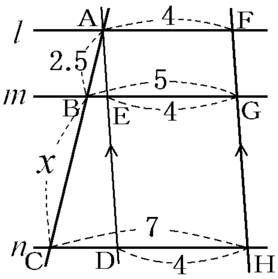
$x=$

[ヒント]



[解答] $x=5$

[解説]



右図のように，FH に平行になるように直線 AD をひくと，

四角形 AEGF, 四角形 ADHF はともに平行四辺形になるので，

EG＝DH＝AF＝4　よって，BE＝1，CD＝3

BE // CD なので，AB：AC＝BE：CD

よって，2.5：(2.5＋ x)＝1：3

内項の積 $(2.5+x)\times 1$ は外項の積 2.5×3 に等しいので，

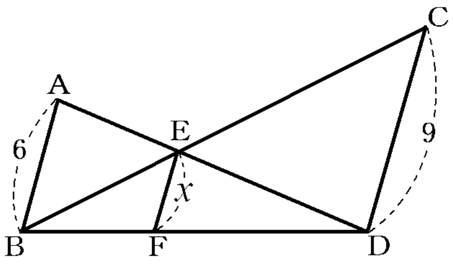
2.5＋ x ＝2.5×3，x ＝7.5－2.5＝5

【】平行線と線分比(応用)

【】三角形①

[問題](2 学期期末)

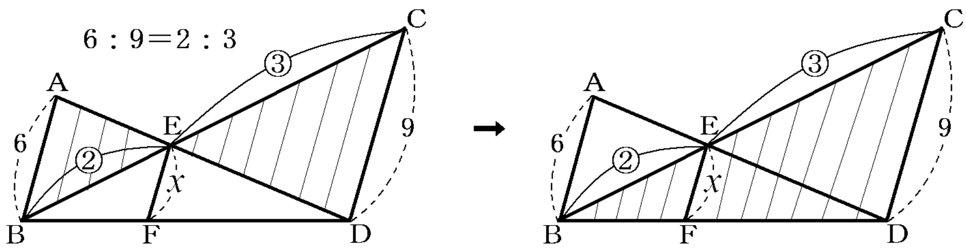
次の図で AB，CD，EF が平行であるとき，xの値を求めよ。



[解答欄]

$x=$

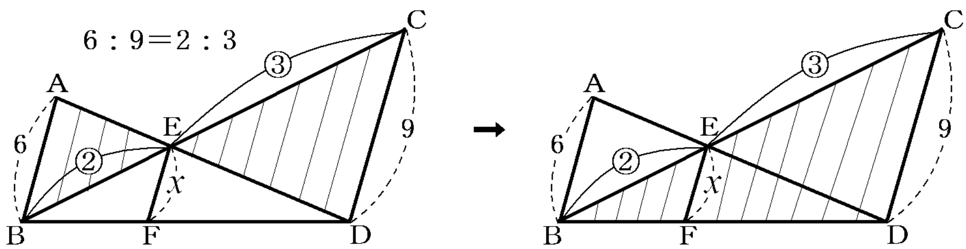
[ヒント]



[解答] $x=\frac{18}{5}$cm(x ＝3.6cm)

[解説]

<Point> 三角形の組み合わせを変える



△ABE と△DCE で，AB // CD なので，

BE：EC＝AB：DC＝6：9＝2：3

よって，BE：BC＝2：(2＋3)＝2：5

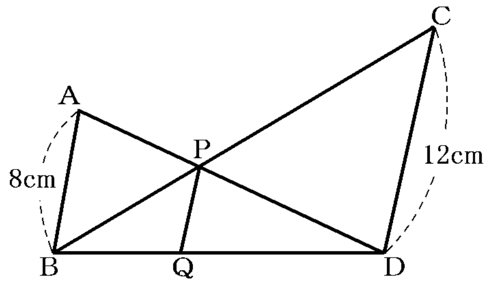
△BEF と△BCD で，EF // CD なので，

EF：CD＝BE：BC， x ：9＝2：5

外項の積 $x\times 5$ は，内項の積 9×2 に等しいので， $5x=18$， $x=\frac{18}{5}$

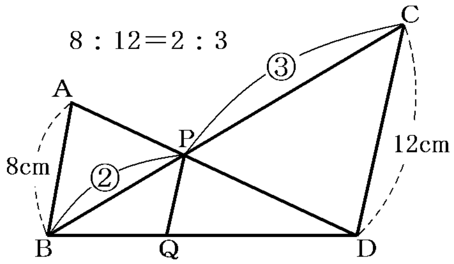
[問題](2 学期期末)

次の図で，点 P は線分 AD と BC の交点であり，線分 AB，PQ，CD は平行である。AB＝8cm，CD＝12cm のとき，線分 PQ の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\frac{24}{5}$ cm(4.8cm)

[解説]

△ABP と△DCP で，AB // CD なので，

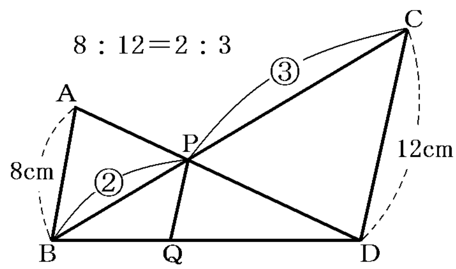
BP：PC＝AB：CD＝8：12＝2：3

よって，BP：BC＝2：(2＋3)＝2：5

△BPQ と△BCD で，PQ // CD なので，

PQ：CD＝BP：BC

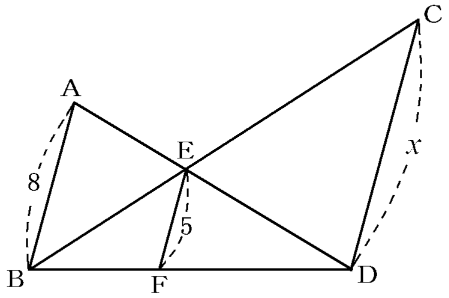
よって，PQ：12＝2：5



外項の積 PQ×5 は，内項の積 12×2 に等しいので，5PQ＝24，PQ＝$\frac{24}{5}$ cm

[問題](2 学期期末)

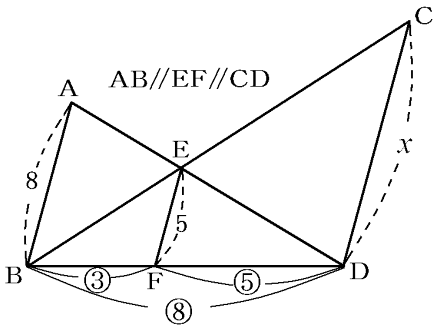
次の図で，AB // CD // EF である。このとき， x の値を求めよ。



[解答欄]

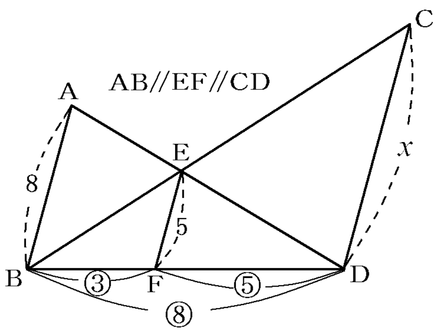
x＝

[ヒント]



[解答] $x=\dfrac{40}{3}$

[解説]



△DEF と△DAB で，EF // AB なので，

DF : DB＝EF : AB＝5 : 8

よって，DF : FB＝5 : (8−5)＝5 : 3

BF : BD＝3 : (3＋5)＝3 : 8

△BEF と△BCD で，EF // CD なので，

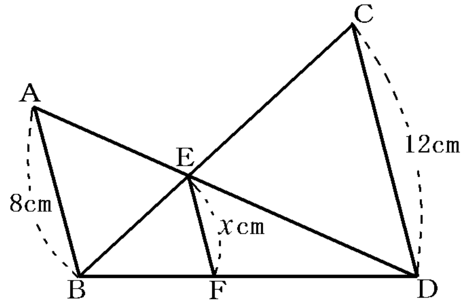
EF : CD＝BF : BD

5 : x＝3 : 8

内項の積 x ×3 は，外項の積 5×8 に等しいので， $3x=40$， $x=\dfrac{40}{3}$

[問題](3 学期)

次の図で，AB // CD // EF である。後の各問いに答えよ。



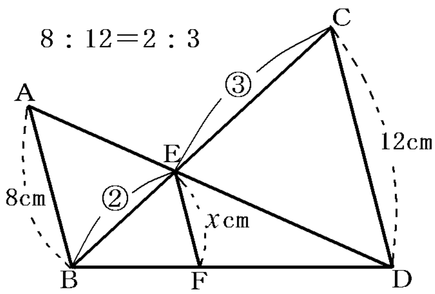
(1) BF : FD を求めよ。

(2) x の値を求めよ。

[解答欄]

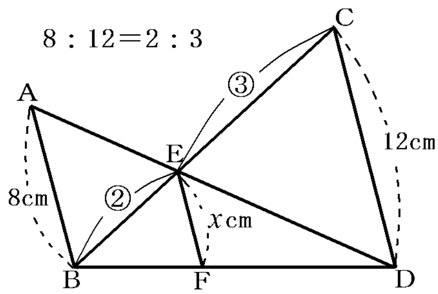
(1)	(2)

[ヒント]



[解答](1) 2 : 3　(2) $\dfrac{24}{5}$cm(4.8cm)

[解説]



(1) △ABE と△DCE で，AB // CD なので平行線の性質より，BE : EC＝AB : CD＝8 : 12＝2 : 3

△BEF と△BCD で，EF // CD なので平行線の性質より，BF : FD＝BE : EC＝2 : 3

(2) △BEF と△BCD で，EF // CD なので平行線の性質より，EF : CD＝BE : BC＝2 : (2＋3)

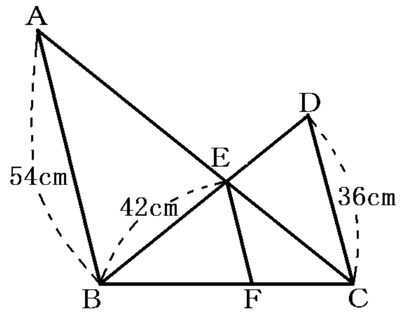
ゆえに x : 12＝2 : 5

外項の積 $x \times 5$ は，内項の積 12×2 に等しいので，

$5x = 24$　ゆえに，$x = \dfrac{24}{5}$

[問題](3 学期)

次の図で，AB // EF // CD である。後の各問いに答えよ。



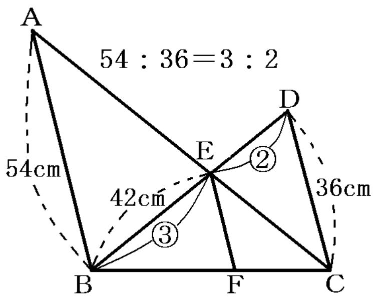
(1) ED の長さを求めよ。

(2) EF の長さを求めよ。

[解答欄]

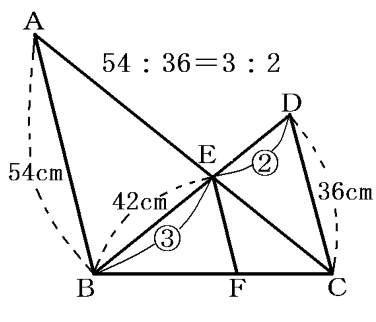
(1)	(2)

[ヒント]



[解答](1) 28 cm (2) $\dfrac{108}{5}$cm(21.6cm)

[解説]



(1) △ABE と△CDE で，AB // CD なので，

BE：ED＝AB：CD，42：ED＝54：36

42：ED＝3：2

内項の積 ED×3 は，外項の積 42×2 に等しいので，

3ED＝84，ED＝84÷3＝28(cm)

(2) (1)より，BE：ED＝3：2 なので

BE：BD＝3：(3＋2)＝3：5

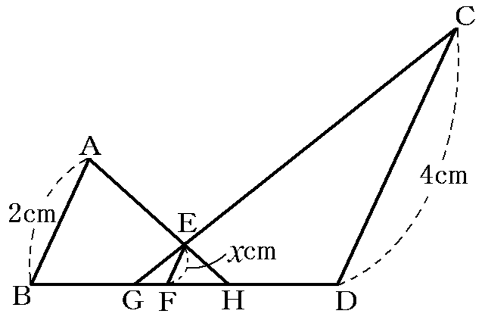
△BDC で，EF // DC なので，EF：CD＝BE：BD よって，EF：36＝3：5

外項の積 EF×5 は，内項の積 36×3 に等しいので，5EF＝108，EF＝$\dfrac{108}{5}$cm

[問題](入試問題)

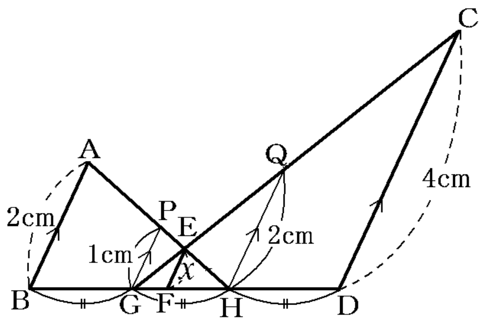
右の図において，AB // CD，AB // EF，BG＝GH＝HD，AB＝2cm，CD＝4cm とし，EF＝x cm とする。x の値を求めよ。

(沖縄県)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=\frac{2}{3}$

[解説]

右図のように，AB，CD に平行な補助線 PG，QH を引く。

QH：CD＝GH：GD なので，QH：4＝1：2

2QH＝4，QH＝2(cm)

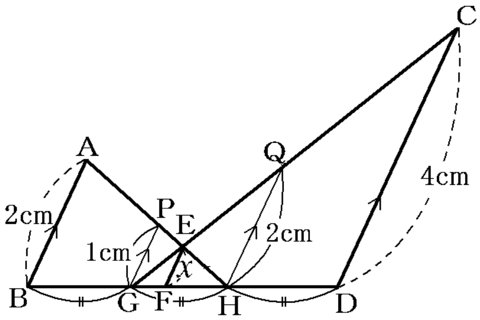
PG：AB＝HG：HB なので，PG：2＝1：2，

PG＝1(cm)

