

【FdData 中間期末：中学数学 3 年：相似な図形の計量】

[\[面積比基本\]](#) / [\[面積比応用①\]](#) / [\[面積比応用②\]](#) / [\[体積比基本\]](#) / [\[体積比応用\]](#) / [\[縮図\]](#) / [\[近似値\]](#) / [FdData 中間期末製品版のご案内](#)

[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#) 掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧

※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

数学：[\[数学 1 年\]](#)、[\[数学 2 年\]](#)、[\[数学 3 年\]](#) ((Shift)+左クリック)

理科：[\[理科 1 年\]](#)、[\[理科 2 年\]](#)、[\[理科 3 年\]](#) ((Shift)+左クリック)

社会：[\[社会地理\]](#)、[\[社会歴史\]](#)、[\[社会公民\]](#) ((Shift)+左クリック)

※全内容を掲載しておりますが、印刷はできないように設定しております

【】 相似比と面積比

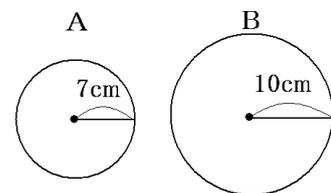
【】 面積比基本

[相似比 $a : b \rightarrow$ 面積比 $a^2 : b^2$]

[問題](3 学期)

右の図の 2 つの円 A, B について、次の各問いに答えよ。

- (1) A, B の円の相似比を求めよ。
- (2) A, B の円の面積をそれぞれ求めよ。
- (3) 面積の比を求めよ。



[解答欄]

| | | |
|-----|------|---|
| (1) | (2)A | B |
| (3) | | |

[解答](1) $7 : 10$ (2)A $49\pi \text{ cm}^2$ B $100\pi \text{ cm}^2$ (3) $49 : 100$

[解説]

(1) 円 A, B の半径の比が $7 : 10$ なので、相似比は $7 : 10$ である。

(2) (A の円の面積) $= \pi \times 7^2 = 49\pi \text{ (cm}^2\text{)}$,

(B の円の面積) $= \pi \times 10^2 = 100\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

(3) (A の円の面積) : (B の円の面積) $= 49\pi : 100\pi = 49 : 100$

2 つの円の相似比が $7 : 10$ のとき、面積比は $7^2 : 10^2 = 49 : 100$ になる。

一般に、2 つの相似な図形の相似比が $a : b$ のとき、面積比は $a^2 : b^2$ となる。

<Point>

相似比 $a : b \rightarrow$ 面積比 $a^2 : b^2$

[問題](2 学期期末)

2 つの相似な図形で、相似比が $7 : 3$ のとき、次の各問いに答えよ。

(1) 周の長さの比を求めよ。

(2) 面積比を求めよ。

[解答欄]

| | |
|-----|-----|
| (1) | (2) |
|-----|-----|

[ヒント]

相似比 $a : b \rightarrow$ 面積比 $a^2 : b^2$

[解答](1) $7 : 3$ (2) $49 : 9$

[解説]

(1) 周の長さの比は相似比と等しくなるので、 $7 : 3$

(2) 相似比が $7 : 3$ のとき、面積比は $7^2 : 3^2 = 49 : 9$ となる。

[問題](後期中間)

相似な 2 つの平面図形 A, B の相似比が $2 : 5$ で、A の面積が 24cm^2 である。B の面積を求めよ。

[解答欄]

| |
|--|
| |
|--|

[ヒント]

相似比 $2 : 5 \rightarrow$ 面積比 $2^2 : 5^2$

[解答] 150cm^2

[解説]

A, B の相似比が $2 : 5$ であるので、面積比は、

(A の面積) : (B の面積) = $2^2 : 5^2 = 4 : 25$

A の面積が 24cm^2 であるので、 $24 : (\text{B の面積}) = 4 : 25$

比で、内項の積は外項の積に等しいので、 $(\text{B の面積}) \times 4 = 24 \times 25$

よって、 $(\text{B の面積}) = 24 \times 25 \div 4 = 150(\text{cm}^2)$

[問題](2 学期期末)

相似な 2 つの円 P, Q があり, その面積比は 5 : 8 である。この 2 つの円 P, Q の半径の比を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

面積比 $a : b \rightarrow$ 相似比 $\sqrt{a} : \sqrt{b}$

[解答] $\sqrt{5} : 2\sqrt{2}$

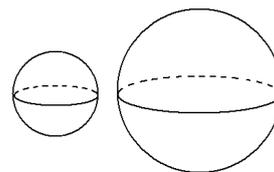
[解説]

面積比が 5 : 8 なので, 相似比は $\sqrt{5} : \sqrt{8} = \sqrt{5} : 2\sqrt{2}$

[表面積比]

[問題](3 学期)

右の図のような, 2 つの球がある。2 つの球の半径は, 2cm と 5cm である。小さい球の表面積を S, 大きい球の表面積を S' とするとき, S ; S' を最も簡単な整数の比で求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

相似な立体の相似比が $a : b$ のとき, 表面積比は $a^2 : b^2$ となる。

[解答] 4 : 25

[解説]

(球の表面積) $= 4\pi \times (\text{半径})^2$ なので,

$$S = 4\pi \times 2^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}, \quad S' = 4\pi \times 5^2 = 100\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって, $S ; S' = 16\pi : 100\pi = 4 : 25$

一般に, 相似な立体の相似比が $a : b$ のとき, 表面積比は $a^2 : b^2$ となる。

<Point>

立体の相似比 $a : b \rightarrow$ 表面積比 $a^2 : b^2$

[問題](2 学期期末)

球の半径を $\frac{1}{2}$ 倍にすると、表面積はもとの球の何倍になるか。

[解答欄]

[解答] $\frac{1}{4}$ 倍

[解説]

立体の相似比 $a : b \rightarrow$ 表面積比 $a^2 : b^2$ なので、

球の半径を $\frac{1}{2}$ 倍にすると、表面積は $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 倍になる。

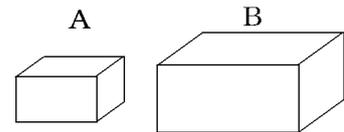
[問題](2 学期期末)

右の図の立体 A と B は相似で、相似比が $3 : 5$ である。

A の表面積が 180cm^2 のとき B の表面積を求めよ。

[解答欄]

[解答] 500cm^2



[解説]

立体 A と B は相似で、相似比が $3 : 5$ なので、表面積比は $3^2 : 5^2 = 9 : 25$ となる。

よって、(A の表面積) : (B の表面積) = $9 : 25$

A の表面積は 180cm^2 なので、 $180 : (\text{B の表面積}) = 9 : 25$

比で、内項の積は外項の積に等しいので、

$$(\text{B の表面積}) \times 9 = 180 \times 25$$

よって、(B の表面積) = $180 \times 25 \div 9 = 500(\text{cm}^2)$

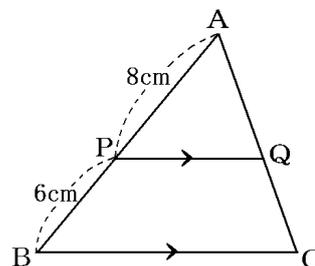
【】面積比応用①

[平行線と三角形など]

[問題](2 学期期末)

右の図で、 $PQ \parallel BC$ 、 $AP=8\text{cm}$ 、 $PB=6\text{cm}$ であるとき、次の各問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ の面積の比を求めよ。
 (2) $\triangle APQ$ と台形 $PBCQ$ の面積の比を求めよ。



[解答欄]

| | |
|-----|-----|
| (1) | (2) |
|-----|-----|

[ヒント]

$PQ \parallel BC$ なので、 $\triangle ABC \sim \triangle APQ$ である。

$\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ の相似比は、 $AB : AP = (8+6) : 8 = 14 : 8 = 7 : 4$

相似比 \rightarrow $\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ の面積比

[解答](1) $49 : 16$ (2) $16 : 33$

[解説]

(1) $PQ \parallel BC$ なので、 $\triangle ABC \sim \triangle APQ$ である(2角が等しいから)。

$\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ の相似比は $AB : AP = (8+6) : 8 = 14 : 8 = 7 : 4$

面積比は相似比の2乗になるので、

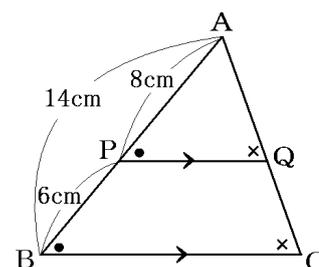
$(\triangle ABC \text{ の面積}) : (\triangle APQ \text{ の面積}) = 7^2 : 4^2 = 49 : 16$

(2) $(\triangle ABC \text{ の面積}) : (\triangle APQ \text{ の面積}) = 49 : 16$ なので、

$(\triangle ABC \text{ の面積}) = 49a$ とすると、 $(\triangle APQ \text{ の面積}) = 16a$ となる。

$(\text{台形 } PBCQ \text{ の面積}) = (\triangle ABC \text{ の面積}) - (\triangle APQ \text{ の面積}) = 49a - 16a = 33a$

よって、 $(\triangle APQ \text{ の面積}) : (\text{台形 } PBCQ \text{ の面積}) = 16a : 33a = 16 : 33$



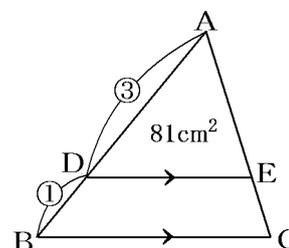
[問題](2 学期期末)

右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 BC に平行な直線が辺 AB 、 AC とそれぞれ点 D 、 E で交わっており、 $AD : DB = 3 : 1$ である。 $\triangle ADE$ の面積が 81cm^2 のとき四角形 $DBCE$ の面積を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ で、相似比($AB : AD$)から面積比を求める。



[解答]63cm²

[解説]

DE // BC なので、 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ である。

AD : DB = 3 : 1 なので、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ の相似比は、

AB : AD = (3+1) : 3 = 4 : 3 である。

面積比は相似比の 2 乗になるので、

$$(\triangle ABC \text{ の面積}) : (\triangle ADE \text{ の面積}) = 4^2 : 3^2 = 16 : 9$$

