【FdData 中間期末：中学数学 3 年：三平方平面】

[三平方の定理／特殊な直角三角形／三角形・四角形・円／座標平面上の長さ／
三平方の定理の逆／応用①：補助線を引く／2 段構え／1 つの辺を x とおく／
応用②特殊な角：2 つの三角形の各辺の比／補助線を引く／円・正多角形／
応用③：三平方と相似／折り返し／角の二等分／三平方と中点連結／座標平面／
FdData 中間期末製品版のご案内]

[FdData 中間期末ホームページ] 掲載の pdf ファイル(サンプル)一覧
※次のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます
数学：[数学 1 年]，[数学 2 年]，[数学 3 年]　([Shift]＋左クリック)
理科：[理科 1 年]，[理科 2 年]，[理科 3 年]　([Shift]＋左クリック)
社会：[社会地理]，[社会歴史]，[社会公民]　([Shift]＋左クリック)
※全内容を掲載しておりますが，印刷はできないように設定しております

【】基本問題

【】三平方の定理

[問題](3 学期)(*)

次の①～④に適する式やことばを答えよ。

直角三角形の直角をはさむ 2 辺の長さを a, b，斜辺の長さを c とすると，次の関係が成り立つ。

(　①　)＋(　②　)＝(　③　)

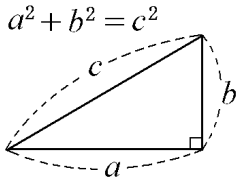
この定理を(　④　)の定理という。

[解答欄]

①	②	③
④		

[ヒント]

三平方の定理(ピタゴラスの定理)

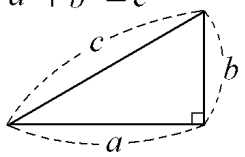


[解答]① a^2　② b^2　③ c^2　④ 三平方(ピタゴラス)

[解説]

<Point> 三平方の定理(ピタゴラスの定理)

$a^2+b^2=c^2$



[問題](3 学期)(*)

次の各問いに答えよ。

(1) 直角三角形の直角をはさむ 2 辺を a, b，斜辺の長さを c とすると，a, b, c の間にはどんな関係が成り立つか。式で答えよ。

(2) (1)の定理の名前を 2 通りで答えよ。

[解答欄]

(1)	(2)

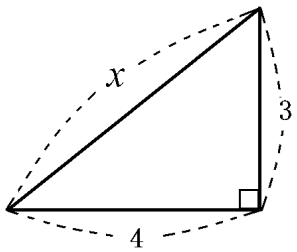
[解答](1) $a^2+b^2=c^2$　(2) 三平方の定理，ピタゴラスの定理

[簡単な計算]

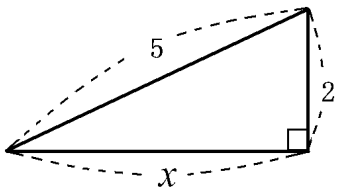
[問題](2 学期期末)(*)

次の図の x の値を求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

(1) 三平方の定理より，$x^2=4^2+3^2$

(2) 三平方の定理より，$x^2+2^2=5^2$

[解答](1) 5　(2) $\sqrt{21}$

[解説]

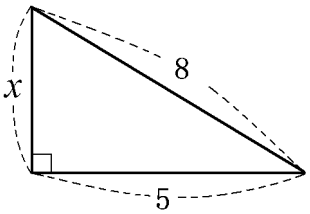
(1) $x^2=4^2+3^2=16+9=25$，$x=5$

(2) $x^2+2^2=5^2$，$x^2=25-4=21$，$x=\sqrt{21}$

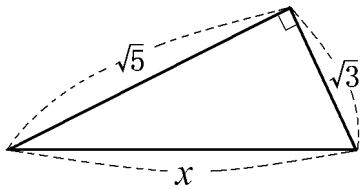
[問題](3 学期)(*)

下の図で，x の値を求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) $\sqrt{39}$　(2) $\sqrt{2}$

[解説]

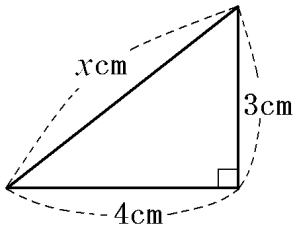
(1) $x^2+5^2=8^2$，$x^2=64-25=39$，$x=\sqrt{39}$

(2) $x^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2=5+3=8$，$x=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

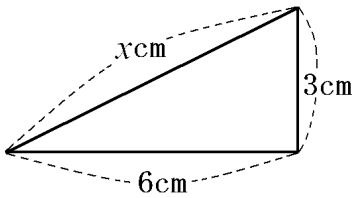
[問題](3 学期)(*)