EF // QH なので，x：2＝GE：GQ

GE：EQ＝GP：HQ＝1：2 なので GE：GQ＝1：3

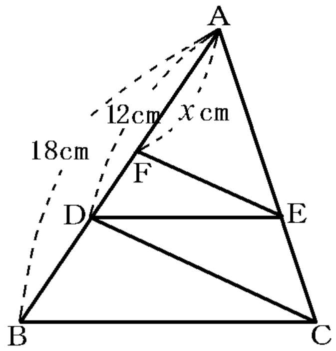
よって，x：2＝1：3，$3x=2$，$x=\frac{2}{3}$



【】三角形②

[問題](3 学期)

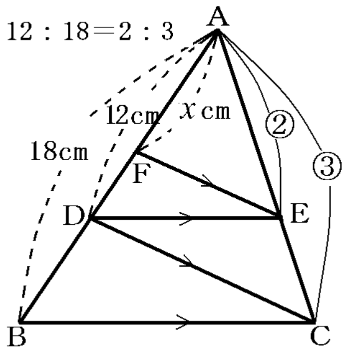
次の図で，BC // DE，DC // FE のとき，xの値を求めよ。



[解答欄]

x＝

[ヒント]



[解答] x＝8

[解説]

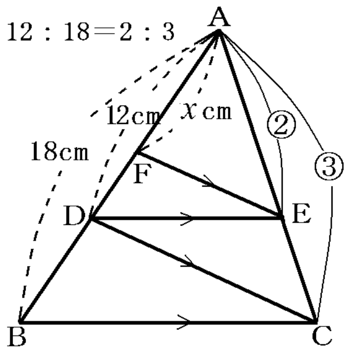
DE // BC なので，AE：AC＝AD：AB＝12：18＝2：3

FE // DC なので，AF：AD＝AE：AC

よって，x：12＝2：3

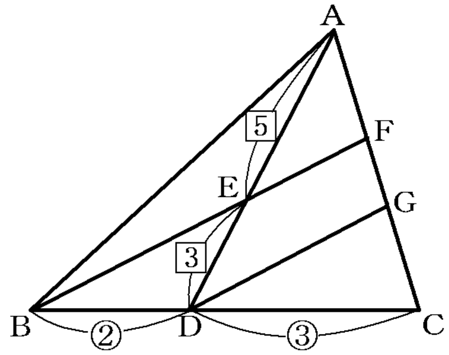
外項の積 x×3 は，内項の積 12×2 と等しいので，

3x＝24，x＝8



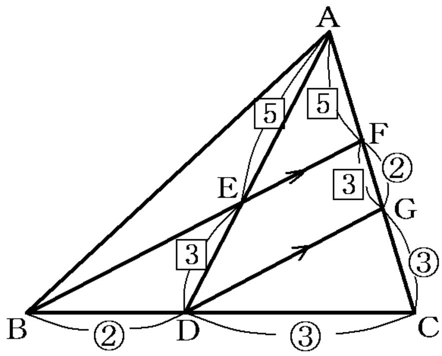
[問題](2 学期期末)

次の図で，BD : DC＝2 : 3，AE : ED＝5 : 3，BF // DG であるとき，FG : AC の値を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]6 : 25

[解説]

BF // DG，BD : DC＝2 : 3 なので，

FG : GC＝2 : 3･･･①

EF // DG，AE : ED＝5 : 3 なので，

AF : FG＝5 : 3･･･②

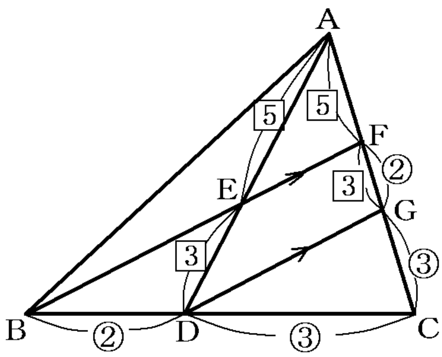
①，②の FG 部分の比を 6 にあわせる。

①より FG : GC＝2 : 3＝6 : 9

②より AF : FG＝5 : 3＝10 : 6

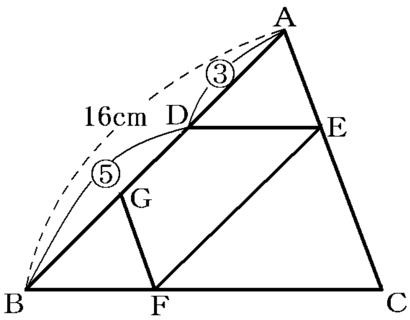
よって，AF : FG : GC＝10 : 6 : 9

したがって，FG : AC＝6 : (10＋6＋9)＝6 : 25



[問題](2 学期期末)

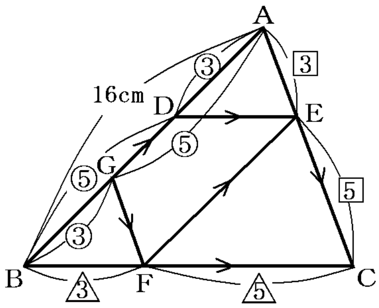
次の図の△ABC において，AB＝16cm，AD：DB＝3：5，DE // BC，EF // AB，FG // CA である。このとき，EF，DG の長さを求めよ。



[解答欄]

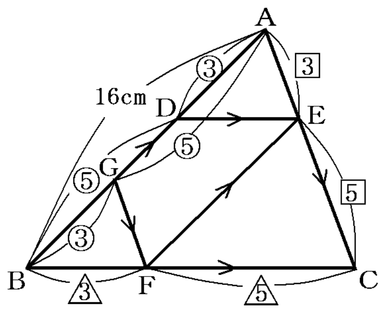
EF＝	DG＝

[ヒント]



[解答]EF＝10cm　DG＝4cm

[解説]



仮定より DE // BC なので，AE：EC＝AD：DB

仮定より AD：DB＝3：5 なので，AE：EC＝3：5･･･①

EF // AB なので，EF：AB＝CE：CA,

よって，EF：16＝5：(5＋3)

外項の積 EF×8 は，内項の積 16×5 と等しいので，

8EF＝80，EF＝80÷8＝10cm

次に，仮定より AB＝16cm，AD：DB＝3：5 なので，$AD=16\times\dfrac{3}{3+5}=6\,\text{cm}$･･･②

仮定より EF // AB なので，BF：FC＝AE：EC

①より AE：EC＝3：5 なので，BF：FC＝3：5

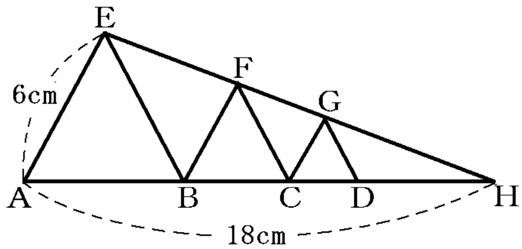
仮定より GF // AC なので，BG：GA＝BF：FC　よって，BG：GA＝3：5

AB＝16cm なので，$BG=16\times\dfrac{3}{3+5}=6\,\text{cm}$･･･③

GD＝AB－AD－BG なので，②，③より，GD＝16－6－6＝4cm

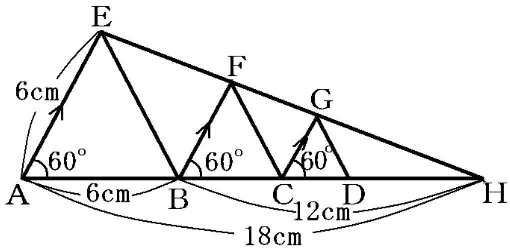
[問題](2 学期期末)

右の図で，4 点 A，B，C，D は一直線上にあり，△ABE，△BCF，△CDG はそれぞれ AB，BC，CD を 1 辺とする正三角形である。また，3 点 E，F，G は一直線上にあり，H は直線 AB と直線 EF との交点である。AE＝6cm，AH＝18cm のとき，線分 CG の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\frac{8}{3}$ cm

[解説]

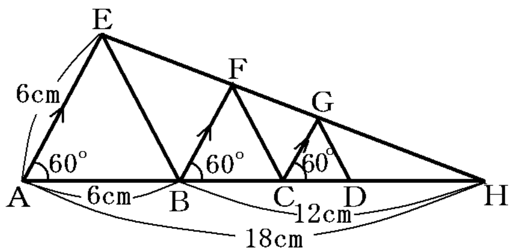
△ABE は正三角形なので AB＝6cm

BH＝18－6＝12cm

EA // FB なので，FB：EA＝HB：HA

よって，FB：6＝12：18

外項の積 FB×18 は，内項の積 6×12 と等しいので，18FB＝72，FB＝72÷18＝4cm



次に，GC // FB なので，GC：FB＝HC：HB

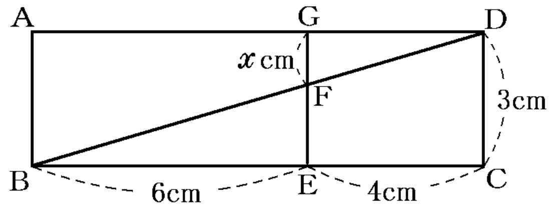
GC：4＝(12－4)：12，GC：4＝8：12，GC：4＝2：3

外項の積 GC×3 は，内項の積 4×2 に等しいので，3GC＝8，GC＝$\frac{8}{3}$ cm

【】平行四辺形・長方形

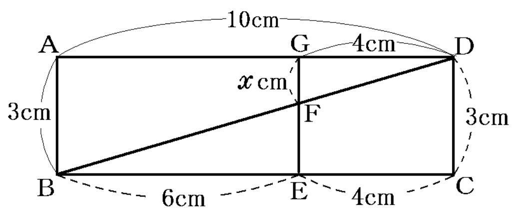
[問題](2 学期期末)

次の図の四角形 ABCD は長方形で，GE // AB である。 x の値を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\dfrac{6}{5}$ cm

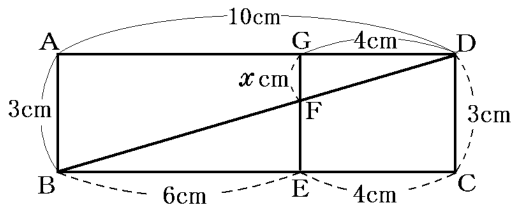
[解説]

右図で，GF // AB なので，GF : AB＝DG : DA,

x ：3＝4：10

比の外項の積は内項の積に等しいので,

$x\times10=3\times4$，$10x=12$，　$x=\dfrac{12}{10}=\dfrac{6}{5}$ (cm)



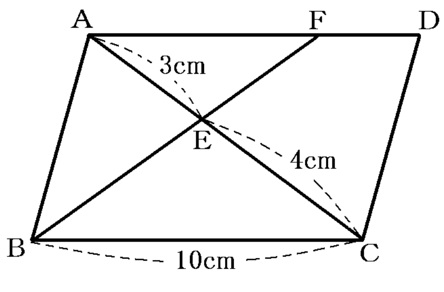
[問題](2 学期期末)

右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形である。

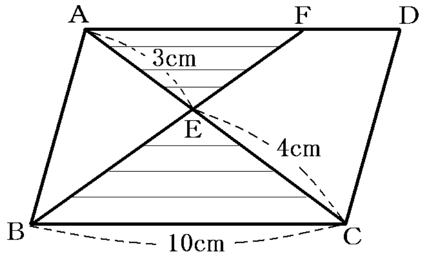
BC＝10cm，AE＝3cm，EC＝4cm のとき,

FD の長さを求めよ。

[解答欄]



[ヒント]



[解答]$\frac{5}{2}$cm

[解説]

△EAF と△ECB で，AF // BC なので，AF：BC＝AE：CE

AF：10＝3：4

外項の積 AF×4 は，内項の積 10×3 と等しいので，4AF＝30，AF＝$\frac{30}{4}=\frac{15}{2}$cm

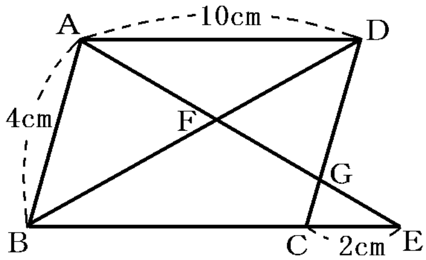
よって，FD＝AD－AF＝$10-\frac{15}{2}=\frac{5}{2}$cm

[問題](3 学期)

右の図のような平行四辺形 ABCD がある。BC の延長上に CE＝2cm となる点 E をとり，AE と BD，CD との交点をそれぞれ F，G とする。

(1) 線分 DG の長さを求めよ。

(2) BF＝12cm のとき，FD の長さを求めよ。

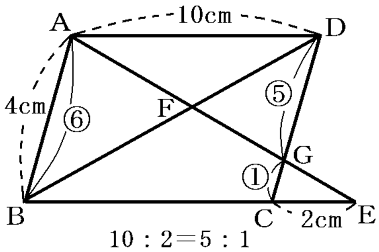


[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1)



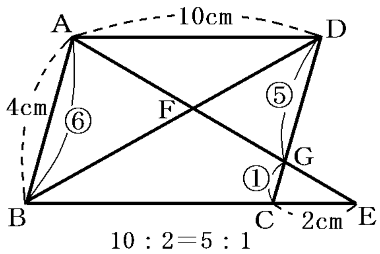
[解答](1) $\frac{10}{3}$cm　(2) 10cm

[解説]

(1) AD // CE，AD：CE＝10：2＝5：1 なので，

DG：GC＝5：1

DG＝DC×$\frac{5}{6}$＝4×$\frac{5}{6}=\frac{10}{3}$(cm)



(2) AB：DG＝DC：DG＝(5＋1)：5＝6：5

AB // DG なので，BF：FD＝AB：DG，12：FD＝6：5

内項の積 FD×6 は，外項の積 12×5 と等しいので，6FD＝60，FD＝60÷6＝10(cm)