($\triangle ADE$ の面積) = 81cm² なので、

$$(\triangle ABC \text{ の面積}) : 81 = 16 : 9$$

比で、外項の積は内項の積に等しいので、

$$(\triangle ABC \text{ の面積}) \times 9 = 81 \times 16$$

よって、($\triangle ABC$ の面積) = $81 \times 16 \div 9 = 144(\text{cm}^2)$

したがって、(四角形 DBCE の面積) = ($\triangle ABC$ の面積) - ($\triangle ADE$ の面積) = $144 - 81 = 63(\text{cm}^2)$

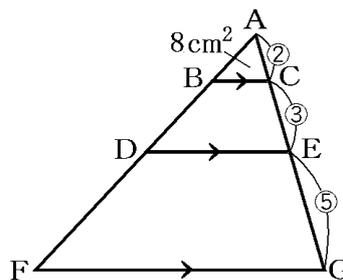
[問題](後期中間)

右図で、BC // DE // FG で、AC : CE : EG = 2 : 3 : 5
である。 $\triangle ABC$ の面積を 8cm² とするとき、台形 DFGE
の面積を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

BC // DE // FG なので、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ と $\triangle AFG$ は互いに相似で、相似比は、
AC : AE : AG = 2 : (2+3) : (2+3+5) = 2 : 5 : 10 である。



[解答]150cm²

[解説]

BC // DE // FG なので、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ と $\triangle AFG$ は互いに相似である。

AC : AE : AG = 2 : (2+3) : (2+3+5) = 2 : 5 : 10 なので、

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ と $\triangle AFG$ の面積比は、 $2^2 : 5^2 : 10^2 = 4 : 25 : 100$ になる。

したがって、($\triangle ABC$ の面積) : (台形 DFGE の面積) = 4 : (100 - 25) = 4 : 75

($\triangle ABC$ の面積) = 8cm² なので、

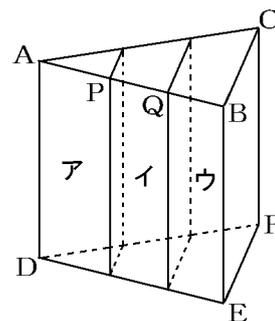
$$8 : (\text{台形 DFGE の面積}) = 4 : 75$$

比で、内項の積は外項の積に等しいので、

$$(\text{台形 DFGE の面積}) \times 4 = 8 \times 75, (\text{台形 DFGE の面積}) = 8 \times 75 \div 4 = 150(\text{cm}^2)$$

[問題](入試問題)

点 A, B, C, D, E, F を頂点とする三角柱がある。図のように、辺 AB を 3 等分する点を、それぞれ、P, Q とし、点 P, Q を通って、側面 BEFC に平行な面で切って、3 つの角柱ア, イ, ウをつくる。このとき、角柱アの体積と角柱ウの体積の比を求めよ。



(佐賀県)

[解答欄]

[ヒント]

アの三角柱, ア+イの三角柱, ア+イ+ウの三角柱の底面の三角形は、それぞれ相似で、相似比は 1 : 2 : 3 である。相似比より底面積の比を求めることができる。

3 つの三角柱の高さは同じであるので、体積比は底面積の比と同じになる。

[解答] 1 : 5

[解説]

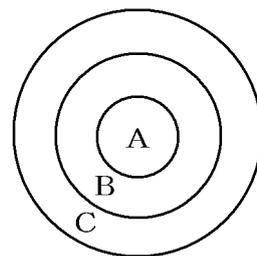
アの三角柱, ア+イの三角柱, ア+イ+ウの三角柱の底面の三角形は、それぞれ相似で、相似比は 1 : 2 : 3 である。したがって、底面積の比は $1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$ になる。

3 つの三角柱の高さは同じであるので、体積比も 1 : 4 : 9 になる。

(アの三角柱の体積) : (ア+イの三角柱の体積) : (ア+イ+ウの三角柱の体積) = 1 : 4 : 9 なので、(アの体積) : (イの体積) : (ウの体積) = 1 : (4-1) : (9-4) = 1 : 3 : 5 になる。

[問題](2 学期期末)

右の図のように、円の中心が同じで、半径が 10cm, 20cm, 30cm の 3 つの円がある。このとき C の部分の面積は B の部分の面積の何倍になるか。



[解答欄]

[ヒント]

3 つの円は互いに相似で、相似比は $10 : 20 : 30 = 1 : 2 : 3$ なので、面積比は $1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$ になる。

[解答] $\frac{5}{3}$ 倍

[解説]

3つの円は互いに相似で、相似比は $10 : 20 : 30 = 1 : 2 : 3$ なので、

面積比は $1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$ になる。

したがって、 $(A \text{ の面積}) : (B \text{ の面積}) : (C \text{ の面積}) = 1 : (4-1) : (9-4) = 1 : 3 : 5$

よって、Cの面積はBの面積の $\frac{5}{3}$ 倍になる。

[平行四辺形]

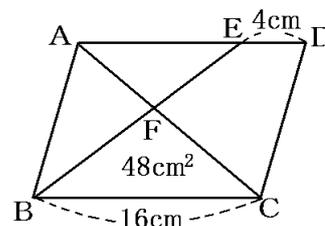
[問題](後期中間)

右の図の平行四辺形において、 $\triangle BCF$ の面積が 48cm^2 のとき、 $\triangle EAF$ の面積を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]

$AE \parallel BC$ なので $\triangle EAF$ の $\triangle BCF$ で、相似比は $AE : CB = (16-4) : 16 = 3 : 4$



[解答] 27cm^2

[解説]

$AD = BC = 16\text{cm}$ なので、 $AE = 16 - 4 = 12(\text{cm})$

$AE \parallel BC$ なので $\triangle EAF$ の $\triangle BCF$ で、相似比は $AE : CB = 12 : 16 = 3 : 4$

したがって、面積比は、 $3^2 : 4^2 = 9 : 16$

よって、 $(\triangle EAF \text{ の面積}) : (\triangle BCF \text{ の面積}) = 9 : 16$

$\triangle BCF$ の面積が 48cm^2 なので、

$(\triangle EAF \text{ の面積}) : 48 = 9 : 16$

比の外項の積は内項の積に等しいので、

$(\triangle EAF \text{ の面積}) \times 16 = 48 \times 9$

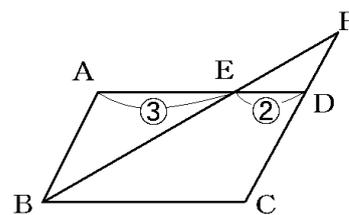
$(\triangle EAF \text{ の面積}) = 48 \times 9 \div 16 = 27(\text{cm}^2)$

[問題](2学期期末)

右図の平行四辺形 $ABCD$ において、 AD を $3 : 2$ に分ける点を E とする。 BE 、 CD を延長し、その交点を F とするとき、次の各問いに答えよ。

(1) $\triangle ABE$ と $\triangle DFE$ の面積比を求めよ。

(2) $\triangle DFE$ と台形 $EBCD$ の面積比を求めよ。

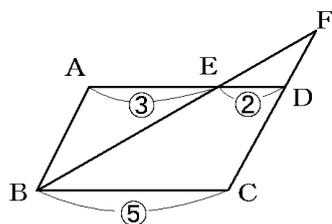


[解答欄]

| | |
|-----|-----|
| (1) | (2) |
|-----|-----|

[ヒント]

(2)

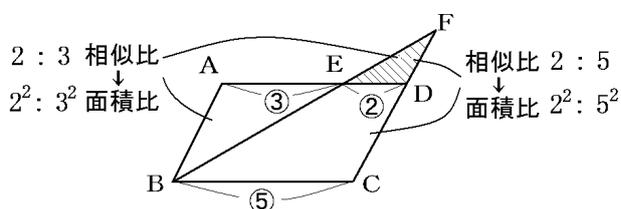


[解答](1) 9 : 4 (2) 4 : 21

[解説]

(1) $AB \parallel DF$ なので、

$\triangle ABE \sim \triangle DFE$ である。AE と DE は対応する辺なので、2 つの三角形の相似比は、 $AE : DE = 3 : 2$ になる。したがって、面積比は、 $3^2 : 2^2 = 9 : 4$ になる。



(2) $ED \parallel BC$ なので、 $\triangle DFE \sim \triangle CFB$ である。

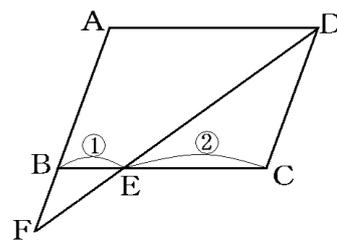
ED と BC は対応する辺なので、2 つの三角形の相似比は、

$ED : BC = 2 : (2 + 3) = 2 : 5$ となる。したがって、面積比は $2^2 : 5^2 = 4 : 25$ となる。

よって、 $(\triangle DFE \text{ の面積}) : (\text{台形 } EBCD \text{ の面積}) = 4 : (25 - 4) = 4 : 21$

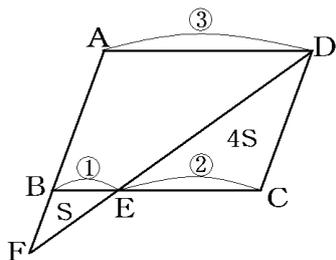
[問題](2 学期期末)

右の図の平行四辺形 ABCD で、辺 BC 上に点 E を、 $BE : EC = 1 : 2$ となるようにとり、AB の延長と DE の延長との交点を F とする。平行四辺形 ABCD の面積が 72cm^2 のとき、 $\triangle FBE$ の面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] 6cm^2

[解説]

$BE : EC = 1 : 2$ で, $AD = BC = BE + EC$ なので,

$BE : EC : AD = 1 : 2 : 3$ である。

$BE \parallel AD$ なので, $\triangle FBE \sim \triangle FAD$ で,

相似比は, $BE : AD = 1 : 3$ なので,

$$(\triangle FBE \text{ の面積}) : (\triangle FAD \text{ の面積}) = 1^2 : 3^2 = 1 : 9$$

よって, $\triangle FBE$ の面積を S とすると, $(\triangle FAD \text{ の面積}) = 9S$ したがって,

$$(\text{四角形 } ABED \text{ の面積}) = (\triangle FAD \text{ の面積}) - (\triangle FBE \text{ の面積}) = 9S - S = 8S \cdots \textcircled{1}$$