次の各図で x の値を求めよ。

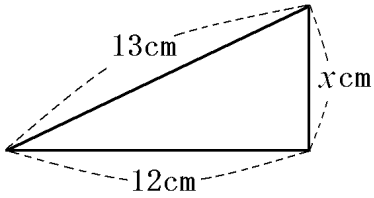
(1)



(2)



(3)



[解答欄]

(1)	(2)	(3)

[解答](1) 5　(2) $3\sqrt{5}$　(3) 5

[解説]

(1) $x^2=4^2+3^2=16+9=25$，$x=5$

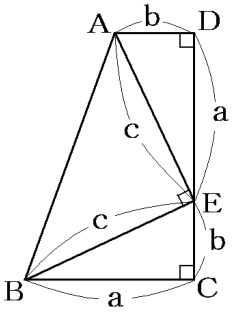
(2) $x^2=6^2+3^2=36+9=45$，$x=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

(3) $x^2+12^2=13^2$，$x^2+144=169$，$x^2=25$，$x=5$

[三平方の定理の証明]

[問題](3 学期)(**)

直角をはさむ 2 辺が a, b，斜辺が c の 2 つの直角三角形を，右図のように組み合わせて台形 ABCD を作った。この図を使って，三平方の定理を次のように証明した。(　　)にあてはまる面積の式を最も簡単な式で表せ。



(証明)

(台形 ABCD の面積)＝(　ア　)

(△ADE の面積)＋(△ECB の面積)＝(　イ　)

(△ABE の面積)＝(　ウ　)

ここで，(ア)－(イ)＝(ウ)であるから，$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

[解答欄]

ア	イ	ウ

[解答]ア $\frac{1}{2}(a+b)^2$　イ ab　ウ $\frac{1}{2}c^2$

[解説]

(台形 ABCD の面積)＝$\frac{1}{2}$((上底)＋(下底))×(高さ)＝$\frac{1}{2}(b+a)\times(a+b)=\frac{1}{2}(a+b)^2$

(△ADE の面積)＝$\frac{1}{2}ab$，(△ECB の面積)＝$\frac{1}{2}ab$なので，

(△ADE の面積＋△ECB の面積)＝$\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}ab=ab$

(△ABE の面積)＝$\frac{1}{2}\times c\times c=\frac{1}{2}c^2$

(台形 ABCD の面積)－(△ADE の面積＋△ECB の面積)＝(△ABE の面積)なので，

$\frac{1}{2}(a+b)^2-ab=\frac{1}{2}c^2$

両辺を 2 倍すると，$(a+b)^2-2ab=c^2$，$a^2+2ab+b^2-2ab=c^2$

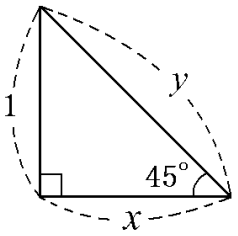
よって，$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

【】特殊な直角三角形

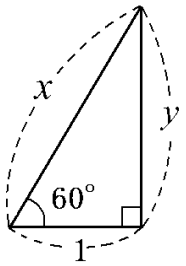
[問題](3 学期)(*)

次の x， y を求めよ。

(1)



(2)

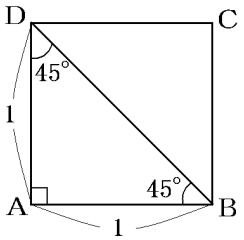


[解答欄]

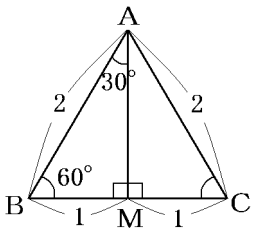
(1) $x=$	$y=$	(2) $x=$
$y=$		

[ヒント]

(1)



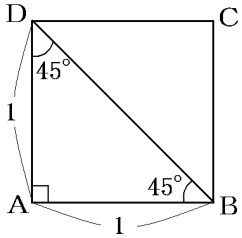
(2)

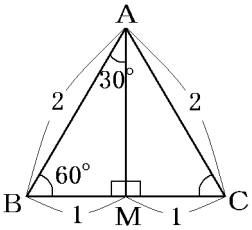


[解答](1) $x=1$， $y=\sqrt{2}$ (2) $x=2$， $y=\sqrt{3}$

[解説]

(1) 右図のように，1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD があったとする。このとき，





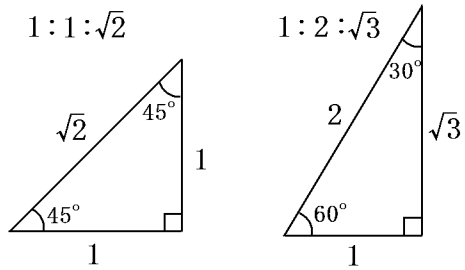
BD$=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ である。