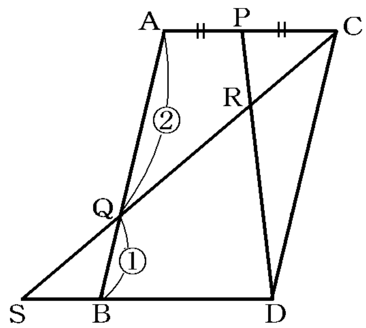
[問題](3 学期)

右図の平行四辺形 ABDC において，辺 AC 上に AP：PC＝1：1，辺 AB 上に AQ：QB＝2：1 となる点 P，Q をとり，線分 DP と CQ の交点を R，DB の延長と CQ の延長の交点を S とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 線分比 CQ：QS を最も簡単な整数の比で表せ。

(2) 線分比 PR：RD を最も簡単な整数の比で表せ。

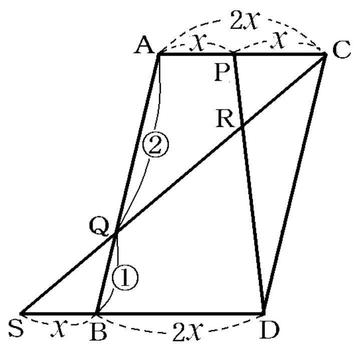
(3) 線分比 CR：RQ を最も簡単な整数の比で表せ。



[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[ヒント]



[解答](1) 2：1　(2) 1：3　(3) 3：5

[解説]

(1) AC // SB，AQ：QB＝2：1 なので，CQ：QS＝2：1

(2) CP＝x とおくと，AP：PC＝1：1 なので BD＝AC＝$2x$

AC // SB，AQ：QB＝2：1 なので，SB＝$\frac{1}{2}$AC＝$\frac{1}{2}\times 2x=x$

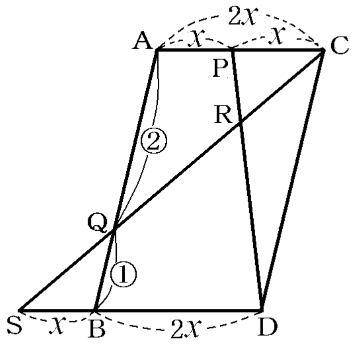
SD＝SB＋BD＝$x+2x=3x$　PC // SD なので，PR：RD＝PC：SD＝$x:3x=1:3$

(3) CS＝a とおくと，(1)より CQ＝$\frac{2}{3}a$，QS＝$\frac{1}{3}a$

(2)より PR：RD＝1：3 なので，CR：RS＝1：3,

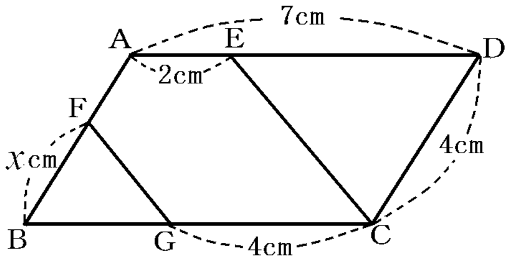
CR＝$\frac{1}{4}a$，RS＝$\frac{3}{4}a$，RQ＝RS－QS＝$\frac{3}{4}a-\frac{1}{3}a=\frac{5}{12}a$

よって，CR：RQ＝$\frac{1}{4}a:\frac{5}{12}a=3:5$



[問題](2 学期期末)

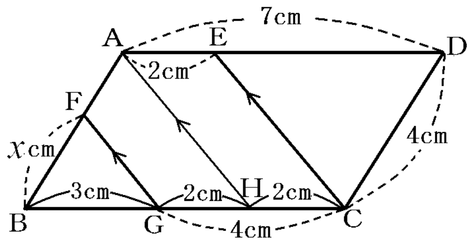
四角形 ABCD は平行四辺形，EC // FG のとき，x を求めよ。



[解答欄]

$x=$

[ヒント]



[解答] $x=\frac{12}{5}$

[解説]

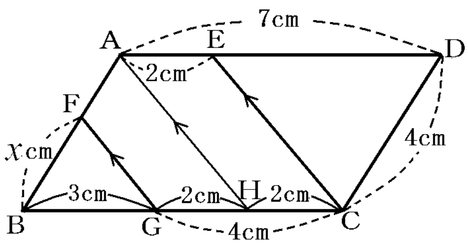
BC 上に点 H を AH // FG となるようにとる。

AE＝HC＝2cm なので GH＝4－2＝2cm

BG＝7－4＝3cm

AH // FG なので，BF：BA＝BG：BH

$x:4=3:5$　外項の積 $x\times5$ は，内項の積 4×3 に等しいので，$5x=12$，$x=\frac{12}{5}$



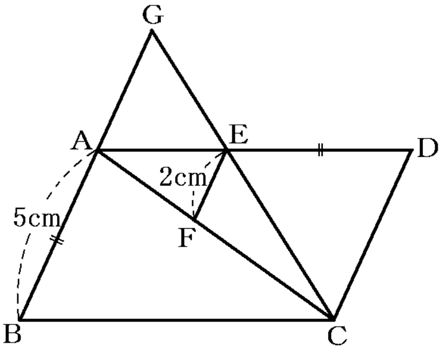
[問題](入試問題)

右の図のように，平行四辺形 ABCD があり，AB＝5cm である。辺 AD 上に点 E を AB＝DE となるようにとり，点 E を通り直線 AB に平行な直線と対角線 AC との交点を F とすると，EF＝2cm であった。また，2 点 C，E を通る直線と直線 AB との交点を G とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) AF : FC を最も簡単な整数の比で表せ。

(2) 線分 AG の長さを求めよ。

(京都府)

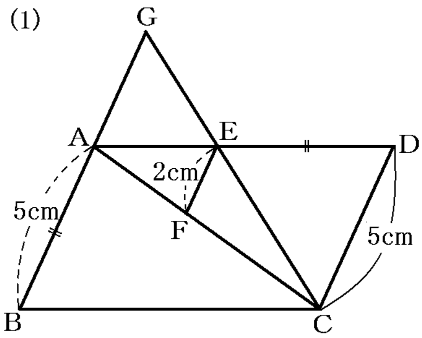


[解答欄]

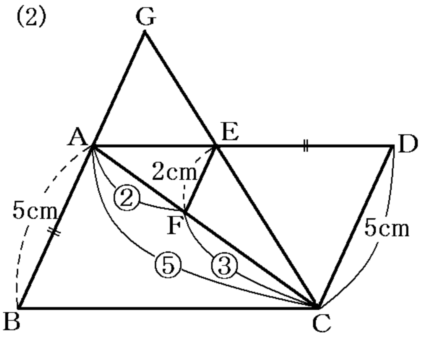
(1)	(2)

[ヒント]

(1)



(2)



[解答](1) 2 : 3　(2) $\dfrac{10}{3}$cm

[解説]

(1) FE // DC なので，

AF : AC＝FE : CD＝2 : 5

よって，AF : FC＝2 : (5−2)＝2 : 3

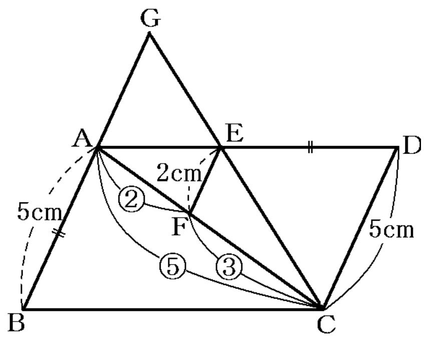
(2) FE // AG なので，

FE : AG＝CF : CA＝3 : 5

2 : AG＝3 : 5

3AG＝10

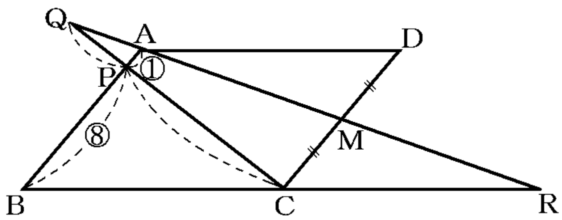
AG＝$\dfrac{10}{3}$(cm)



[問題](入試問題)

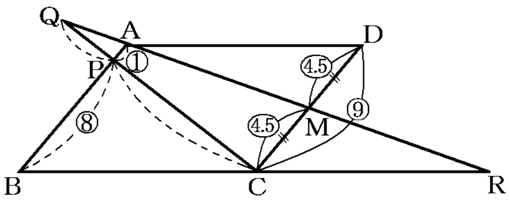
　右図のように，平行四辺形 ABCD がある。辺 CD の中点を M とし，辺 AB 上に AP：PB＝1：8 となるように点 P をとる。また，直線 AM と直線 PC の交点を Q，直線 AM と直線 BC の交点を R とする。このとき，QP：PC を求めよ。

(和歌山県)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]2：7

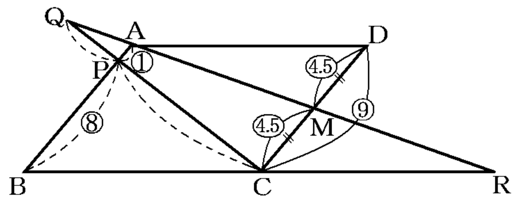
[解説]

AP：PB：AB＝1：8：(1＋8)＝1：8：9

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，

　AB＝CD

また，M は CD の中点なので，



AP：PB：AB：CD：CM：MD＝1：8：9：9：4.5：4.5

よって，AP：CM＝1：4.5＝2：9

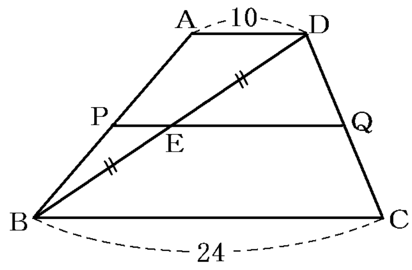
AP // CM なので，QP：QC＝AP：CM＝2：9

QP：QC＝2：9 なので，QP：PC＝2：(9－2)＝2：7

【】台形

[問題](2 学期期末)

右の図の四角形 ABCD は AD // BC の台形である。BD の中点 E を通る直線が辺 AB，辺 DC と交わる点を P，Q とする。PQ // BC がなりたつとき，線分 PQ の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

△DBC で EQ // BC なので，EQ : BC＝DE : DB,

△BAD で PE // AD なので，PE : AD＝BE : BD

[解答]17

[解説]

△DBC で EQ // BC なので，EQ : BC＝DE : DB,

EQ : 24＝1 : 2

比の外項の積は内項の積に等しいので，EQ×2＝24×1，EQ＝24÷2＝12･･･①

同様に，△BAD で PE // AD なので，PE : AD＝BE : BD

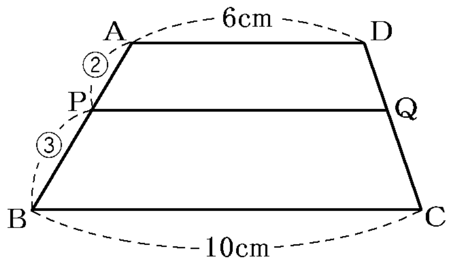
PE : 10＝1 : 2

比の外項の積は内項の積に等しいので，PE×2＝10×1，PE＝10÷2＝5･･･②

①，②より，PQ＝PE＋EQ＝5＋12＝17

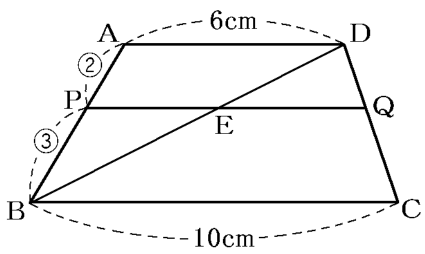
[問題](2 学期期末)

右の図において，AD，PQ，BC は平行である。AP : PB＝2 : 3 であるとき，線分 PQ の長さを求めよ。



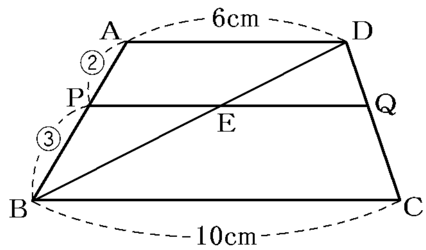
[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\dfrac{38}{5}$cm

[解説]



△BAD で，PE // AD なので，PE：AD＝BP：BA

PE：6＝3：(3＋2)，PE：6＝3：5

比の外項の積は内項の積に等しいので，

PE×5＝6×3，PE＝18÷5＝$\dfrac{18}{5}$・・・①

同様に，△DBC で，EQ // BC なので，EQ：BC＝DE：DB

PE // AD なので，DE：DB＝AP：AB＝2：(2＋3)＝2：5

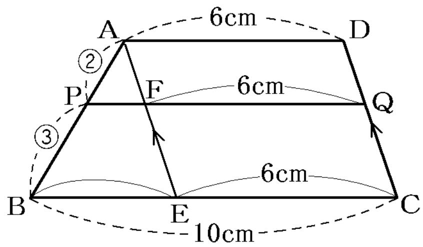
よって，EQ：10＝2：5

比の外項の積は内項の積に等しいので，

EQ×5＝10×2，EQ＝20÷5＝4・・・②

①，②より，PQ＝PE＋EQ＝$\dfrac{18}{5}+4=\dfrac{38}{5}$(cm)

＊(別解)



右図のように，DC に平行な線分 AE を引く。

PF // BE なので，PF：BE＝AP：AB＝2：5

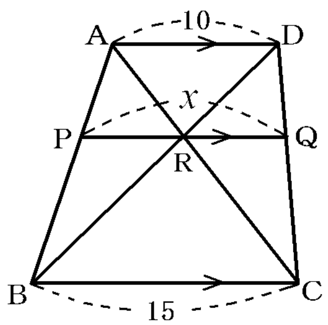
BE＝10－6＝4(cm)なので，

PF：4＝2：5，5PF＝4×2，PF＝$\dfrac{8}{5}$(cm)