同様にして, $\triangle FBE \sim \triangle CDE$ で, 相似比は $1 : 2$ なので,

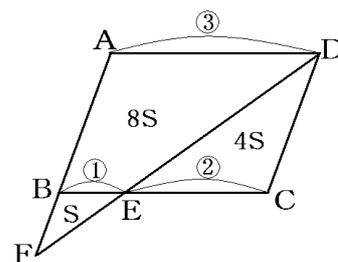
$$(\triangle FBE \text{ の面積}) : (\triangle CDE \text{ の面積}) = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$$

$$\text{よって, } (\triangle CDE \text{ の面積}) = (\triangle FBE \text{ の面積}) \times 4 = S \times 4 = 4S \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } (\text{平行四角形 } ABCD \text{ の面積}) = 8S + 4S = 12S$$

平行四角形 $ABCD$ の面積が 72cm^2 なので, $12S = 72$

したがって, $S = 72 \div 12 = 6(\text{cm}^2)$



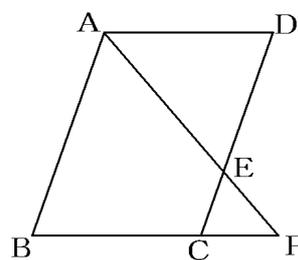
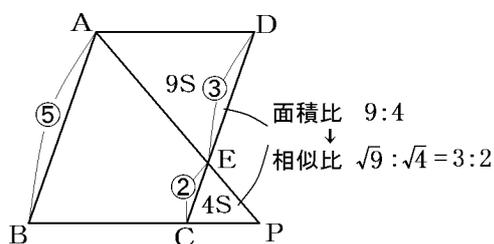
[問題](入試問題)

右図において, 四角形 $ABCD$ は平行四角形である。
 $\triangle AED$ と $\triangle PEC$ の面積比が $9 : 4$ のとき, 平行四角形
 $ABCD$ と台形 $ABCE$ の面積比を求めよ。

(香川県)

[解答欄]

[ヒント]



[解答] $10 : 7$

[解説]

AD // CP なので、 $\triangle AED \sim \triangle PEC$

面積比が 9 : 4 なので、相似比は $\sqrt{9} : \sqrt{4} = 3 : 2$

よって、 $DE : CE = 3 : 2$

AB = CD = DE + CE なので、

$DE : CE : AB = 3 : 2 : (3+2) = 3 : 2 : 5$

ここで、 $\triangle PEC$ の面積を 4S とおく。

(S とおいてもよいが、分数で計算が少し面倒になる)

$\triangle AED : \triangle PEC = 9 : 4$ なので、 $\triangle AED = 9S$

EC // AB なので、 $\triangle PEC \sim \triangle PAB$

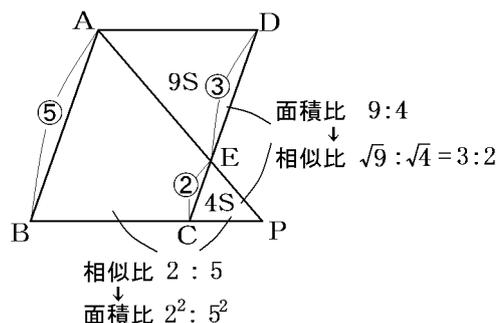
相似比は $EC : AB = 2 : 5$ なので、面積比は $2^2 : 5^2 = 4 : 25$

($\triangle PEC$ の面積) = 4S なので、($\triangle PAB$ の面積) = 25S

よって、(台形 ABCE の面積) = $25S - 4S = 21S$

(平行四辺形 ABCD の面積) = ($\triangle AED$ の面積) + (台形 ABCE の面積) = $9S + 21S = 30S$

以上より、(平行四辺形 ABCD の面積) : (台形 ABCE の面積) = $30S : 21S = 10 : 7$



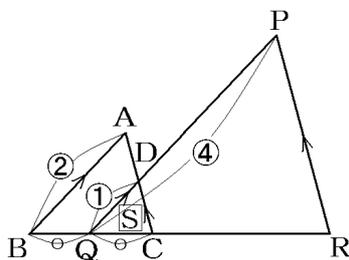
[問題](入試問題)

右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ であり、点 Q は辺 BC の中点で、点 R は辺 BC の延長上にある。また、点 D は辺 AC と辺 PQ との交点である。PQ = 2AB のとき、四角形 DCRP の面積は、四角形 ABQD の面積の何倍か。

(香川県)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]5 倍

[解説]

$\triangle DQC$ の面積を S として、残りの部分の面積を S で表すことを考える。まず、四角形 $ABQD$ について考える。

$\triangle ABC \sim \triangle PQR$ なので $AB \parallel DQ$ となり、 $\triangle CDQ \sim \triangle CAB$

Q が CB の中点なので相似比は $CQ : CB = 1 : 2$

面積比は相似比の 2 乗になるので、

$$(\triangle CDQ \text{ の面積}) : (\triangle CAB \text{ の面積}) = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$$

$$(\triangle CDQ \text{ の面積}) = S \text{ なので, } (\triangle CAB \text{ の面積}) = 4S$$

$$\text{よって, } (\text{四角形 } ABQD \text{ の面積}) = 4S - S = 3S \cdots \textcircled{1}$$

次に、四角形 $DCRP$ について考える。

$\triangle ABC \sim \triangle PQR$ なので $DC \parallel PR$ となり、 $\triangle QCD \sim \triangle QRP$

$$DQ : AB = 1 : 2, AB : PQ = 1 : 2 \text{ なので, } DQ : PQ = 1 : 4$$

よって、 $\triangle QCD$ と $\triangle QRP$ の相似比は $1 : 4$

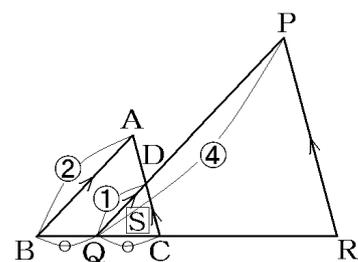
面積比は相似比の 2 乗になるので、

$$(\triangle QCD \text{ の面積}) : (\triangle QRP \text{ の面積}) = 1^2 : 4^2 = 1 : 16$$

$$(\triangle QCD \text{ の面積}) = S \text{ なので, } (\triangle QRP \text{ の面積}) = 16S$$

$$\text{よって, } (\text{四角形 } DCRP \text{ の面積}) = (\triangle QRP \text{ の面積}) - (\triangle QCD \text{ の面積}) = 16S - S = 15S \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } (\text{四角形 } DCRP \text{ の面積}) \div (\text{四角形 } ABQD \text{ の面積}) = 15S \div 3S = 5(\text{倍})$$



【】面積比応用②

[問題](2 学期期末)

右の図で、四角形 ABCD は $AD \parallel BC$ の台形で、対角線の交点を O とする。 $AD : BC = 3 : 5$ 、 $\triangle AOD$ の面積が 18cm^2 のとき、次の面積を求めよ。

- ① $\triangle COB$
- ② 台形 ABCD

[解答欄]

| | |
|---|---|
| ① | ② |
|---|---|

[ヒント]

② $\triangle COB \sim \triangle AOD$ で、相似比は $5 : 3$ なので、
 $CO : AO = 5 : 3$ $\triangle COB$ の底辺を CO 、 $\triangle AOB$ の底辺を AO とすると、高さは BH で共通なので、 $\triangle COB$ と $\triangle AOB$ の面積比は、底辺の比 $CO : AO = 5 : 3$ と等しくなる。

[解答]① 50cm^2 ② 128cm^2

[解説]

(1) $AD \parallel BC$ なので、 $\triangle AOD \sim \triangle COB$ で、相似比は $AD : BC = 3 : 5$
 よって、面積比は $3^2 : 5^2 = 9 : 25$ である。 $\triangle AOD$ の面積が 18cm^2 なので、

$$(\triangle COB \text{ の面積}) = 18(\text{cm}^2) \times \frac{25}{9} = 50(\text{cm}^2)$$

(2) $\triangle COB \sim \triangle AOD$ で、相似比は $5 : 3$ なので、
 $CO : AO = 5 : 3$

$\triangle COB$ の底辺を CO 、 $\triangle AOB$ の底辺を AO とすると、高さは BH で共通なので、 $\triangle COB$ と $\triangle AOB$ の面積比は、底辺の比 $CO : AO = 5 : 3$ と等しくなる。

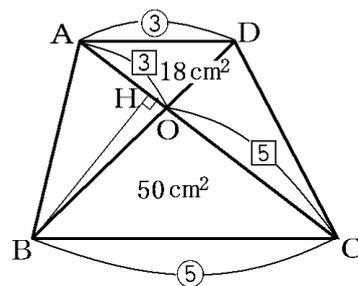
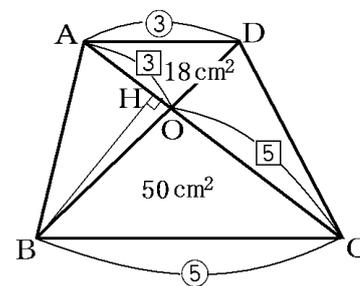
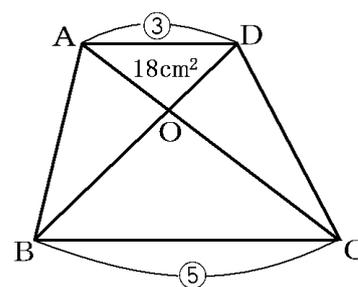
$$\text{よって、} (\triangle AOB \text{ の面積}) = (\triangle COB \text{ の面積}) \times \frac{3}{5}$$

$$= 50(\text{cm}^2) \times \frac{3}{5} = 30(\text{cm}^2)$$

同様にして、 $\triangle COB$ と $\triangle COD$ の面積比も $5 : 3$ になるので、

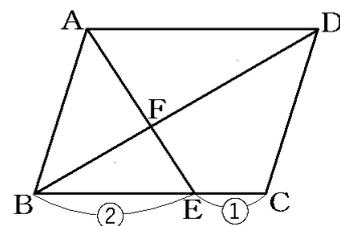
$$(\triangle COD \text{ の面積}) = 30(\text{cm}^2)$$

$$\text{よって、} (\text{台形 ABCD の面積}) = 18 + 50 + 30 + 30 = 128(\text{cm}^2)$$



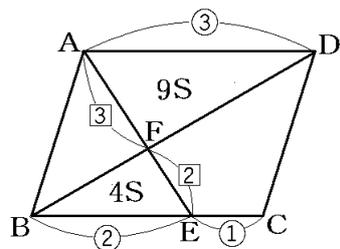
[問題](後期中間)