よって，PQ＝PF＋FQ＝$\dfrac{8}{5}+6=\dfrac{38}{5}$(cm)

[問題](2 学期期末)

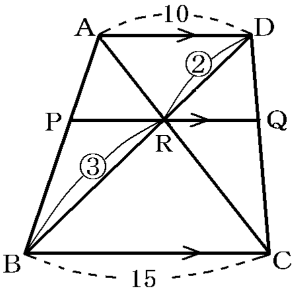
次の図で x の値を求めよ。



[解答欄]

x＝

[ヒント]



10：15＝2：3

[解答] x＝12

[解説]

AD // BC なので，DR：RB＝AD：BC＝10：15＝2：3

PR // AD なので，PR：AD＝BR：BD＝3：(3＋2)

よって，PR：10＝3：5

外項の積 PR×5 は，内項の積 10×3 と等しいので，

5PR＝30，PR＝6･･･①

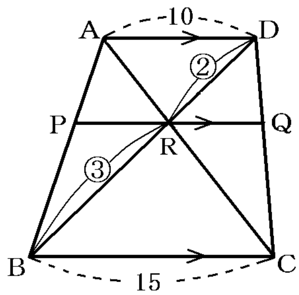
次に，RQ // BC なので，RQ：BC＝DR：DB

RQ：15＝2：(2＋3)

外項の積 RQ×5 は，内項の積 15×2 と等しいので，

5RQ＝30，RQ＝6･･･②

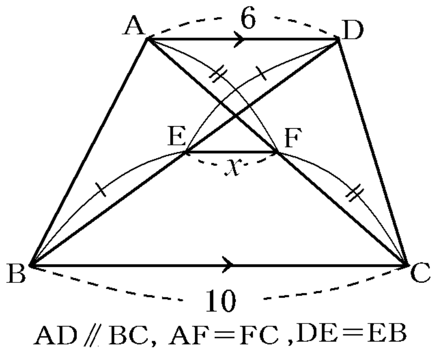
①，②より，x＝PR＋RQ＝6＋6＝12



10：15＝2：3

[問題](2 学期期末)

次の図で x の値を求めよ。



AD // BC，AF＝FC ,DE＝EB

[解答欄]

x＝

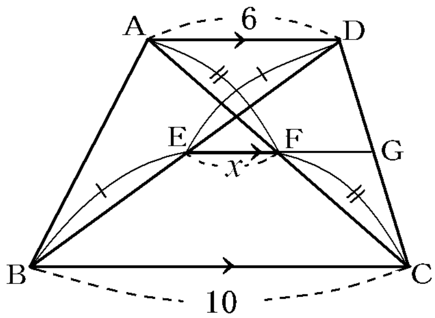
[ヒント]

AF：FC＝1：1，DE：EB＝1：1 なので，EF // BC

△CAD で，FG：AD＝CF：CA＝1：2，

FG：6＝1：2→この式から FG を求める。

同様にして，EG を求める。



[解答] $x = 2$

[解説]

AF：FC＝1：1，DE：EB＝1：1 なので，EF // BC

△CAD で，FG：AD＝CF：CA＝1：2，FG：6＝1：2

外項の積は，内項の積と等しいので，

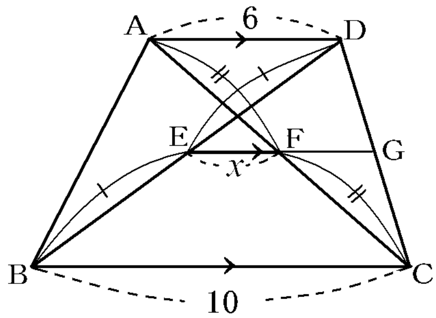
FG×2＝6×1　よって FG＝6÷2＝3

また，△DBC で，EG：BC＝DE：DB＝1：2

EG：BC＝1：2 で BC＝10 なので，EG：10＝1：2

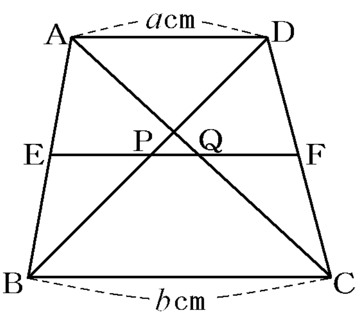
外項の積は，内項の積と等しいので，

2EG＝10×1，EG＝10÷2＝5，x＝EG－FG＝5－3＝2



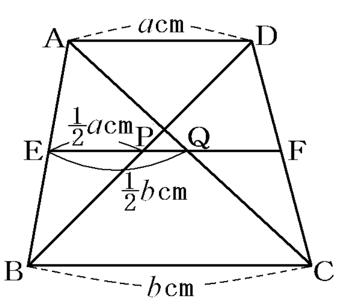
[問題](3 学期)

右の図は，AD // BC の台形 ABCD で，辺 AB，CD の中点を E，F とし，EF と BD，AC との交点をそれぞれ P，Q とする。このとき，PQ の長さを a, b で表せ。ただし， $a < b$ とする。



[解答欄]

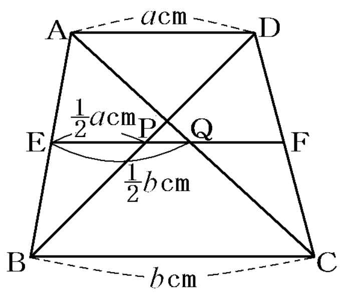
[ヒント]



[解答] $\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}a$ (cm)

[解説]

E，F は，それぞれ辺 AB，CD の中点なので，平行線の性質より EF は AD と BC に平行である。



△BAD で，E は BA の中点で，EP // AD なので，

$$\mathrm{EP}=\frac{1}{2}\mathrm{AD}=\frac{1}{2}a$$

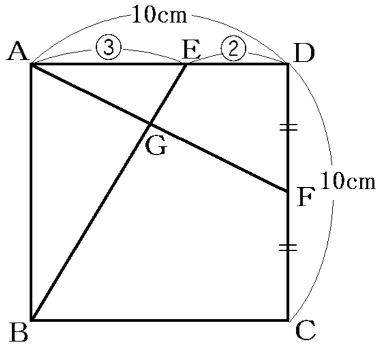
△ABC で，同様にして，$\mathrm{EQ}=\dfrac{1}{2}b$

よって，$\mathrm{PQ}=\mathrm{EQ}-\mathrm{EP}=\dfrac{1}{2}b-\dfrac{1}{2}a$ (cm)

【】補助線をひいて平行線をつくる

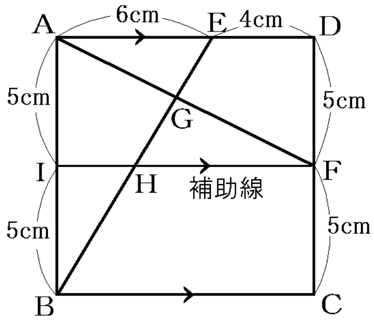
[問題](2 学期期末)

右図は，1 辺の長さが 10cm の正方形 ABCD である。点 E は辺 AD 上にあり，AE：ED＝3：2 である。また，点 F は辺 CD の中点である。線分 AF と線分 BE の交点を G とするとき，AG：GF を整数の比で答えよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]6：7

[解説]

右図のように，F を通って AD に平行な線を引く。

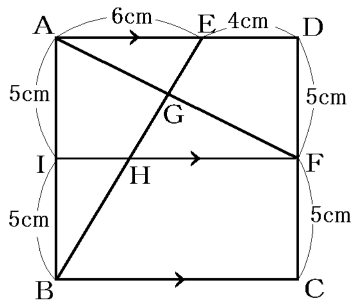
与えられた条件より，各線分の長さは右図のようになる。

IH // AE なので，IH：AE＝BI：BA＝5：10＝1：2

AE＝6cm なので，IH＝6÷2＝3(cm)になる。

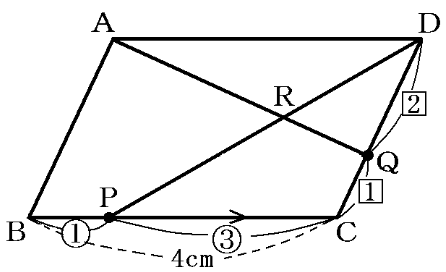
よって，HF＝10－3＝7(cm)

AE // HF なので，AG：GF＝AE：HF＝6：7



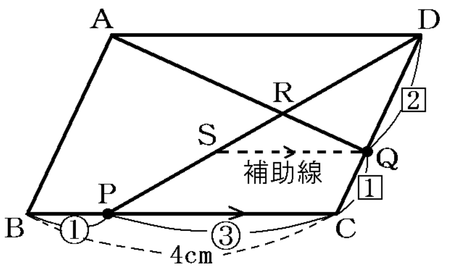
[問題](2 学期期末)

右の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 BC を 1：3 に分ける点を P，辺 CD を 1：2 に分ける点を Q，線分 DP と線分 AQ の交点を R とする。BC＝4cm とするとき，AR：RQ を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]2：1

[解説]

Q を通って BC に平行な直線をひき, PD との交点を S とすると,

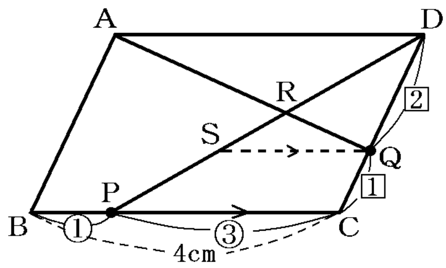
BC＝4cm，BP：PC＝1：3 なので PC＝3cm

SQ：PC＝DQ：DC＝2：(2＋1)＝2：3

よって，SQ：3＝2：3，SQ＝2cm

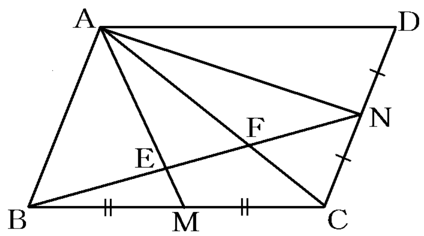
また，AD // SQ なので,

AR：RQ＝AD：SQ＝4：2＝2：1



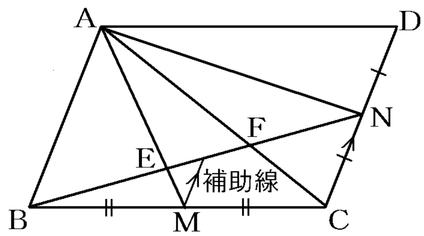
[問題](3 学期)

右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形で，点 M，N は，辺 BC，CD の中点である。AM，AC と BN の交点を E，F とする。このとき，BE：EN の値を求めよ。



[解答欄]

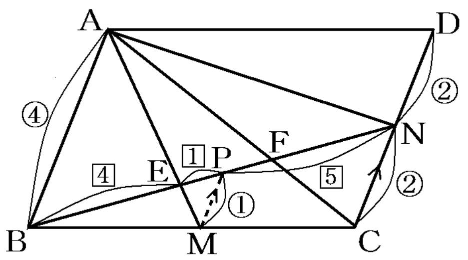
[ヒント]



[解答]2：3

[解説]

右図のように MP // CN となるように補助線 MP を引く。M は BC の中点で MP // CN なので，中点連結定理より，PM：CN＝1：2



また，N は CD の中点なので，CN：CD＝1：2

よって，PM：CD＝1：4

また，AB＝CD なので，PM：AB＝1：4

AB // PM で PM：AB＝1：4 なので，EP：BE＝1：4

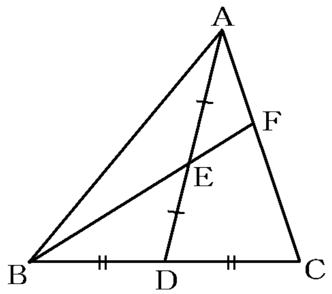
よって，EP＝ a とおくと，BE＝ $4a$，BP＝ $a+4a=5a$

ところで，M は BC の中点で MP // CN なので，PN＝BP＝ $5a$

よって，EN＝EP＋PN＝ $a+5a=6a$　したがって，BE：EN＝ $4a$ ： $6a$ ＝2：3

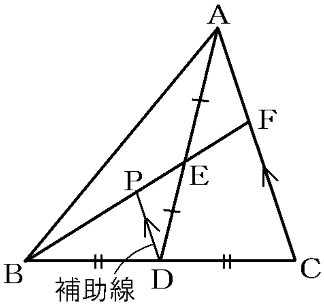
[問題](2 学期期末)

右の図で，△ABC の中線 AD の中点を E，BE の延長と AC の交点を F とするとき，AF : AC の値を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]1：3

[解説]

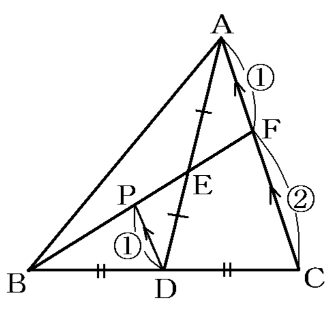
D を通って CA に平行な直線をひき BF との交点を P とする。

AF // PD，AE：DE＝1：1 なので，AF：PD＝1：1

DP // CF，BD：BC＝1：2 なので，DP：CF＝1：2

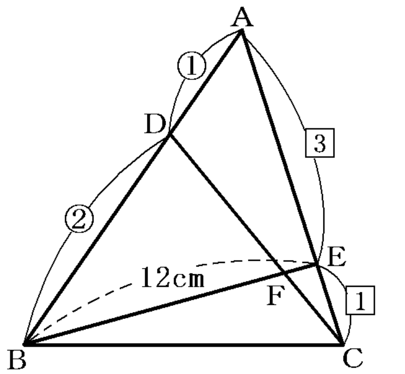
よって，AF：CF＝1：2,

AF：AC＝1：(1＋2)＝1：3



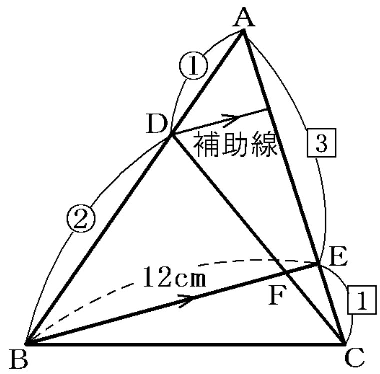
[問題](2 学期期末)

　右の図のように，△ABC があり，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，AD : DB＝1 : 2，AE : EC＝3 : 1 である。点 F は線分 BE と線分 CD との交点である。BE＝12cm であるとき，線分 FE の長さは何 cm か。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\frac{4}{3}$ cm

[解説]

D を通って BE に平行な直線を引き，AC との交点を P とする。

AD : DB＝1 : 2 なので DP : BE＝AD : AB＝1 : 3

よって，DP : 12＝1 : 3

外項の積 DP×3 は，内項の積 12×1 に等しいので，

3DP＝12，DP＝4cm

また，AP : PE＝AD : DB＝1 : 2･･･①

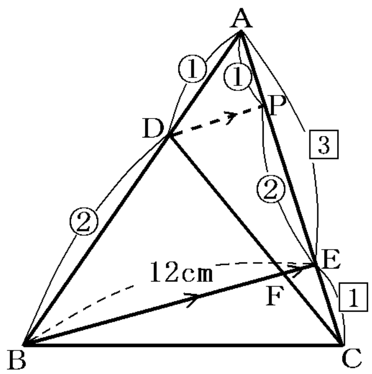
AE : EC＝3 : 1･･･②

①，②より AP : PE : EC＝1 : 2 : 1

よって，CE : CP＝1 : 3

EF // PD なので，EF : PD＝CE : CP

よって，EF : 4＝1 : 3

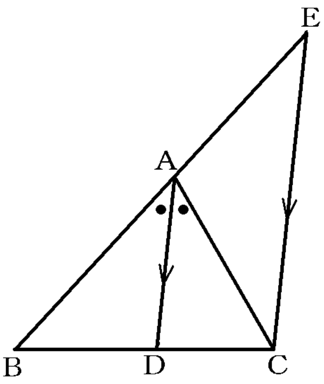


外項の積 EF×3 は，内項の積 4×1 に等しいので，3EF＝4，EF＝$\frac{4}{3}$ cm

【】三角形の角の二等分線と線分の比

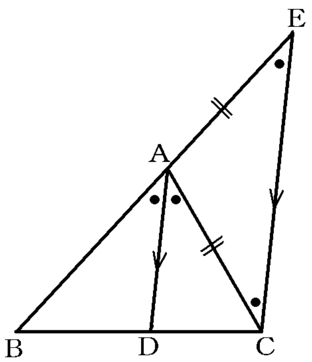
[問題](2 学期期末)

△ABC で，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，AB : AC＝BD : DC である。このことを，点 C を通り，AD に平行な直線を引き，辺 BA の延長との交点を E として証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

AD // EC なので，∠BAD＝∠AEC (同位角)･･･①

∠CAD＝∠ACE (錯角)･･･②

仮定より，∠BAD＝∠CAD なので，

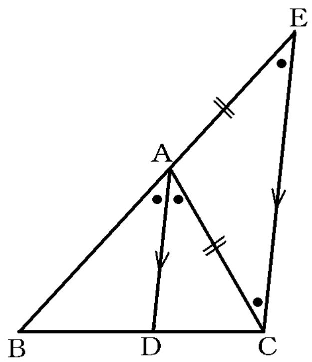
①，②より∠AEC＝∠ACE

よって，△ACE は二等辺三角形で AC＝AE･･･③

また，仮定より AD // EC なので，

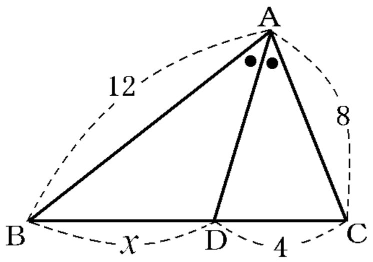
AB : AE＝BD : DC･･･④

③，④より，AB : AC＝BD : DC



[問題](後期中間)

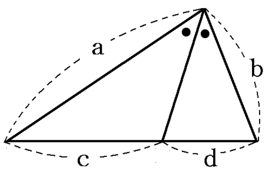
次の△ABC で AD は∠BAC の二等分線である。このとき，xを求めよ



[解答欄]

x＝

[ヒント]

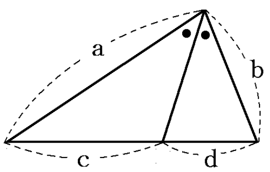


a：b＝c：d

[解答] $x=6$

[解説]

<Point> 角の二等分線と線分の比



a：b＝c：d

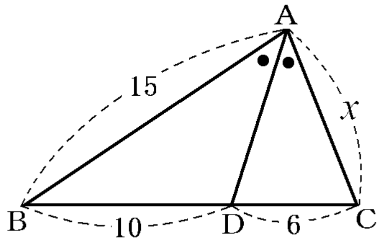
AD は∠BAC の二等分線なので，$12:8=x:4$

内項の積$8\times x$は外項の積12×4に等しいので，

$8x=48$，　$x=6$

[問題](2 学期期末)

次の△ABC で AD は∠BAC の二等分線である。このとき，xを求めよ



[解答欄]

$x=$

[ヒント]

ADは∠BACの二等分線なので，$15:x=10:6$

[解答] $x=9$

[解説]

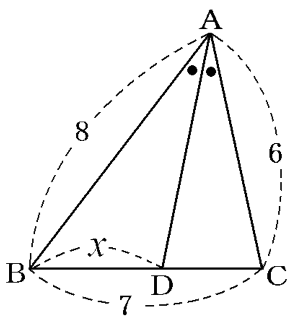
ADは∠BACの二等分線なので，$15:x=10:6$

内項の積 $x\times 10$ は外項の積 15×6 に等しいので，

$10x=90$，　$x=9$

[問題](後期期末)

　次の△ABCでADは∠BACの二等分線である。このとき，x を求めよ。



[解答欄]

$x=$

[ヒント]

ADは∠BACの二等分線なので，8：6＝BD：DC

[解答] $x=4$

[解説]

ADは∠BACの二等分線なので，8：6＝BD：DC

DC＝$7-x$ なので，

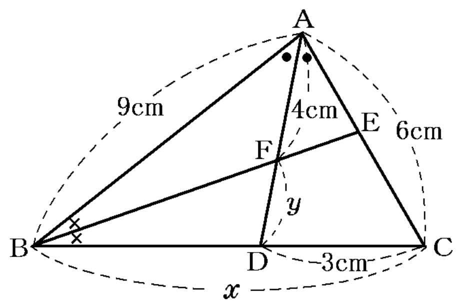
$8:6=x:(7-x)$

内項の積 $6\times x$ は外項の積 $8\times(7-x)$ に等しいので，

$6x=8(7-x)$，　$6x=56-8x$，　$14x=56$，　$x=4$

[問題](2 学期期末)

右の△ABC で，∠A の二等分線を AD，∠B の二等分線を BE とし，AD と BE との交点を F とするとき，x，y の値を求めよ。



[解答欄]

x＝	y＝

[ヒント]

(1) △ABC で，AD は∠A の二等分線なので，AB：AC＝BD：DC

(2) △BAD で，BF は∠B の二等分線なので，BA：BD＝AF：FD

[解答] x ＝7.5(cm)　y ＝2(cm)

[解説]

(1) △ABC で，AD は∠A の二等分線なので，

AB：AC＝BD：DC，9：6＝BD：3

比の内項の積は外項の積に等しいので，BD×6＝9×3，BD＝27÷6＝4.5(cm)

よって，x ＝BD＋DC＝4.5＋3＝7.5(cm)

(2) △BAD で，BF は∠B の二等分線なので，

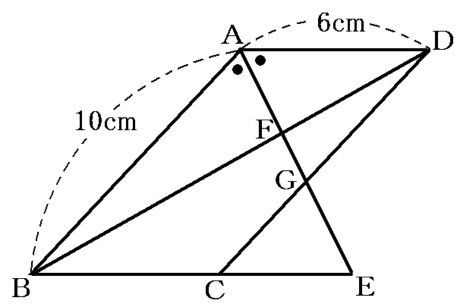
BA：BD＝AF：FD，9：4.5＝4：y

比の外項の積は内項の積に等しいので，

9× y ＝4.5×4，y ＝18÷9＝2(cm)

[問題](2 学期期末)

右の図のように，AB＝10cm，AD＝6cm，∠ABC＜90°である平行四辺形 ABCD において，∠DAB の二等分線と辺 BC を C の方へ延長した直線との交点を E とする。線分 AE と対角線 BD，辺 CD との交点をそれぞれ F，G とする。



次の各問いに答えよ。

(1) 線分 AG と線分 GE の長さの比を求めよ。

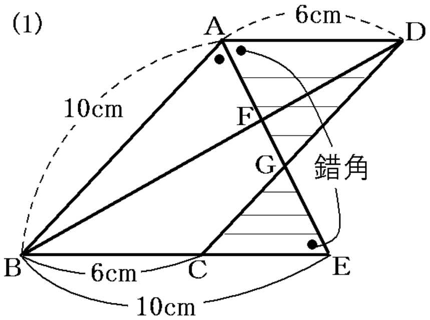
(2) GE＝3cm のとき，線分 FG の長さを求めよ。

[解答欄]

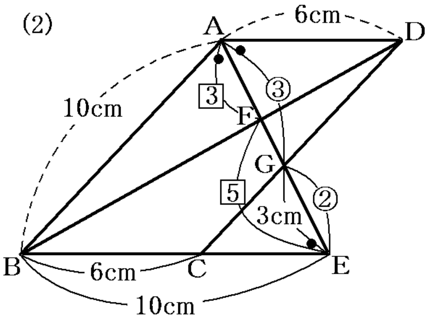
(1)	(2)

[ヒント]

(1)



(2)



[解答](1) 3：2　(2) $\dfrac{27}{16}$cm

[解説]

(1) ABCD は平行四辺形なので，BC＝AD＝6(cm)

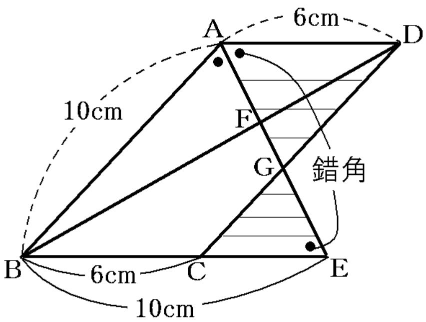
AD // BE で，平行線の錯角は等しいので，

∠BEA＝∠DAE　また，仮定より∠BAE＝∠DAE

よって，∠BEA＝∠BAE となり，△BAE は二等辺三角形で，BE＝BA＝10(cm)

よって，CE＝BE－BC＝10－6＝4(cm)

AD // CE なので，AG：GE＝AD：CE＝6：4＝3：2



(2) (1)より，AG：GE＝3：2 で，GE＝3(cm)なので，

AG：3＝3：2，2AG＝9，AG＝$\dfrac{9}{2}$(cm)

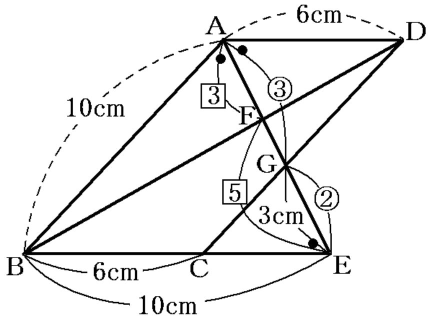
よって，AE＝AG＋GE＝$\dfrac{9}{2}+3=\dfrac{15}{2}$(cm)

ところで，AD // BE なので，

AF：FE＝AD：BE＝6：10＝3：5

よって，AF＝AE×$\dfrac{3}{3+5}=\dfrac{15}{2}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{45}{16}$(cm)

FG＝AE－AF－GE＝$\dfrac{15}{2}-\dfrac{45}{16}-3=\dfrac{120}{16}-\dfrac{45}{16}-\dfrac{48}{16}=\dfrac{27}{16}$(cm)

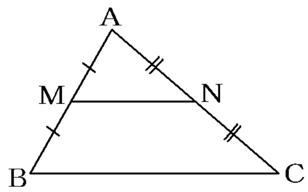


【】中点連結定理

【】証明問題

[問題](2 学期期末)

次の文章中の①～③にあてはまるものを書け。



右の図で，辺 AB，AC の中点をそれぞれ M，N とすると，
MN // (①)，MN＝(②)BC が成り立つ。
この定理を(③)という。

[解答欄]

①	②	③

[解答]① BC ② $\frac{1}{2}$ ③ 中点連結定理

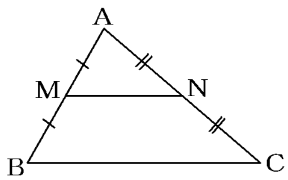
[解説]

<Point> 中点連結定理

M，N が中点のとき，

・MN // BC

・MN＝$\frac{1}{2}$BC



中点連結定理の証明をしておこう。

△AMN と△ABC で，

M は AB の中点なので，AM : AB＝1 : 2 ･･･①

N は AC の中点なので，AN : AC＝1 : 2 ･･･②

①，②より，AM : AB＝AN : AC ･･･③

また，∠A は共通 ･･･④

③，④より 2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので，

△AMN∽△ABC

相似な図形の対応する角は等しいので，∠AMN＝∠ABC

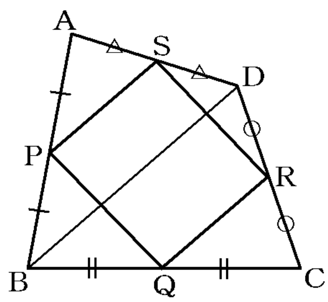
同位角が等しいので，MN // BC である。

また，△AMN と△ABC の相似比は 1 : 2 なので，

MN : BC＝1 : 2 よって，MN＝$\frac{1}{2}$BC

[問題](2 学期期末)