右の図の平行四辺形 ABCD で、辺 BC 上に $BE : EC = 2 : 1$ となるように点 E をとる。また、AE と BD の交点を F とするとき、 $\triangle BEF$ と平行四辺形 ABCD の面積の比を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $2 : 15$

[解説]

$AD \parallel BC$ なので、 $\triangle BEF \sim \triangle DAF$ で、

相似比は、 $BE : DA = 2 : (2+1) = 2 : 3$

したがって、 $\triangle BEF$ と $\triangle DAF$ の面積比は $2^2 : 3^2 = 4 : 9$ なので、

($\triangle BEF$ の面積) $= 4S$ とおくと、($\triangle DAF$ の面積) $= 9S$ となる。

($\triangle BEF$ の面積を S とおいてもよいが、($\triangle DAF$ の面積) $= \frac{9}{4}S$

と分数になって計算が少し面倒になる。)

次に、平行四辺形 ABCD の面積を S を使って表す。

$\triangle BAF$ と $\triangle BEF$ で、それぞれの底辺を AF 、 EF とすると、高さは共通なので、

$\triangle BAF$ と $\triangle BEF$ の面積比は、底辺の比 $AF : EF$ と等しくなる。

ところで、 $\triangle BEF \sim \triangle DAF$ で相似比が $2 : 3$ なので、 $AF : EF = 3 : 2$ である。

よって、($\triangle BAF$ の面積) : ($\triangle BEF$ の面積) $= 3 : 2$ になる。($\triangle BEF$ の面積) $= 4S$ なので、

($\triangle BAF$ の面積) : $4S = 3 : 2$

比の外項の積は内項の積に等しいので、

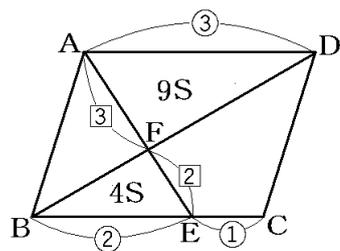
($\triangle BAF$ の面積) $\times 2 = 4S \times 3$ 、($\triangle BAF$ の面積) $= 4S \times 3 \div 2 = 6S$ となる。

(平行四辺形 ABCD の面積) $= (\triangle ABD$ の面積) $\times 2 = ((\triangle BAF$ の面積) $+ (\triangle ADF$ の面積)) $\times 2$

$= (6S + 9S) \times 2 = 30S$

したがって、

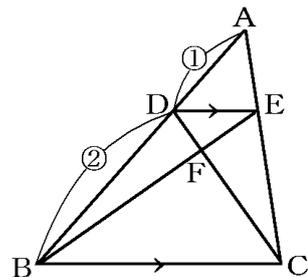
($\triangle BEF$ の面積) : (平行四辺形 ABCD の面積) $= 4S : 30S = 4 : 30 = 2 : 15$



[問題](2 学期期末)

右の図で、 $DE \parallel BC$ 、 $AD : DB = 1 : 2$ である。BE と CD の交点を F とするとき、次の各問いに答えよ。

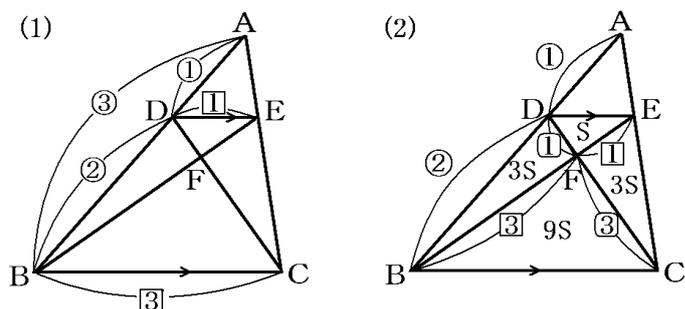
- (1) $\triangle EDF$ と $\triangle BCF$ の面積比を求めよ。
- (2) $\triangle EDF$ の面積が 8cm^2 のとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。



[解答欄]

| | |
|-----|-----|
| (1) | (2) |
|-----|-----|

[ヒント]



[解答](1) $1 : 9$ (2) 144cm^2

[解説]

(1) $DE \parallel BC$ なので、 $\triangle EDF \sim \triangle BCF$ である。

$DE \parallel BC$ なので、 $DE : BC = AD : AB = 1 : (1+2) = 1 : 3$

よって、 $\triangle EDF$ と $\triangle BCF$ の相似比は $1 : 3$ なので、
面積比は $1^2 : 3^2 = 1 : 9$

(2) $\triangle EDF$ の面積を S とおき、各部分の面積を S を使って表す。

(1)より、 $(\triangle BCF \text{ の面積}) = 9S$

$\triangle EDF$ と $\triangle ECF$ で、それぞれの底辺を DF 、 CF とすると高さは共通なので、 $\triangle EDF$ と $\triangle ECF$ の面積比は底辺の比 $1 : 3$ と等しくなる。

$\triangle EDF$ の面積が S なので、 $(\triangle ECF \text{ の面積}) = 3S$ となる。

$\triangle EDF$ と $\triangle BDF$ も同様に考えると、

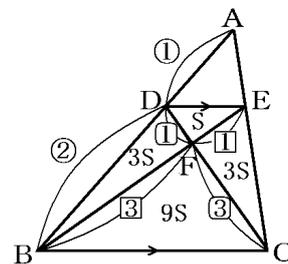
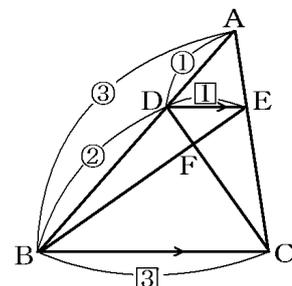
$(\triangle BDF \text{ の面積}) = 3S$ となる。

次に、 $\triangle EAD$ と $\triangle EBD$ で、それぞれの底辺を AD 、 BD とすると高さは共通なので、 $\triangle EAD$ と $\triangle EBD$ の面積比は底辺の比 $1 : 2$ と等しくなる。

$\triangle EBD$ の面積は、 $S + 3S = 4S$ なので、 $(\triangle EAD \text{ の面積}) = 4S \div 2 = 2S$ となる。

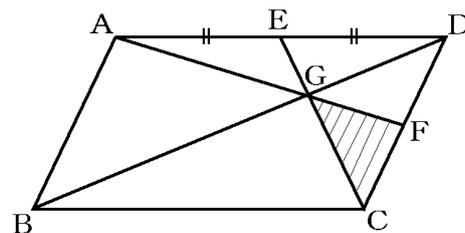
以上より、 $(\triangle ABC \text{ の面積}) = 2S + S + 3S + 3S + 9S = 18S$ となる。

$S = 8\text{cm}^2$ なので、 $18S = 18 \times 8 = 144(\text{cm}^2)$



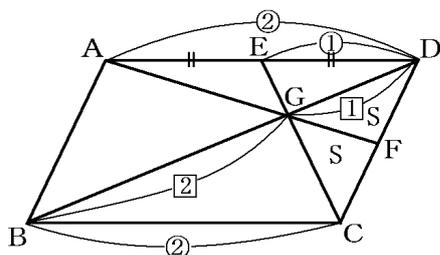
[問題](3 学期)

右の図は平行四辺形 ABCD で辺 AD の中点を E とする。線分 EC と対角線 BD との交点を G とし、A から点 G を通る直線を引き、辺 CD との交点を F とする。このとき、平行四辺形 ABCD の面積は $\triangle GCF$ の面積の何倍か。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]12 倍

[解説]

$ED \parallel BC$ なので、 $\triangle GDE \sim \triangle GBC$ である。

$BC = AD = 2DE$ なので、

$\triangle GDE$ と $\triangle GBC$ の相似比は $1 : 2$

したがって、 $GD : GB = 1 : 2$

次に、 $AB \parallel CD$ なので、 $\triangle GFD \sim \triangle GAB$ で、

相似比は $1 : 2$

よって、 $DF = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} DC$ で、 F は CD の中点になる。

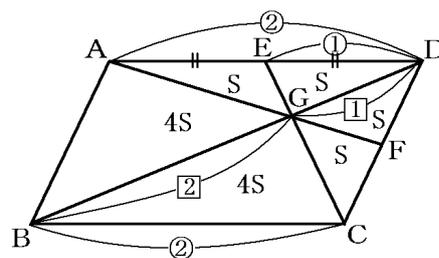
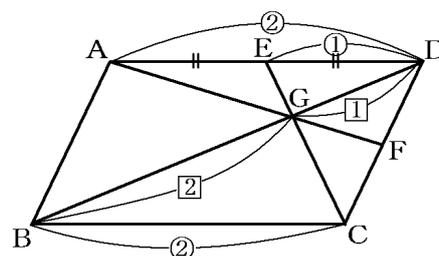
次に、 $\triangle GCF$ の面積を S とおいて、各部分の面積を S を使って表していく。 $\triangle GCF$ と $\triangle GDF$ で、 CF と DF をそれぞれの底辺とすると、 F は CD の中点なので、底辺の長さが等しくなる。高さは共通なので、この 2 つの三角形の面積は等しくなる。

よって、 $(\triangle GDF \text{ の面積}) = S$

次に、 $\triangle DEG$ と $\triangle DCG$ で、 EG と CG をそれぞれの底辺とすると、高さは共通なので、底辺の比が面積の比と等しくなる。 $EG : CG = 1 : 2$ なので、 $\triangle DEG$ と $\triangle DCG$ の面積比は $1 : 2$ となる。 $(\triangle DCG \text{ の面積}) = S + S = 2S$ なので、 $(\triangle DEG \text{ の面積}) = 2S \div 2 = S$

次に、 $\triangle DEG$ と $\triangle AEG$ で、 $AE = DE$ なので、

$(\triangle AEG \text{ の面積}) = (\triangle DEG \text{ の面積}) = S$



次に、 $\triangle GBA \sim \triangle GDF$ で、相似比が $2 : 1$ なので、面積比は $2^2 : 1 = 4 : 1$ になる。

よって、 $(\triangle GBA \text{ の面積}) = 4S$

次に、 $\triangle BCG \sim \triangle DEG$ で、相似比が $2 : 1$ なので、面積比は $2^2 : 1 = 4 : 1$ になる。