　四角形 ABCD の 4 辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ P，Q，R，S とするとき，四角形 PQRS が平行四辺形であることを次のように証明した。空欄に適切な文字や言葉を書き入れよ。(同じ記号が入ってもよい)



(証明)

△ABD において，点 P，S は辺 AB，AD の中点なので，

(　　ア　　)定理より，　$PS=\frac{1}{2}$(　イ　)，PS // (　ウ　)・・・①

同様に，△CBD において

　$QR=\frac{1}{2}$(　エ　)，QR // (　オ　)・・・②

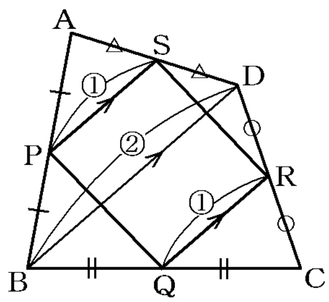
①，②より，PS＝(　カ　)，PS // (　キ　)となり

(　　　ク(平行四辺形になる条件)　　)ので，四角形 PQRS は平行四辺形である。

[解答欄]

ア	イ	ウ
エ	オ	カ
キ	ク	

[ヒント]



[解答]ア　中点連結　イ BD　ウ BD　エ BD　オ BD　カ QR　キ QR

ク　向かい合う 1 組の辺が平行で等しい

[解説]

<Point>中点が 2 つあれば，連結→中点連結定理を利用

＊平行四辺形になるための条件

① 向かい合う 2 組の辺がそれぞれ平行(定義)

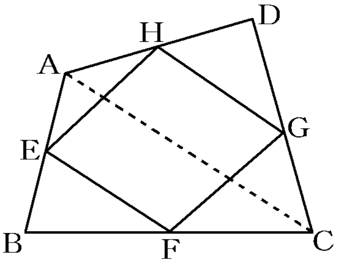
② 向かい合う 2 組の辺がそれぞれ等しい

③ 対角線が互いに他を 2 等分する

④ 1 組の向かい合う辺が平行で等しい→この問題では④を使う。

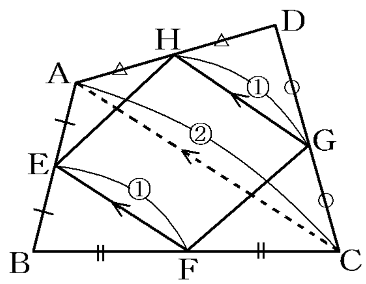
[問題](3 学期)

四角形 ABCD の辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ E, F，G，H とする。このとき，四角形 EFGH は平行四辺形であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△DAC で，H は DA の中点で，G は DC の中点なので,

中点連結定理より，HG // AC･･･①，HG＝$\frac{1}{2}$AC･･･②

同様に，△BAC で，E は BA の中点で，F は BC の中点なので,

中点連結定理より，EF // AC･･･③，EF＝$\frac{1}{2}$AC･･･④

①，③より，HG // EF

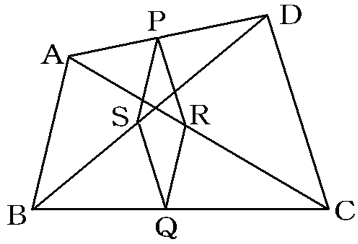
②，④より，HG＝EF

よって，四角形 EFGH で，1 組の向かい合う辺が平行で等しいので,

四角形 EFGH は平行四辺形になる。

[問題](後期期末)

右の図の四角形 ABCD において，辺 AD，BC の中点をそれぞれ P，Q とし，対角線 AC，BD の中点をそれぞれ R，S とすると，四角形 PSQR が平行四辺形であることを次のように証明した。ア～エに適語を入れよ。



(証明)

(　ア　)定理より，

△ABD において，PS // AB，PS＝(　イ　)

△ABC において，(　ウ　) // AB，(ウ)＝(イ)

よって，PS // (ウ)，PS＝(ウ)

(　　エ　　)ので，四角形 PSQR は平行四辺形である。

[解答欄]

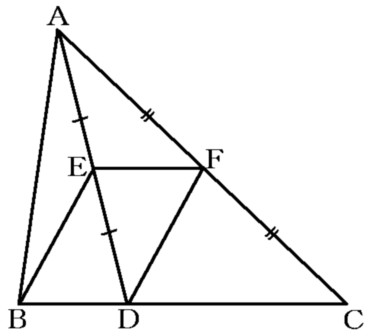
ア	イ	ウ
エ		

[解答]ア 中点連結　イ $\frac{1}{2}$AB　ウ RQ　エ 1 組の向かい合う辺が平行で等しい

[問題](入試問題)

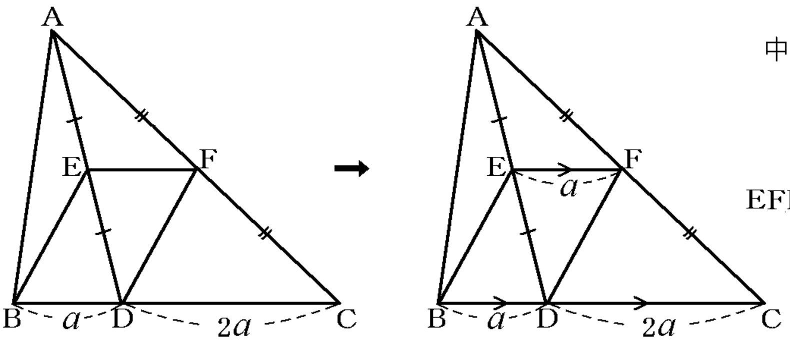
右の図のように，△ABC の辺 BC 上に BD：DC＝1：2 となる点 D をとる。また，線分 AD，辺 AC の中点をそれぞれ E，F とする。このとき，BE＝DF となることを証明せよ。

(福島県)



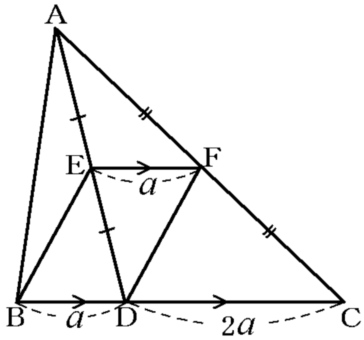
[解答欄]

[ヒント]



中点連結定理
↓
EF//BD
EF＝BD
↓
EFDB は平行四辺形
↓
BE＝DF

[解答]



BD＝a とおくと，仮定より DC＝$2a$

△ADC で，仮定より，E は AD の中点，F は AC の中点なので，中点連結定理より，

EF // BC，EF＝$\dfrac{1}{2}$DC＝$\dfrac{1}{2}\times 2a = a$

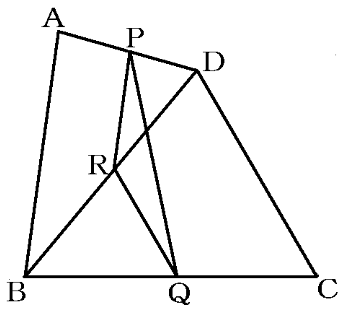
よって，EF // BD，EF＝BD＝a

1 組の向かい合う辺が平行で等しいので，四角形 EBDF は平行四辺形である。

平行四辺形の向かいあう辺は等しいので，BE＝DF となる。

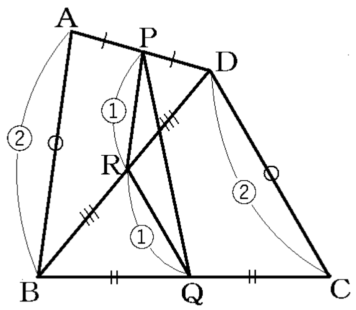
[問題](2 学期期末)

AB＝CD である四角形 ABCD で，辺 AD，BC，対角線 BD の中点をそれぞれ P，Q，R とすると，△PQR は二等辺三角形である。このことを証明せよ。

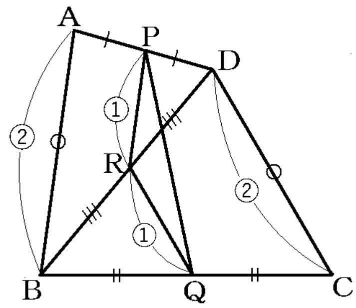


[解答欄]

[ヒント]



[解答]



△DAB で，P は AD の中点で，R は BD の中点なので，

中点連結定理より，PR＝$\frac{1}{2}$AB･･･①

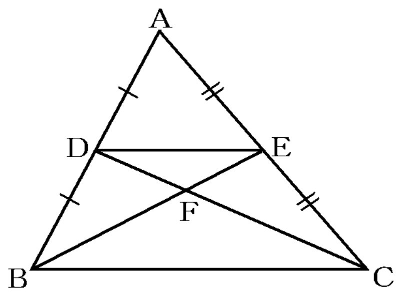
△BCD で，Q は BC の中点で，R は BD の中点なので，

中点連結定理より，QR＝$\frac{1}{2}$CD･･･②

仮定より AB＝CD なので，①，②より，PR＝QR が成り立つ。
したがって，△PQR は二等辺三角形である。

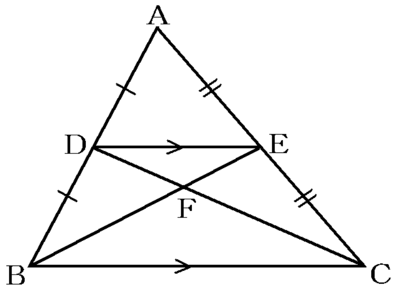
[問題](2 学期期末)

右の図のような三角形ABCがあり,辺ABの中点をD,辺 AC の中点を E とする。また，線分 BE と線分 CD との交点を F とする。このとき，
△FBC∽△FED であることを証明せよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]

△FBC と△FED で,

仮定より，点 D，E は，それぞれ辺 AB，AC の中点なので,

中点連結定理より，DE // BC

平行線の錯角は等しいので,

∠FBC＝∠FED ・・・①

∠FCB＝∠FDE ・・・②

①，②より，2 組の角が，それぞれ等しいので,

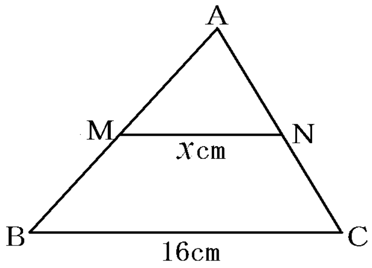
△FBC∽△FED

【】長さ・角度の計算

[長さの計算]

[問題](3 学期)

右の図で，M，N はそれぞれ辺 AB，AC の中点である。このとき，x の値を求めよ。



[解答欄]

$x=$

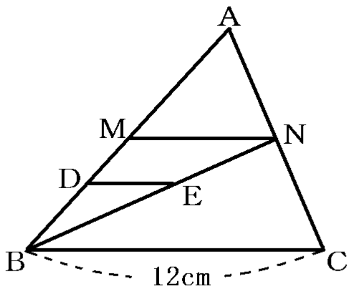
[解答] $x=8$

[解説]

中点連結定理より，MN＝$\frac{1}{2}$BC なので， $x=\frac{1}{2}\times16=8$

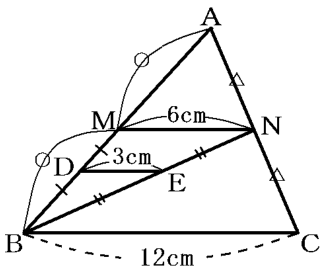
[問題](3 学期)

右の図で，M，N はそれぞれ△ABC の辺 AB，AC の中点，D，E はそれぞれ線分 MB，NB の中点である。BC＝12cm のとき，線分 DE の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]3cm

[解説]

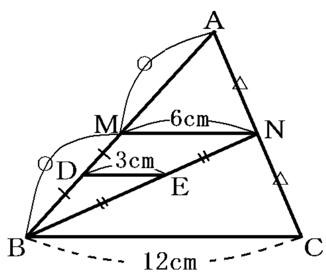
△ABC において，M，N は辺 AB，AC の中点なので，中点連結定理より，

MN＝$\frac{1}{2}$BC＝$\frac{1}{2}\times12=6$(cm)

次に，△BMN において，

D，E はそれぞれ線分 BM，BN の中点であるので

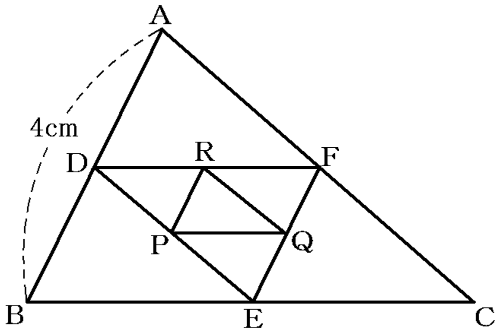
中点連結定理より，DE＝$\frac{1}{2}$MN＝$\frac{1}{2}\times6=3$(cm)



[問題](入試問題)

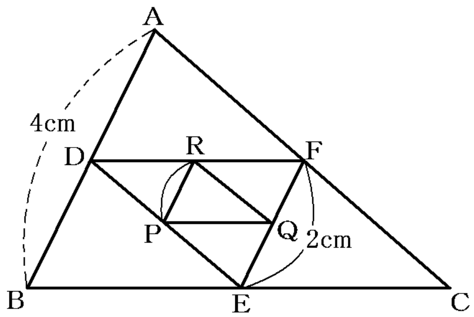
右の図の△ABC において，AB＝4cm とする。辺 AB，BC，CA の中点をそれぞれ D，E，F とし，△DEF において辺 DE，EF，FD の中点をそれぞれ P，Q，R とする。このとき，PR の長さを求めよ。

(沖縄県)



[解答欄]

[ヒント]



[解答]1cm

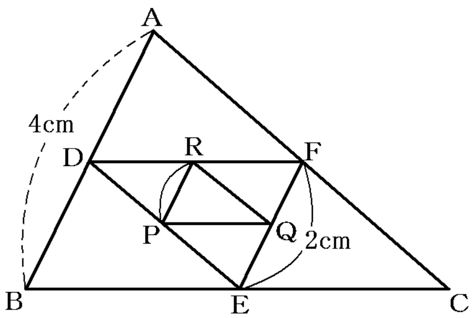
[解説]

△CAB で，中点連結定理より，

FE＝$\frac{1}{2}$AB＝$\frac{1}{2}\times 4=2$(cm)

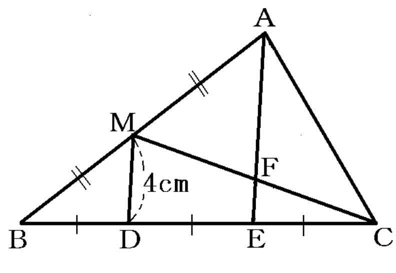
△DEF で，中点連結定理より，

PR＝$\frac{1}{2}$FE＝$\frac{1}{2}\times 2=1$(cm)



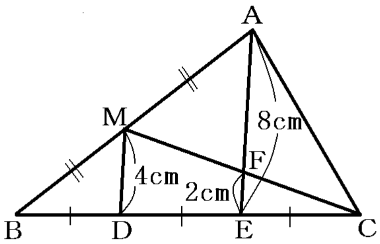
[問題](2 学期期末)

△ABC で，右の図のように，辺 AB の中点を M，辺 BC を 3 等分する点を D，E とし，AE と CM の交点を F とする。MD＝4cm であるとき，線分 AF の長さを求めよ。



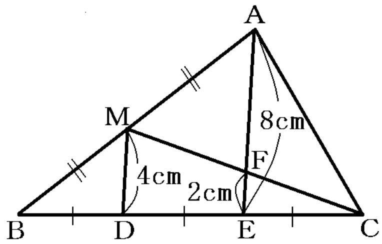
[解答欄]

[ヒント]



[解答]6cm

[解説]



△BAE において，

仮定より，M は BA の中点，D は BE の中点なので

中点連結定理より，

AE＝2MD＝2×4＝8(cm)，MD // AE

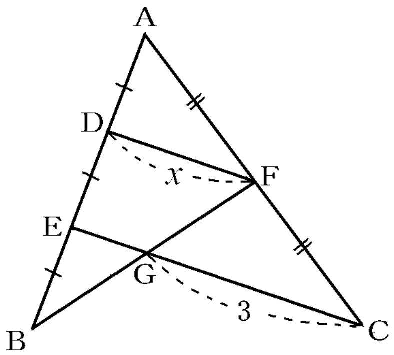
次に，△CDM において，E が CD の中点で，

MD // AE なので中点連結定理より，EF＝$\dfrac{1}{2}$MD＝$\dfrac{1}{2}\times 4=2$(cm)

よって，AF＝AE－EF＝8－2＝6(cm)

[問題](2 学期期末)

次の図で x の値を求めよ。

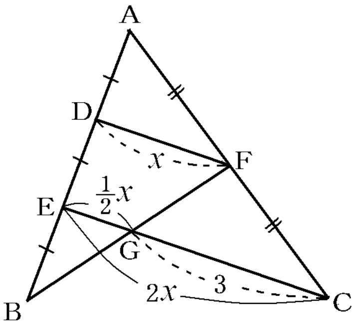


AD＝DE＝EB，AF＝FC

[解答欄]

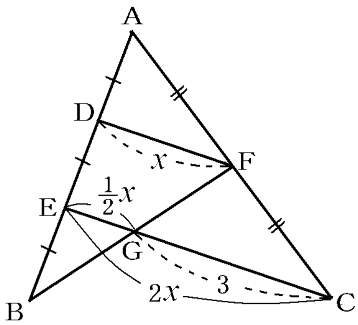
x＝

[ヒント]



[解答] $x=2$

[解説]



△AEC において, D は AE の中点で, F は AC の中点なので,

中点連結定理より,

EC＝2DF＝$2x$・・・①，DF // EC・・・②

次に，△BDF において,

E は BD の中点で，②より EG // DF なので

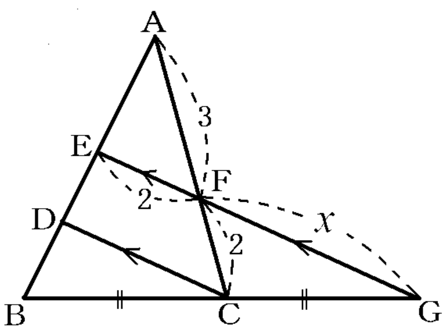
中点連結定理より，EG＝$\frac{1}{2}$DF＝$\frac{1}{2}x$・・・③

EC＝EG＋GC なので①，③より，$2x=\frac{1}{2}x+3$，

$4x=x+6$, $3x=6$， $x=2$

[問題](2 学期期末)

次の図で，BC＝CG，DC // EG のとき，x の値を求めよ。



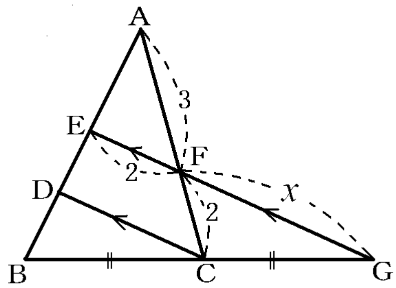
[解答欄]

x＝

[ヒント]
△ADC で，EF // DC なので，EF : DC＝AF : AC＝3 : (3＋2)

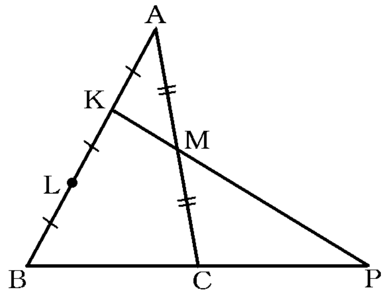
[解答] $x=\dfrac{14}{3}$

[解説]



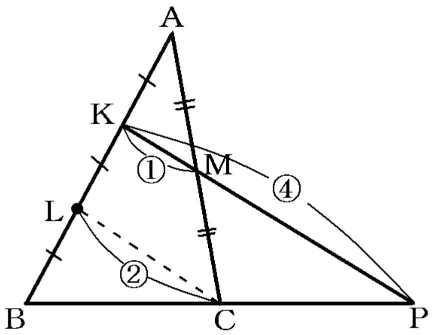
△ADC で，EF // DC なので，
EF : DC＝AF : AC＝3 : (3＋2)
よって，2 : DC＝3 : 5
内項の積 DC×3 は，外項の積 2×5 に等しいので
3DC＝10，DC＝$\dfrac{10}{3}$
△BEG において，C は BG の中点，DC // EG なので，中点連結定理より EG＝2DC
EG＝$x+2$ なので，$x+2=2\times\dfrac{10}{3}$，$x=\dfrac{20}{3}-2=\dfrac{14}{3}$

[問題](2 学期期末)



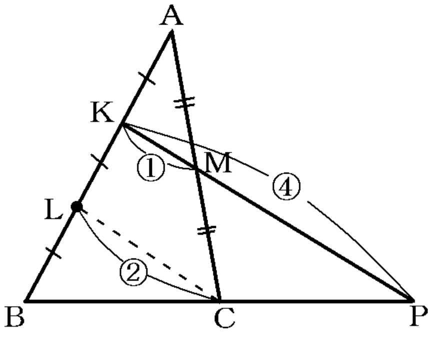
　右の図で，△ABC の辺 AB を 3 等分した点を K，L，
辺 AC の中点を M とし，直線 KM，BC の交点を P とする。
このとき，KM : MP の値を求めよ。
[解答欄]

[ヒント]

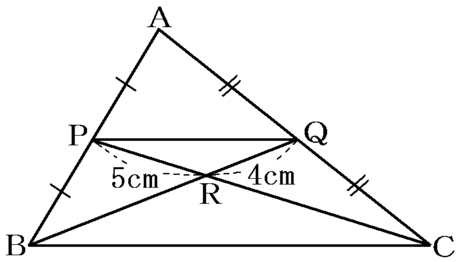


[解答]1 : 3

[解説]
LC をむすぶ。
△ACL において，K は AL の中点，M は AC の中点なので
中点連結定理より，
LC＝2KM，KM // LC･･･①
△BKP において，L は BK の中点，①より KP // LC なので中点連結定理より，KP＝2LC＝4KM
よって，MP＝KP－KM＝4KM－KM＝3KM
したがって，KM：MP＝KM：3KM＝1：3



[問題](3 学期)
右の図で，2 点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC の中点であり，点 R は 2 つの線分 BQ と CP との交点である。PR＝5m，QR＝4cm のとき，BR の長さを求めよ。



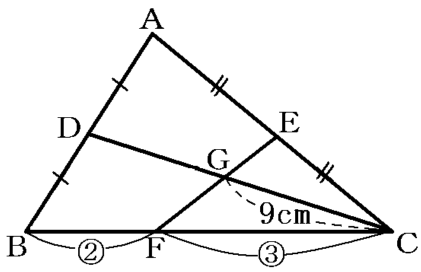
[解答欄]

[ヒント]
2 点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC の中点なので，中点連結定理より，
PQ // BC，PQ：BC＝1：2

[解答]8cm
[解説]
2 点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC の中点なので，中点連結定理より，
PQ // BC，PQ：BC＝1：2
PQ // BC なので平行線の性質より，QR：BR＝PQ：BC
よって，QR：BR＝1：2 で，QR＝4 なので，
4：BR＝1：2　内項の積は外項の積に等しいので，BR×1＝4×2　よって，BR＝8cm

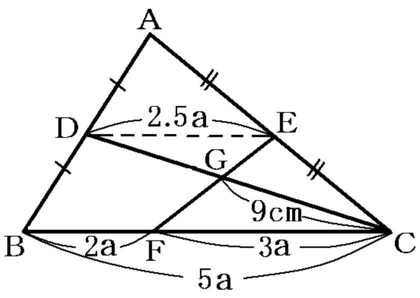
[問題](2 学期期末)

右の図のように三角形 ABC がある。辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とし，辺 BC を 2：3 に分ける点を F とする。また，線分 CD と線分 EF との交点を G とする。CG＝9cm のとき，線分 GD の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



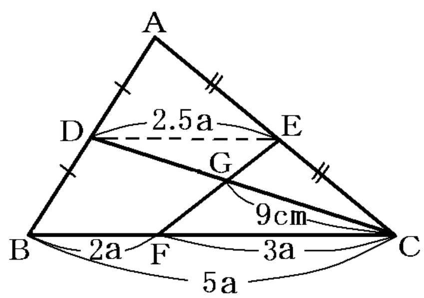
[解答]GD＝$\frac{15}{2}$cm

[解説]

仮定より BF：FC＝2：3 なので，BF＝$2a$，FC＝$3a$ とおくと，BC＝$5a$

次に，DE を結ぶ。

△ABC において，D は AB の中点，E は AC の中点なので中点連結定理より，DE // BC･･･①，DE＝$\frac{1}{2}$BC



BC＝$5a$ なので DE＝$\frac{1}{2}\times 5a = 2.5a$

①より DE // FC なので，平行線の性質より，CG：GD＝CF：DE

仮定より CG＝9cm なので，9：GD＝$3a$ ： $2.5a$，9：GD＝6：5

内項の積 GD×6 は，外項の積 9×5 に等しいので，

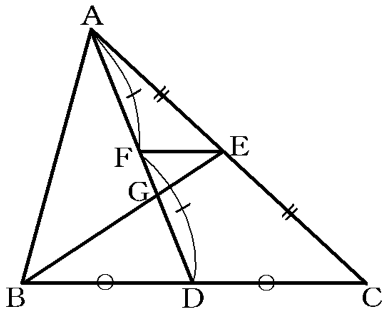
6GD＝45，GD＝$\frac{45}{6}=\frac{15}{2}$cm

[問題](3 学期)

図で，点 D，E はそれぞれ辺 BC，CA の中点である。また，AD の中点を F，AD と BE との交点を G とする。

(1)　FE : DC を求めよ。

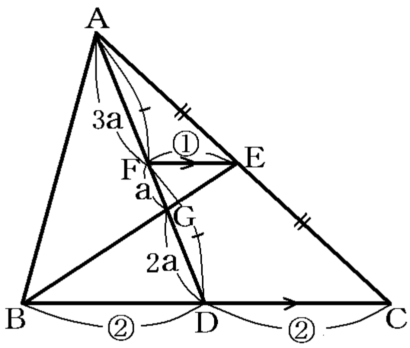
(2)　AG : GD を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]



[解答](1) 1 : 2　(2) 2 : 1

[解説]

(1)　△ADC で E は AC の中点，F は AD の中点なので

中点連結定理より，FE // DC，FE : DC＝1 : 2

(2) (1)より FE : DC＝1 : 2,

DC＝BD なので，FE : BD＝1 : 2

(1)より FE // BD なので,

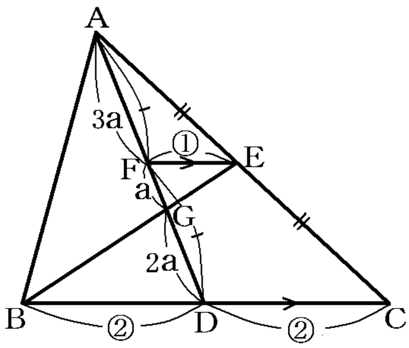
FG : GD＝FE : BD＝1 : 2

FG＝ a とおくと，GD＝ $2a$

AF＝FD＝FG＋GD＝ $a+2a=3a$

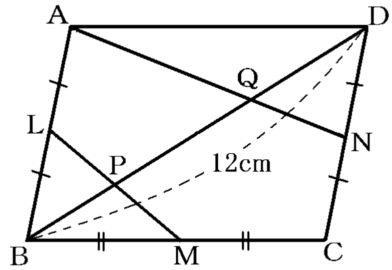
よって，AG＝AF＋FG＝ $3a+a=4a$

したがって，AG : GD＝ $4a:2a=2:1$



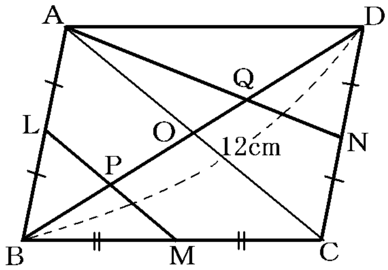
[問題](2 学期期末)