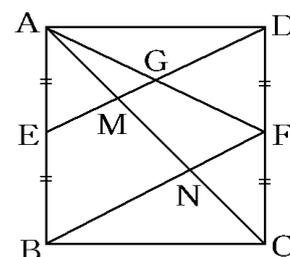
よって、 $(\triangle BCG \text{ の面積}) = 4S$

以上より、 $(\text{平行四辺形 } ABCD \text{ の面積}) = S + S + S + S + 4S + 4S = 12S$

よって、平行四辺形 $ABCD$ の面積は $\triangle GCF$ の面積の 12 倍になる。

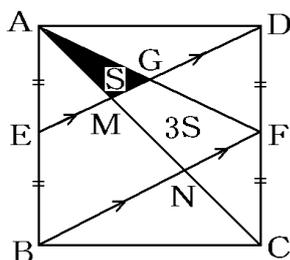
[問題](後期中間)

右の図の正方形 $ABCD$ で、辺 AB , CD の中点をそれぞれ E , F , AF と ED の交点を G , 対角線 AC と ED , BF の交点をそれぞれ M , N とする。このとき、四角形 $GMNF$ の面積は正方形 $ABCD$ の面積の何倍になるか求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\frac{1}{8}$ 倍

[解説]

まず、 $ED \parallel BF$, $AM = MN = NC$ になることに注目する。

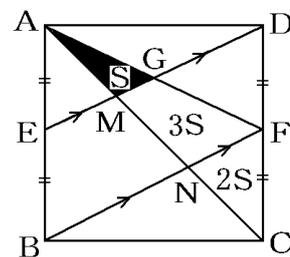
最初に、 $ED \parallel BF$, $AM = MN = NC$ になる理由を説明する。

四角形 $BFDE$ は、 $EB \parallel DF$ で $EB = DF$ で平行四辺形なので、 $ED \parallel BF$ になる。 $\triangle AEM$ と $\triangle ABN$ は $EM \parallel BN$ なので相似で、相似比 $1 : 2$ となり、 $AM = MN$ となる。

また $\triangle ABN$ と $\triangle CFN$ も相似で相似比は $2 : 1$ なので、 $AN : NC = 2 : 1$

よって、 $AM = MN = NC$ になる。

次に、 $\triangle AMG$ の面積を S として、四角形 $GMNF$ の面積と正方形 $ABCD$ の面積を S で表すことにする。



MG // NF なので、 $\triangle AMG$ と $\triangle ANF$ は相似で、相似比は $AM : AN = 1 : 2$ である。

相似な図形の面積比は相似比の 2 乗になるので、

$(\triangle AMG \text{ の面積}) : (\triangle ANF \text{ の面積}) = 1 : 2^2 = 1 : 4$ なので、 $(\triangle ANF \text{ の面積}) = 4S$

よって、 $(\text{四角形 GMNF の面積}) = 4S - S = 3S$

次に、 $\triangle FAC$ で $AN : NC = 2 : 1$ なので、

$\triangle FAN$ と $\triangle FNC$ は高さが共通で底辺の比が $2 : 1$ なので、面積比は $2 : 1$ になる。

$\triangle FAN$ の面積は $4S$ なので、 $\triangle FNC$ の面積は $4S \div 2 = 2S$ となる。

以上より、 $(\triangle FAC \text{ の面積}) = S + 3S + 2S = 6S$

$(\triangle DAC \text{ の面積}) = (\triangle FAC \text{ の面積}) \times 2 = 6S \times 2 = 12S$

$(\text{正方形 ABCD の面積}) = (\triangle DAC \text{ の面積}) \times 2 = 12S \times 2 = 24S$

よって、四角形 GMNF の面積 $3S$ は、正方形の面積 $24S$ の、 $\frac{3S}{24S} = \frac{1}{8}$ 倍になる。

【】 相似比と体積比

【】 体積比基本

[問題](2 学期期末)

相似比が $a : b$ の相似な 2 つの三角錐がある。これらの三角錐の体積の比を求めよ。

[解答欄]

| |
|--|
| |
|--|

[ヒント]

2 つの相似な立体があり、相似比が $a : b$ なら、体積比は $a^3 : b^3$ となる。

[解答] $a^3 : b^3$

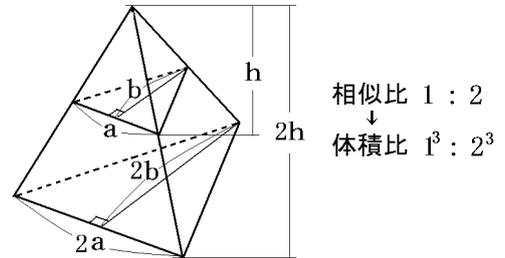
[解説]

<Point> 相似比 $a : b \rightarrow$ 体積比 $a^3 : b^3$

たとえば、右図のように、2 つの相似な三角錐があり、相似比は $1 : 2$ であるとする。

小さい三角錐の底面の三角形の底辺を a 、高さを b とすると、大きい三角錐の底面の三角形の底辺は $2a$ 、高さは $2b$ となる。

また、小さい三角錐の頂点から底面におろした高さを h とすると、大きい三角錐の高さは $2h$ になる。



$$(\text{小さい三角錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) \times h = \frac{1}{6} abh$$

$$(\text{大きい三角錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 2a \times 2b\right) \times 2h = \frac{8}{6} abh$$

すなわち、大きい三角錐の体積は、小さい三角錐の $\frac{8}{6} abh \div \frac{1}{6} abh = 8 = 2^3$ (倍) になり、体積比は、 $1^3 : 2^3$ となる。

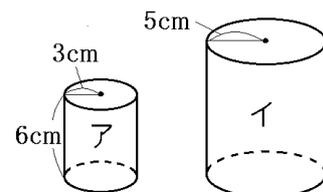
一般に、2 つの相似な立体があり、相似比が $a : b$ なら、体積比は $a^3 : b^3$ となる。

[問題](3 学期)

右の図のような相似である 2 つの円柱ア、イがある。

このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 円柱ア、イの表面積の比を求めよ。
- (2) 円柱ア、イの体積の比を求めよ。



[解答欄]

| | |
|-----|-----|
| (1) | (2) |
|-----|-----|

[ヒント]

相似比が $a : b$ なら表面積比は $a^2 : b^2$ である。

相似比が $a : b$ なら体積比は $a^3 : b^3$ である。

[解答](1) $9 : 25$ (2) $27 : 125$

[解説]

(1) 相似比が $a : b$ なら表面積比は $a^2 : b^2$ である。

アとイの相似比は半径に注目すると、 $3 : 5$ である。

したがって、(アの表面積) : (イの表面積) = $3^2 : 5^2 = 9 : 25$ である。

(2) 相似比が $a : b$ なら体積比は $a^3 : b^3$ である。

したがって、(アの体積) : (イの体積) = $3^3 : 5^3 = 27 : 125$ である。

[問題](2 学期期末)

相似な 2 つの円柱 F, G があり、底面の円の半径は、それぞれ、2cm, 3cm である。次の各問いに答えよ。

(1) F と G の側面積の比を求めよ。

(2) F と G の体積の比を求めよ。

(3) F の高さが 4cm のとき、G の体積を求めよ。

[解答欄]

| | | |
|-----|-----|-----|
| (1) | (2) | (3) |
|-----|-----|-----|

[解答](1) $4 : 9$ (2) $8 : 27$ (3) $54\pi \text{ cm}^3$

[解説]

(1) 相似比が $a : b$ なら面積比は $a^2 : b^2$ である。側面積比は面積比に等しい。

F と G の相似比は半径に注目すると、 $2 : 3$ である。

したがって、(F の側面積) : (G の側面積) = $2^2 : 3^2 = 4 : 9$ である。

(2) 相似比が $a : b$ なら体積比は $a^3 : b^3$ である。

したがって、(F の体積) : (G の体積) = $2^3 : 3^3 = 8 : 27$ である。

(3) まず、F の体積を求める。円柱 F の底面の半径は 2cm, 高さは 4cm なので、

(F の底面の面積) = $\pi r^2 = \pi \times 2^2 = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

したがって、(F の体積) = (底面積) \times (高さ) = $4\pi \text{ (cm}^2\text{)} \times 4 \text{ (cm)} = 16\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

(2)より、(F の体積) : (G の体積) = $8 : 27$ なので、 $16\pi : (\text{G の体積}) = 8 : 27$

比の内項の積は外項の積に等しいので、(G の体積) $\times 8 = 16\pi \times 27$

よって、(G の体積) = $16\pi \times 27 \div 8 = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

[問題](2 学期期末)

相似な 2 つの円柱 P, Q があり, 相似比は 2 : 3 である。Q の体積が $135\pi\text{cm}^3$ のとき, P の体積を求めよ。

[解答欄]

| |
|--|
| |
|--|

[解答] $40\pi\text{cm}^3$

[解説]

相似比が $a : b$ なら体積比は $a^3 : b^3$ である。

したがって, (P の体積) : (Q の体積) = $2^3 : 3^3 = 8 : 27$ である。

Q の体積は $135\pi\text{cm}^3$ なので, (P の体積) : $135\pi = 8 : 27$

比の外項の積は内項の積に等しいので, (P の体積) $\times 27 = 135\pi \times 8$

よって, (P の体積) = $135\pi \times 8 \div 27 = 40\pi(\text{cm}^3)$

[問題](後期中間)

2 つの相似な三角錐 P, Q があり, その相似比は 3 : 5 である。このとき, 次の各問いに答えよ。

(1) P と Q の表面積の比を求めよ。

(2) P の体積が 54cm^3 のとき, Q の体積を求めよ。

[解答欄]

| | |
|-----|-----|
| (1) | (2) |
|-----|-----|

[解答](1) $9 : 25$ (2) 250cm^3

[解説]

(1) 相似比が $a : b$ なら表面積比は $a^2 : b^2$ である。

P, Q の相似比は 3 : 5 なので, 表面積の比は, $3^2 : 5^2 = 9 : 25$ である。

(2) 相似比が $a : b$ なら体積比は $a^3 : b^3$ である。

したがって, (P の体積) : (Q の体積) = $3^3 : 5^3 = 27 : 125$ である。

P の体積は 54cm^3 なので, $54 : (\text{Q の体積}) = 27 : 125$

比の内項の積は外項の積に等しいので, (Q の体積) $\times 27 = 54 \times 125$

よって, (Q の体積) = $54 \times 125 \div 27 = 250(\text{cm}^3)$

[問題](2 学期期末)

表面積の比が 16 : 25 である相似な 2 つの正四角錐がある。この 2 つの正四角錐の①高さの比と, ②体積の比をそれぞれ求めよ。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| ① | ② |
|---|---|