右の図は，平行四辺形 ABCD で，辺 AB，BC，CD の中点を L，M，N とし，LM，AN が対角線 BD と交わる点を P，Q としたものである。いま，BD＝12cm としたとき，線分 PQ の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]5cm

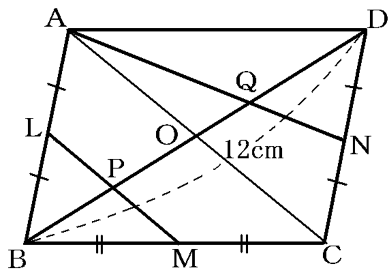
[解説]

N は DC の中点で AB＝DC なので，AB : DN＝2 : 1

また，平行四辺形の向かい合う辺は平行なので AB // DN

平行線の性質より BQ : QD＝2 : 1

BD＝12cm なので，$QD=12\times\dfrac{1}{1+2}=4\text{cm}$･･･①



次に，AC をむすび BD との交点を O とする。

△BAC で，L は BA の中点で，M は BC の中点なので，

中点連結定理より，LM // AC･･･②

△BAO で L は BA の中点で，②より LP // AO なので，中点連結定理より，BP＝PO

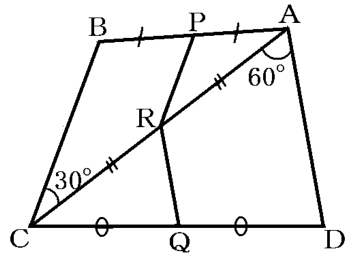
O は BD(＝12cm)の中点なので BO＝12÷2＝6cm　よって，BP＝6÷2＝3cm･･･③

①，③より PQ＝BD－QD－BP＝12－4－3＝5cm

[角度の計算]

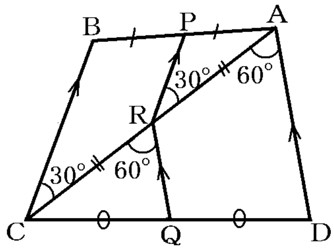
[問題](3 学期)

四角形 ABCD で，辺 AB，CD，対角線 AC の中点をそれぞれ P，Q，R とする。∠BCA＝30°，∠CAD＝60°のとき，∠PRQ の大きさを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]150°

[解説]

△ABC において，P は AB の中点，R は AC の中点なので中点連結定理より，PR // BC

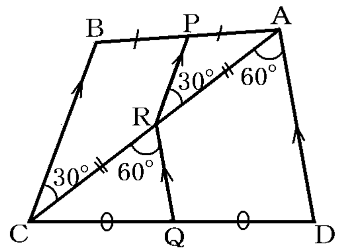
平行線の錯角は等しいので，∠ARP＝∠ACB＝30° ･･･①

同様に，△CAD において，中点連結定理より RQ // AD

平行線の錯角は等しいので，∠CRQ＝∠CAD＝60°

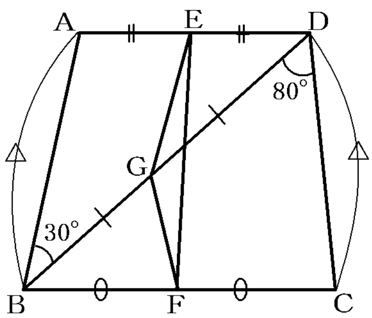
∠ARQ＝180°－∠CRQ＝180°－60°＝120° ･･･②

①，②より∠PRQ＝∠ARP＋∠ARQ＝30°＋120°＝150°



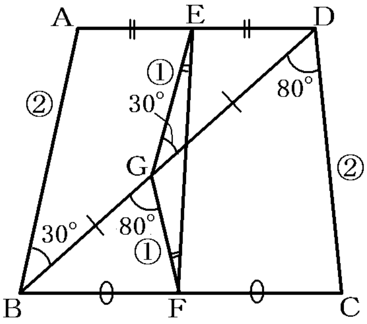
[問題](3 学期)

右の図の四角形 ABCD において，AB＝CD であり，線分 AD，BC，BD の中点をそれぞれ E，F，G とする。このとき∠GFE の大きさを求めよ。



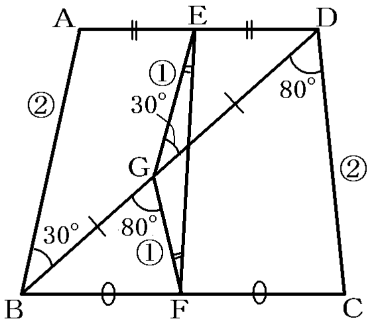
[解答欄]

[ヒント]



[解答]25°

[解説]



△DAB において，E は DA の中点，G は DB の中点なので

中点連結定理より，EG // AB，EG＝$\frac{1}{2}$AB

同様に，△BCD において，GF // CD，GF＝$\frac{1}{2}$CD

仮定より AB＝CD なので，EG＝GF　よって，△EFG は二等辺三角形になる。

∠EGD＝∠ABG＝30°（平行線の同位角は等しい）

同様に∠BGF＝∠BDC＝80°

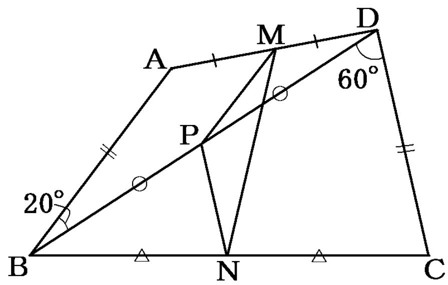
よって，∠DGF＝180°　−80°　＝100°

したがって，∠EGF＝30°　＋100°　＝130°

△EFG は二等辺三角形なので∠GFE＝$\frac{180°-130°}{2}$＝25°

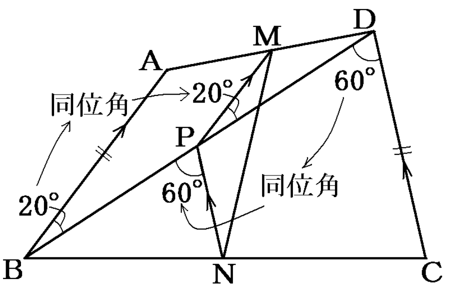
[問題](3 学期)

右の図で，AB＝CD，点 M，N，P が，それぞれ線分 AD，BC，BD の中点である。また，∠ABD＝20°，∠BDC＝60°である。このとき，∠PMN の大きさを求めよ。



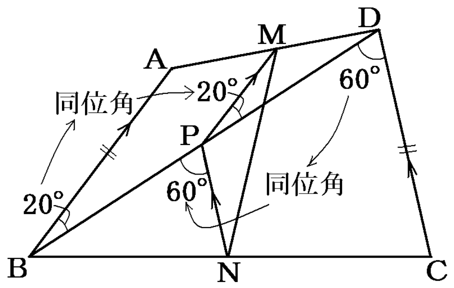
[解答欄]

[ヒント]



[解答]20°

[解説]



仮定より，DM＝MA，DP＝PB なので中点連結定理より，MP // AB･･･①，PM＝$\frac{1}{2}$AB･･･②

また，BP＝PD，BN＝NC なので中点連結定理より，

PN // CD･･･③，PN＝$\frac{1}{2}$CD･･･④

①より，平行線の同位角は等しいので，∠MPD＝∠ABP＝20°

③より，平行線の同位角は等しいので，∠BPN＝∠BDC＝60° で，

∠NPD＝180° −60° ＝120°

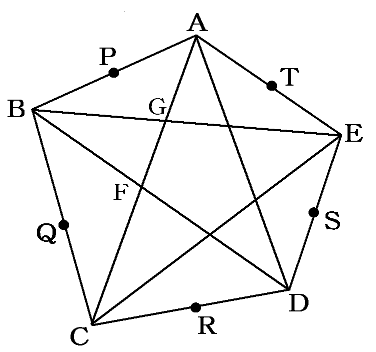
よって，∠NPM＝∠NPD＋∠MPD＝120° ＋20° ＝140° ･･･⑤

次に，仮定より AB＝CD なので，②，④より，PM＝PN となり，△PMN は二等辺三角形になる。よって，∠PMN＝∠PNM･･･⑥

⑤，⑥より∠PMN＝(180° −140°)÷2＝20° となる。

[問題](2 学期期末)

右の図は，五角形 ABCDE に 5 本の対角線をひいたものであり，∠ACE＝34°，∠CEB＝42°，∠EBD＝30° である。また，点 F は対角線 AC と BD の交点であり，5 点 P，Q，R，S，T は，それぞれ辺 AB，BC，CD，DE，EA の中点である。次の各問いに答えよ。



(1) ∠AFD の大きさを求めよ。

(2) 5 本の対角線の長さの和が

AC＋CE＋EB＋BD＋DA＝36cm

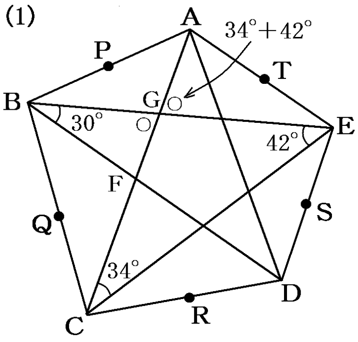
のとき，5 点 P，Q，R，S，T を結んでできる。五角形 PQRST の周の長さ PQ＋QR＋RS＋ST＋TP を求めよ。

[解答欄]

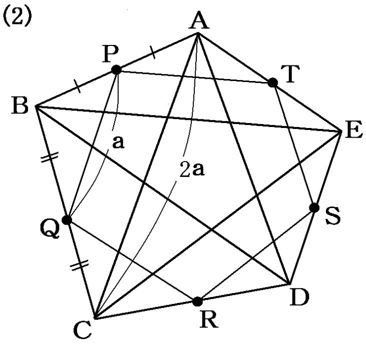
(1)	(2)

[ヒント]

(1)



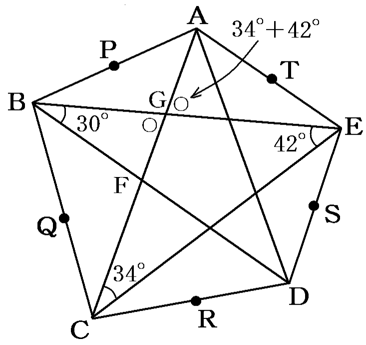
(2)



[解答](1) 106°　(2) 18cm

[解説]

(1) 三角形の 2 つの内角の和は他の外角に等しい。



△CEG に注目すると，

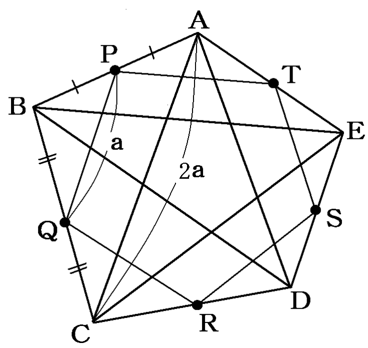
∠AGE＝∠GCE＋∠GEC＝34°＋42°＝76°

対頂角は等しいので∠BGF＝∠AGE＝76°

△BFG に注目すると，

∠AFD＝∠FBG＋∠BGF＝30°＋76°＝106°

(2) △BAC について，P，Q はそれぞれ辺 BA，BC の中点



なので，中点連結定理より PQ＝$\frac{1}{2}$AC

同様に，QR＝$\frac{1}{2}$BD，RS＝$\frac{1}{2}$CE，ST＝$\frac{1}{2}$DA，

TP＝$\frac{1}{2}$EB

よって，PQ＋QR＋RS＋ST＋TP

$=\frac{1}{2}(\mathrm{AC}+\mathrm{BD}+\mathrm{CE}+\mathrm{DA}+\mathrm{EB})=\frac{1}{2}\times 36=18\mathrm{cm}$

【FdData 中間期末製品版のご案内】
詳細は，[FdData 中間期末ホームページ]に掲載（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）
◆印刷・編集
この PDF ファイルは，FdData 中間期末を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 中間期末は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。
◆FdData 中間期末の特徴
中間期末試験で成績を上げる秘訣は過去問を数多く解くことです。FdData 中間期末は，実際に全国の中学校で出題された試験問題をワープロデータ(Word 文書)にした過去問集です。各教科(社会・理科・数学)約 1800～2100 ページと豊富な問題を収録しているため，出題傾向の 90%以上を網羅しております。
FdData 中間期末を購入いただいたお客様からは,「市販の問題集とは比べものにならない質の高さですね。子どもが受けた今回の期末試験では，ほとんど同じような問題が出て今までにないような成績をとることができました。」,「製品の質の高さと豊富な問題量に感謝します。試験対策として，塾の生徒に FdData の膨大な問題を解かせたところ，成績が大幅に伸び過去最高の得点を取れました。」などの感想をいただいております。
◆サンプル版と製品版の違い
ホームページ上に掲載しておりますサンプルは，印刷はできませんが，製品の全内容を掲載しており，どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。しかし，FdData 中間期末がその本来の力を発揮するのは印刷ができる製品版においてです。印刷した問題を，鉛筆を使って一問一問解き進むことで，大きな学習効果を得ることができます。さらに，製品版は，すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」，編集に適した「問題解答一体形式」，暗記分野で効果を発揮する「一問一答形式」(理科と社会)の 3 形式を含んでいますので，目的に応じて活用することができます。
※FdData 中間期末の特徴(QandA 方式) ([Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ)
◆FdData 中間期末製品版(Word 版)の価格(消費税込み)
※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学 1 年，数学 2 年，数学 3 年：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)
理科 1 年，理科 2 年，理科 3 年：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)
社会地理，社会歴史，社会公民：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)
※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。
◆ご注文は，メール(info2@fdtext.com)，または電話(092-811-0960)で承っております。
※注文→インストール→編集･印刷の流れ，※注文メール記入例　([Shift]＋左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail： info2@fdtext.com　 Tel ：092-811-0960