[解答]① 4 : 5 ② 64 : 125

[解説]

相似比が $a : b$ なら表面積の比は $a^2 : b^2$ である。

$4^2 = 16$, $5^2 = 25$ なので、表面積の比は $16 : 25 = 4^2 : 5^2$ である。

したがって、相似比は $4 : 5$ で、高さの比は $4 : 5$ となる。

相似比が $a : b$ なら体積比は $a^3 : b^3$ であるので、体積の比は $4^3 : 5^3 = 64 : 125$ である。

[問題](後期中間)

2つの球の表面積の比が $4 : 9$ であるとき、体積の比を求めよ。

[解答欄]

| |
|--|
| |
|--|

[解答]8 : 27

[解説]

相似比が $a : b$ なら表面積の比は $a^2 : b^2$ である。

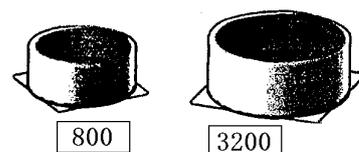
$2^2 = 4$, $3^2 = 9$ なので、2つの球の相似比は $2 : 3$ である。

相似比が $a : b$ なら体積比は $a^3 : b^3$ であるので、

2つの球の体積比は、 $2^3 : 3^3 = 8 : 27$ である。

[問題](後期期末)

ある店では、直径 15cm で 800 円と、 25cm で 3200 円の大小2つのチーズケーキを売っている。どちらを買った方が得か。そう考えた根拠も書け。ただし、2つのチーズケーキは相似な円柱であるとする。



[解答欄]

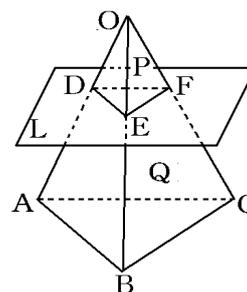
| |
|--|
| |
|--|

[解答]2つのチーズケーキの相似比は、 $15 : 25 = 3 : 5$ であるので、体積比は、 $3^3 : 5^3 = 27 : 125$ となる。したがって、大きいチーズケーキは小さいチーズケーキの $125 \div 27 = \text{約 } 4.6(\text{倍})$ の体積がある。値段については、大きいチーズケーキは小さいチーズケーキの $3200(\text{円}) \div 800(\text{円}) = 4(\text{倍})$ である。よって小さいチーズケーキの方が得である。

【】 体積比応用

[問題](後期中間)

右の図のように、三角錐 $OABC$ の底面 ABC に平行な平面 L が、辺 OA を $2 : 3$ の比に分けている。このとき、平面 L で分けられた三角錐の 2 つの部分 P 、 Q とする。次の各問いに答えよ。



- (1) $\triangle DEF$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の何倍か。
- (2) P と Q の体積の比を求めよ。

[解答欄]

| | |
|-----|-----|
| (1) | (2) |
|-----|-----|

[ヒント]

平面 L は底面 ABC と平行なので、三角錐 $ODEF$ と三角錐 $OABC$ は相似である。
 相似比が $a : b$ なら面積比は $a^2 : b^2$ である。
 相似比が $a : b$ なら体積比は $a^3 : b^3$ である。
 よって、 $(P \text{ の体積}) : (P+Q \text{ の体積}) = 2^3 : 5^3$

[解答](1) $\frac{4}{25}$ 倍 (2) $8 : 117$

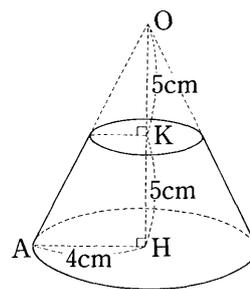
[解説]

平面 L は底面 ABC と平行なので、三角錐 $ODEF$ と三角錐 $OABC$ は相似である。
 平面 L が辺 OA を $2 : 3$ の比に分けているので、 $OD : DA = 2 : 3$ である。
 したがって、 $OD : OA = 2 : (2+3) = 2 : 5$ で、
 三角錐 $ODEF$ と三角錐 $OABC$ の相似比は、 $2 : 5$ になる。
 よって、 $(\triangle DEF \text{ の面積}) : (\triangle ABC \text{ の面積}) = 2^2 : 5^2 = 4 : 25$ なり、
 $\triangle DEF$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の $\frac{4}{25}$ 倍となる。

三角錐 $ODEF$ と三角錐 $OABC$ の相似比は、 $2 : 5$ なので、
 $(三角錐 ODEF \text{ の体積}) : (三角錐 OABC \text{ の体積}) = 2^3 : 5^3 = 8 : 125$
 よって、 $(P \text{ の体積}) : (Q \text{ の体積}) = 8 : (125 - 8) = 8 : 117$

[問題](2 学期期末)

右の図の立体は、底面の半径 HA が 4cm、高さ OH が 10cm の円錐を、OH の中点 K を通り底面に平行な平面で切り、小さな円錐を取り除いたものである。この立体の体積はいくらか。



[解答欄]

[ヒント]

$$(\text{円錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ})$$

2 つの円錐の相似比は 2 : 1 なので、体積比は $2^3 : 1^3$ になる。

[解答] $\frac{140}{3} \pi \text{ cm}^3$

[解説]

$$(\text{もとの円錐の体積}) = \frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ}) = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times \pi \times 10 = \frac{160\pi}{3} (\text{cm}^3)$$

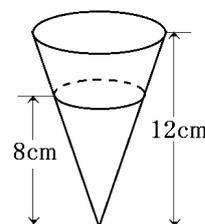
もとの円錐の高さは 10cm、切り取った円錐の高さは 5cm なので、2 つの円錐の相似比は 2 : 1 になる。したがって、体積比は $2^3 : 1^3 = 8 : 1$ なので、

$$(\text{切り取った円錐}) = \frac{160\pi}{3} \times \frac{1}{8} = \frac{20\pi}{3} (\text{cm}^3)$$

$$\text{よって、(切り取った後の円錐台の体積)} = \frac{160\pi}{3} - \frac{20\pi}{3} = \frac{140\pi}{3} (\text{cm}^3)$$

[問題](後期中間)

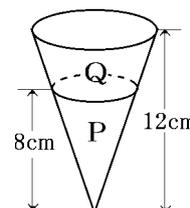
右の図のように深さが 12cm の円錐形の容器に 72cm^3 の水を入れると深さが 8cm になる。あと何 cm^3 の水を入れると容器がいっぱいになるか。



[解答欄]

[ヒント]

小さい円錐(P の部分)と大きい円錐(P+Q の部分)は相似であり、相似比は、 $8 : 12 = 2 : 3$ である。



[解答]171cm³

[解説]

右図の小さい円錐(Pの部分)と大きい円錐(P+Qの部分)は相似であり、相似比は、 $8 : 12 = 2 : 3$ である。

相似比が $a : b$ なら体積比は $a^3 : b^3$ であるので、

(Pの体積) : (P+Qの体積) = $2^3 : 3^3 = 8 : 27$ である。

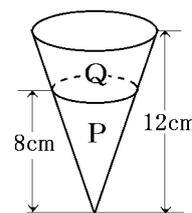
(Pの体積) = 72cm³ なので、

$72 : (P+Qの体積) = 8 : 27$

比の内項の積は外項の積に等しいので、 $(P+Qの体積) \times 8 = 72 \times 27$

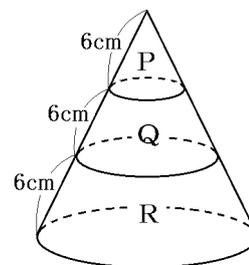
よって、 $(P+Qの体積) = 72 \times 27 \div 8 = 243(\text{cm}^3)$

したがって、 $(Qの体積) = (P+Qの体積) - (Pの体積) = 243 - 72 = 171(\text{cm}^3)$



[問題](後期中間)

右の図のように、体積が 270 cm³ の円錐を底面に平行な平面で切り、3つの部分に分けると、Rの体積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

P+Qの部分の円錐とP+Q+Rの部分の円錐は相似で、相似比は $12 : 18 = 2 : 3$ である。

したがって、体積比は、 $(P+Qの部分) : (P+Q+Rの部分) = 2^3 : 3^3 = 8 : 27$ となる。

[解答]190cm³

[解説]

P+Qの部分の円錐とP+Q+Rの部分の円錐は相似で、相似比は $12 : 18 = 2 : 3$ である。

したがって、体積比は、 $(P+Qの部分) : (P+Q+Rの部分) = 2^3 : 3^3 = 8 : 27$ となる。 $(P+Q+Rの部分) = 270 \text{ cm}^3$ なので、 $(P+Qの部分) : 270 = 8 : 27$

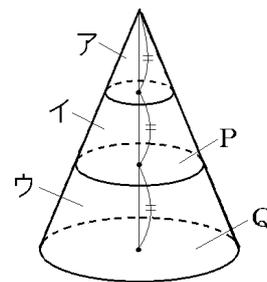
比で、外項の積は内項の積に等しいので、 $(P+Qの部分) \times 27 = 270 \times 8$

よって、 $(P+Qの部分) = 270 \times 8 \div 27 = 80(\text{cm}^3)$

したがって、 $(Rの部分の体積) = 270 - 80 = 190(\text{cm}^3)$

[問題](2 学期期末)

右の図のように円錐を底面に平行で高さを 3 等分する平面で切り、3 つの部分それぞれア、イ、ウとする。このとき、次の各問いに答えよ。



- (1) 底面 P と Q の円周の長さの比を求めよ。
- (2) 立体イとウの体積の比を求めよ。
- (3) 立体イの体積が $126\pi \text{ cm}^3$ のとき、もとの円錐の体積を求めよ。

[解答欄]

| | | |
|-----|-----|-----|
| (1) | (2) | (3) |
|-----|-----|-----|

[ヒント]

アの円錐，ア+イの円錐，ア+イ+ウの円錐は相似で，相似比は $1 : 2 : 3$ である。
 体積比は，(アの円錐) : (ア+イの円錐) : (ア+イ+ウの円錐) = $1^3 : 2^3 : 3^3 = 1 : 8 : 27$ となる。

[解答](1) $2 : 3$ (2) $7 : 19$ (3) $486\pi \text{ cm}^3$

[解説]

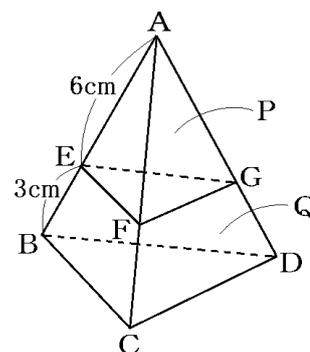
(1) アの円錐，ア+イの円錐，ア+イ+ウの円錐は相似で，相似比は $1 : 2 : 3$ である。
 P はア+イの円錐の底面で，Q はア+イ+ウの円錐の底面なので，円周の長さの比は，相似比と等しく， $2 : 3$ になる。

(2) アの円錐，ア+イの円錐，ア+イ+ウの円錐の相似比は $1 : 2 : 3$ であるので，
 体積比は，(アの円錐) : (ア+イの円錐) : (ア+イ+ウの円錐) = $1^3 : 2^3 : 3^3 = 1 : 8 : 27$
 したがって，(アの体積) = 1 とすると，(ア+イの体積) = 8，(ア+イ+ウの体積) = 27 である。
 よって，(イの体積) = $8 - 1 = 7$ ，(ウの体積) = $27 - 8 = 19$ となり，
 イとウの体積の比は $7 : 19$ となる。

(3) (2)より，(イの体積) : (ア+イ+ウの体積) = $7 : 27$ である。イの体積は $126\pi \text{ cm}^3$ なので，
 $126\pi : (\text{ア+イ+ウの体積}) = 7 : 27$
 比で，内項の積は外項の積に等しいので， $(\text{ア+イ+ウの体積}) \times 7 = 126\pi \times 27$
 したがって， $(\text{ア+イ+ウの体積}) = 126\pi \times 27 \div 7 = 486\pi (\text{cm}^3)$

[問題](2 学期期末)

右の図のように，三角錐を底面に平行な平面で切って，2 つの部分 P，Q に分けた。 $\triangle EFG$ はそのときの切り口である。三角錐 P の体積が 24cm^3 のとき，立体 Q の体積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

三角錐 AEFG(三角錐 P)と三角錐 ABCD は相似で、相似比は $6 : (6+3) = 6 : 9 = 2 : 3$ である。

[解答] 57cm^3

[解説]

三角錐 AEFG(三角錐 P)と三角錐 ABCD は相似で、相似比は $6 : (6+3) = 6 : 9 = 2 : 3$ である。

したがって、体積比は、(三角錐 AEFG) : (三角錐 ABCD) = $2^3 : 3^3 = 8 : 27$

(三角錐 AEFG) = 24cm^3 なので、 $24 : (\text{三角錐 ABCD}) = 8 : 27$

比で、内項の積は外項の積に等しいので、(三角錐 ABCD) $\times 8 = 24 \times 27$

よって、(三角錐 ABCD) = $24 \times 27 \div 8 = 81(\text{cm}^3)$

したがって、(立体 Q の体積) = $81 - 24 = 57(\text{cm}^3)$

[問題](入試問題)

円錐の形のチョコレートがある。このチョコレートの $\frac{1}{8}$ の量をもらえることになり、底面と平行に切って頂点のあるほうをもらうことにした。母線の長さを 8cm とすると、頂点から母線にそって何 cm のところを切ればよいかを求めよ。

(埼玉県)

[解答欄]

[ヒント]

小さい円錐と大きい円錐の体積比が $1 : 8 = 1^3 : 2^3 \rightarrow$ 相似比 $1 : 2$

[解答] 4cm

[解説]

相似な立体の相似比が $a : b$ のとき、体積比は $a^3 : b^3$ になる。

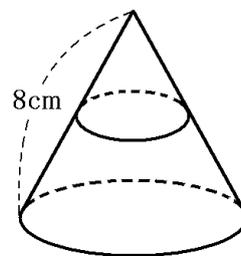
底面と平行に切って頂点のあるほうの円錐はもとの円錐と相似である。

もとの円錐と切り取った円錐の相似比を $1 : r$ とすると、体積比は $1^3 : r^3$ となる。

「このチョコレートの $\frac{1}{8}$ の量をもらえることになり」とあるので、

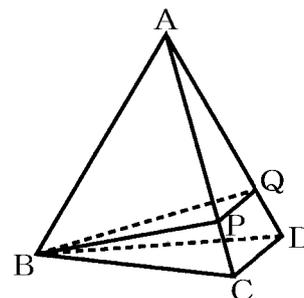
$r^3 = \frac{1}{8}$ である。よって、 $r = \frac{1}{2}$ である。 $8(\text{cm}) \times \frac{1}{2} = 4(\text{cm})$ なので、頂点から母線にそって 4cm

のところを切ればよい。



[問題](入試問題)

右の図のような、三角錐 $A-BCD$ がある。点 P , 点 Q は、それぞれ辺 AC , 辺 AD 上にある。 $AP : PC = AQ : QD = 3 : 1$ であるとする。このとき、三角錐 $A-BPQ$ の体積は、四角錐 $B-PCDQ$ の体積の何倍か。



(秋田県)

[解答欄]

[ヒント]

三角錐 $A-BPQ$ の底面を $\triangle APQ$, 四角錐 $B-PCDQ$ の底面を四角形 $PCDQ$ とすると、高さは共通(B から平面 ACD に下ろした垂線の長さ)なので、体積比は底面積の比と同じになる。

[解答] $\frac{9}{7}$ 倍

[解説]

三角錐 $A-BPQ$ と四角錐 $B-PCDQ$ は、 $\triangle APQ$, 四角形 $PCDQ$ をそれぞれの底面とすると、高さは共通(B から平面 ACD に下ろした垂線の長さ)なので、体積比は底面積の比と同じになる。

$\triangle APQ$ と $\triangle ACD$ で、 $AP : PC = AQ : QD = 3 : 1$ なので、 $PQ \parallel CD$ で、 $\triangle APQ \sim \triangle ACD$ になる。 $\triangle APQ$ と $\triangle ACD$ の相似比が $AP : AC = 3 : (3+1) = 3 : 4$ なので、面積比は、
($\triangle APQ$ の面積) : ($\triangle ACD$ の面積) = $3^2 : 4^2 = 9 : 16$ になる。

よって、($\triangle APQ$ の面積) : (四角形 $PCDQ$ の面積) = $9 : (16-9) = 9 : 7$

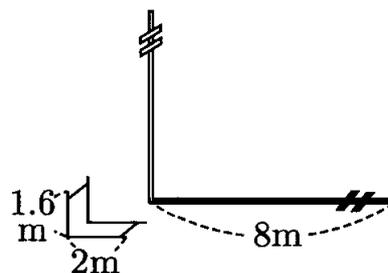
したがって、(三角錐 $A-BPQ$ の体積) : (四角錐 $B-PCDQ$ の体積) = $9 : 7$

(三角錐 $A-BPQ$ の体積) \div (四角錐 $B-PCDQ$ の体積) = $9 \div 7 = \frac{9}{7}$ (倍)

【】 縮図

[問題](入試問題)

AさんとBさんが、鉄棒の高さと影の長さ、電柱の影の長さを測ったところ、鉄棒の高さは1.6m、鉄棒の影の長さは2m、電柱の影の長さは8mであった。このとき、電柱の高さを求めよ。ただし、影の長さは同時刻に測ったものとし、電柱と鉄棒の幅や厚みは考えないものとする。また、電柱と鉄棒は地面に対して垂直に立ち、地面は平面であるものとする。

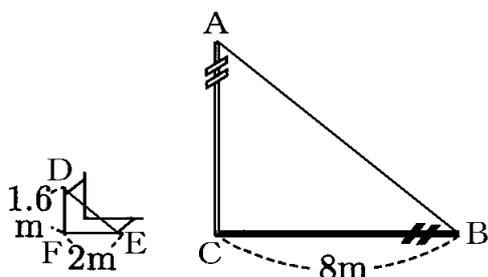


(埼玉県)

[解答欄]

[ヒント]

次の図で $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ なので、 $AC : DF = BC : EF$



[解答]6.4m

[解説]

右図で $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ なので、

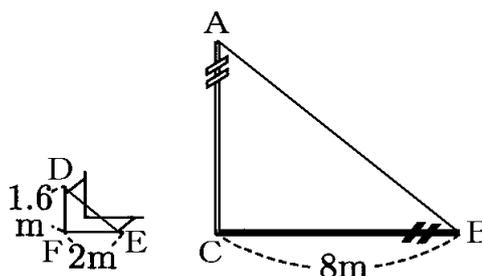
$$AC : DF = BC : EF$$

$$AC : 1.6 = 8 : 2$$

比の外項の積は内項の積に等しいので、

$$AC \times 2 = 1.6 \times 8$$

$$AC = 1.6 \times 8 \div 2 = 6.4(\text{m})$$

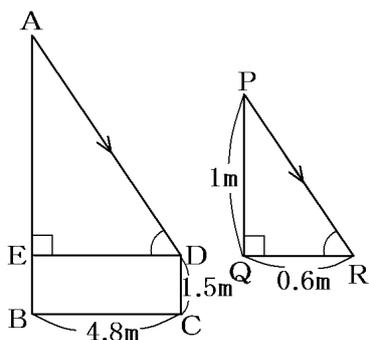


[問題](2 学期期末)

右の図のように、1m の棒の影の長さが 60cm である。
 $BC=4.8\text{m}$ 、 $CD=1.5\text{m}$ のとき、この電柱の高さを求めよ。

[解答欄]

[ヒント]



[解答]9.5m

[解説]

AB 上に点 E をとり、 $ED \parallel BC$ となるようにする。

$\triangle AED$ と $\triangle PQR$ において、

$\angle AED = \angle PQR = 90^\circ$ 、 $\angle ADE = \angle PRQ$

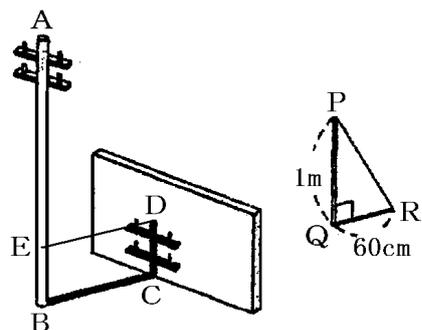
2 組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle AED \sim \triangle PQR$

$AE : PQ = DE : RQ$ 、 $AE : 1 = 4.8 : 0.6$

外項の積 $AE \times 0.6$ は、内項の積 1×4.8 と等しいので、

$AE \times 0.6 = 4.8$

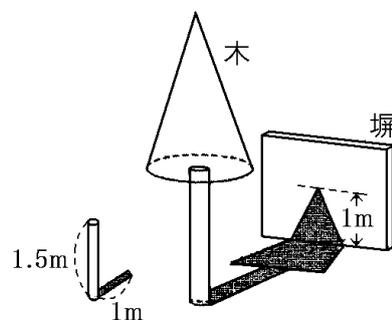
ゆえに $AE = 4.8 \div 0.6 = 8$ よって $AB = AE + EB = 8 + 1.5 = 9.5\text{m}$



[問題](2 学期期末)

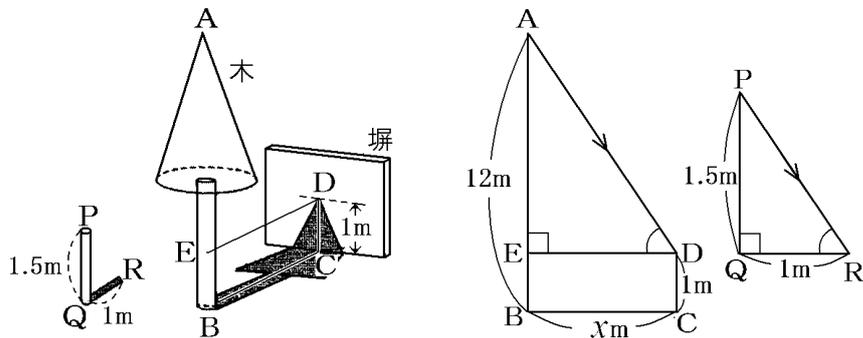
ある晴れた日に、長さ 1.5m の棒の影の長さをはかると 1m であるとき、近くにある高さ 12m の木の影は右の図のように地面と塀にうつっていた。木と塀との塀との距離を求めよ。ただし、棒、木、塀は地面に対して垂直に立っているものとする。

[解答欄]



[解答] $\frac{22}{3}$ m

[解説]



上の図で、 $BC = x$ m とおく。

$\triangle AED \sim \triangle PQR$ であるので、

$AE : PQ = ED : QR$ である。

$AE = 12 - 1 = 11$ (m), $ED = BC = x$ (m)なので、 $11 : 1.5 = x : 1$

比で、内項の積は外項の積に等しいので、

$$1.5x = 11 \times 1, \quad 3x = 22, \quad x = \frac{22}{3}$$

よって、木と塀との塀との距離は $\frac{22}{3}$ m である。

【】 近似値

[真の値の範囲]

[問題](前期中間)

ある数 a の小数第 2 位を四捨五入して、近似値を求めると、41.3 となった。ある数 a の範囲を、不等号を使って表せ。

[解答欄]

| |
|--|
| |
|--|

[ヒント]

a が 41.25 のとき小数第 2 位を四捨五入すると 41.3 になり、
 a が 41.35 のとき小数第 2 位を四捨五入すると 41.4 になる。

[解答] $41.25 \leq a < 41.35$

[解説]

a が 41.25 のとき小数第 2 位を四捨五入すると 41.3 になり、
 a が 41.35 のとき小数第 2 位を四捨五入すると 41.4 になる。
よって、 a の範囲は $41.25 \leq a < 41.35$ となる。

[問題](3 学期)

身体測定で、A 君の身長は 168.0cm であった。

- (1) これは、何の位まで測定したものか。
- (2) このときの A 君の身長の真の値は、どの範囲にあったと考えられるか。真の値を a cm として、不等号を用いて表せ。

[解答欄]

| | |
|-----|-----|
| (1) | (2) |
|-----|-----|

[解答](1) 小数第 1 位 (2) $167.95 \leq a < 168.05$

[解説]

- (1) 一の位まで測定した場合は 168cm と表す。168.0cm と表しているので小数第 1 位の 0.1cm まで読み取っていることがわかる。
- (2) 読み取る値は、167.9, 168.0, 168.1... と 0.1cm 間隔である。
真の値 a の範囲は、 $167.95 \leq a < 168.05$ と考えられる。

[問題](前期中間)

次のような測定値を得た。それぞれの真の値 A の範囲を、不等号を使って表せ。

- ① 15 秒 ② 38.0kg ③ 68.7kg

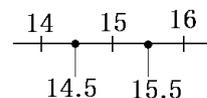
[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |
|---|---|---|

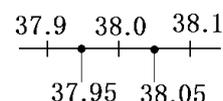
[解答]① $14.5 \leq A < 15.5$ ② $37.95 \leq A < 38.05$ ③ $68.65 \leq A < 68.75$

[解説]

① 読み取る値は 14, 15, 16...と 1 秒間隔である。したがって、真の値 A の範囲は、 $14.5 \leq A < 15.5$ である。



② 読み取る値は 38.0, 38.1, 38.2...と 0.1kg 間隔である。したがって、真の値 A の範囲は、 $37.95 \leq A < 38.05$ である。



③ 読み取る値は 68.6, 68.7, 68.8...と 0.1kg 間隔である。したがって、真の値 A の範囲は、 $68.65 \leq A < 68.75$ である。

[問題](3 学期)

ある品物を 1g の単位まで測れるはかりで測ったら 120g あった。

- (1) この品物の真の重さを a g とするとき、 a の値の範囲を不等号を使って表せ。
 (2) 誤差の絶対値は大きくてもどのくらいか。

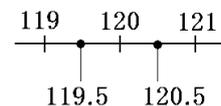
[解答欄]

| | |
|-----|-----|
| (1) | (2) |
|-----|-----|

[解答](1) $119.5 \leq a < 120.5$ (2) 0.5g

[解説]

(1) 1g の単位まで測れるので、読み取る値は 119, 120, 121...で、真の値 a の範囲は、 $119.5 \leq a < 120.5$ と考えられる。



(2) 誤差の絶対値が一番大きくなるのは、 $a = 119.5$ (g) のときである。このときの誤差の絶対値は、 $120 - 119.5 = 0.5$ (g) である。

[問題](前期中間)

次の文中の①, ②に適語を入れよ。

測定値のように、真の値に近い値を(①)という。(①)と真の値との差を(②)という。

[解答欄]

| | |
|---|---|
| ① | ② |
|---|---|

[解答]① 近似値 ② 誤差

[解説]

測定値のように、真の値に近い値を近似値という。近似値には、測定値のほかに、円周率に用いる 3.14 のようなものもある。近似値と真の値との差を誤差という。

[有効数字]

[問題](前期中間)

ある品物の重さをはかったら 2360g であった。このときの有効数字を、2, 3, 6 として、この重さを、(整数部分が 1 けたの数) \times (10 の累乗)の形にせよ。

[解答欄]

[解答] $2.36 \times 10^3 \text{g}$

[解説]

例えば、測定値の一の位以下を四捨五入する場合、2361g も 2364g も 2360g になる。この場合、信頼できる 2, 3, 6 を有効数字という。どこまでが有効数字であるかをはっきりさせるため、 2.36×10^3 のように、(整数部分が 1 けたの数) \times (10 の累乗)の形で表す。

[問題](1 学期中間)

地球の赤道の半径は約 6380km である。有効数字が 6, 3, 8 であるとして、この距離を、(整数部分が 1 けたの数) \times (10 の累乗)の形に表せ。

[解答欄]

[解答] $6.38 \times 10^3 \text{km}$

[問題](1 学期中間)

次の測定値を有効数字 3 けたと考えて、整数部分が 1 けたの小数と 10 の累乗の積の形で表せ。

- ① 4780m²
- ② 500kg
- ③ 120000mm

[解答欄]

| | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |
|---|---|---|

[解答] ① $4.78 \times 10^3 \text{ m}^2$ ② $5.00 \times 10^2 \text{ kg}$ ③ $1.20 \times 10^5 \text{ mm}$

[問題](前期中間)

測定値を次のように表したとき、それぞれの有効数字を答えよ。

① $3.61 \times 10^3 \text{ g}$

② $4.0 \times 10^2 \text{ km}$

[解答欄]

| | |
|---|---|
| ① | ② |
|---|---|

[解答]① 3, 6, 1 ② 4, 0

【FdData 中間期末製品版のご案内】

詳細は、[\[FdData 中間期末ホームページ\]](#)に掲載 ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆印刷・編集

この PDF ファイルは、FdData 中間期末を PDF 形式に変換したサンプルで、印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 中間期末は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで、印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 中間期末の特徴

中間期末試験で成績を上げる秘訣は過去問を数多く解くことです。FdData 中間期末は、実際に全国の中学校で出題された試験問題をワープロデータ(Word 文書)にした過去問集です。各教科(社会・理科・数学)約 1800~2100 ページと豊富な問題を収録しているため、出題傾向の 90%以上を網羅しております。

FdData 中間期末を購入いただいたお客様からは、「市販の問題集とは比べものにならない質の高さですね。子どもが受けた今回の期末試験では、ほとんど同じような問題が出て今までにないような成績をとることができました。」「製品の質の高さと豊富な問題量に感謝します。試験対策として、塾の生徒に FdData の膨大な問題を解かせたところ、成績が大幅に伸び過去最高の得点を取れました。」などの感想をいただいております。

◆サンプル版と製品版の違い

ホームページ上に掲載しておりますサンプルは、印刷はできませんが、製品の全内容を掲載しており、どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。しかし、FdData 中間期末がその本来の力を発揮するのは印刷ができる製品版においてです。印刷した問題を、鉛筆を使って一問一問解き進むことで、大きな学習効果を得ることができます。さらに、製品版は、すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」、編集に適した「問題解答一体形式」、暗記分野で効果を発揮する「一問一答形式」(理科と社会)の 3 形式を含んでいますので、目的に応じて活用することができます。

※[FdData 中間期末の特徴\(QandA 方式\)](#) ([Shift]+左クリック→新規ウィンドウ)

◆FdData 中間期末製品版(Word 版)の価格(消費税込み)

※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると、新規ウィンドウが開きます

[数学 1 年](#)、[数学 2 年](#)、[数学 3 年](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[理科 1 年](#)、[理科 2 年](#)、[理科 3 年](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

[社会地理](#)、[社会歴史](#)、[社会公民](#)：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]+左クリック)

※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は、メール(info2@fdtext.com)、または電話(092-811-0960)で承っております。

※[注文→インストール→編集・印刷の流れ](#)、[※注文メール記入例](#) ([Shift]+左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail : info2@fdtext.com Tel : 092-811-0960