一般に，45°，45°，90° の直角三角形の 3 辺の比は，$1:1:\sqrt{2}$ となる。

(2) 右上図のように，1 辺の長さが 2 の正三角形があったとする。頂点 A から辺 BC に垂線 AM をひくと，M は BC の中点となる。したがって，BM＝1 となる。このとき，AM$=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$ となる。

一般に，30°，60°，90° の直角三角形の 3 辺の比は，$1:2:\sqrt{3}$ となる。

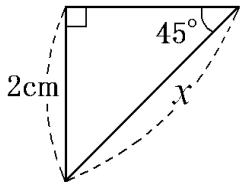
<Point>



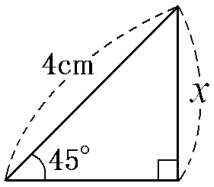
[問題](後期期末)(*)

次の x を求めよ。

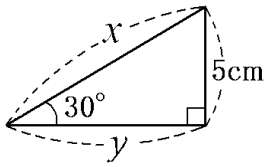
(1)



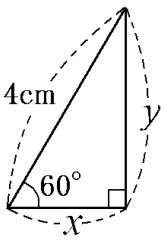
(2)



(3)



(4)

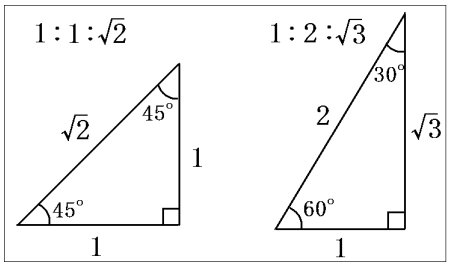


[解答欄]

(1) $x=$	(2) $x=$	(3) $x=$
$y=$	(4) $x=$	$y=$

[解答](1) $x=2\sqrt{2}$ cm　(2) $x=2\sqrt{2}$ cm　(3) $x=10$cm　$y=5\sqrt{3}$ cm　(4) $x=2$cm
$y=2\sqrt{3}$ cm

[解説]



(1) この直角三角形は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので，2 : x = 1 : $\sqrt{2}$

比の内項の積は外項の積に等しいので，

$x\times1=2\times\sqrt{2}$，$x=2\sqrt{2}$ (cm)

(2) この直角三角形は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので，x : 4 = 1 : $\sqrt{2}$

比の外項の積は外項の積に等しいので，$x\times\sqrt{2}=4\times1$

$$x=4\div\sqrt{2}=\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}\ (\text{cm})$$

(3) この直角三角形は 30° 60° 90° の直角三角形なので，5 : x = 1 : 2

比の内項の積は外項の積に等しいので，$x\times1=5\times2$，$x=10$(cm)

5 : y = 1 : $\sqrt{3}$　比の内項の積は外項の積に等しいので，

$y\times1=5\times\sqrt{3}$，$y=5\sqrt{3}$ (cm)

(4) 30° 60° 90° の直角三角形なので，x : 4 = 1 : 2

比の外項の積は外項の積に等しいので，$x\times2=4\times1$，$x=2$(cm)

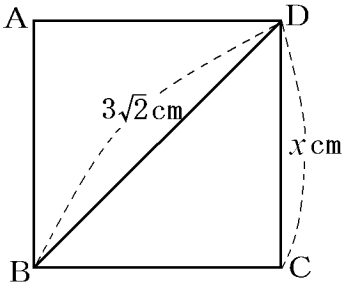
y : 4 = $\sqrt{3}$: 2　比の外項の積は外項の積に等しいので，$y\times2=4\times\sqrt{3}$，$y=2\sqrt{3}$ (cm)

【】三角形・四角形・円

[対角線]

[問題](3 学期)(*)

次のような正方形 ABCD がある。x の値を求めよ。



[解答欄]

$x=$

[ヒント]

三平方の定理より，$BC^2+CD^2=BD^2$,

[解答] $x=3$

[解説]

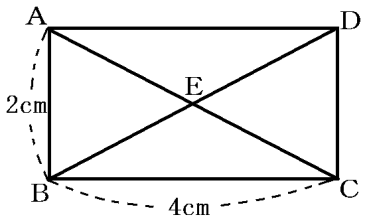
四角形 ABCD は正方形なので，BC＝x

三平方の定理より，$BC^2+CD^2=BD^2$,

$x^2+x^2=\left(3\sqrt{2}\right)^2$，$2x^2=18$，$x^2=9$，$x=3$

[問題](3 学期)(*)

右の長方形 ABCD で，対角線の交点を E とするとき，AE の長さを求めよ。



[解答欄]

[解答] $\sqrt{5}$ cm

[解説]

△ABC で，三平方の定理より，$AC^2=2^2+4^2=4+16=20$

よって，AC＝$\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=2\sqrt{5}$ (cm)

長方形(平行四辺形の 1 つ)の対角線はそれぞれの中点で交わるので E は AC の中点である。

よって，AE＝AC÷2＝$2\sqrt{5}\div2=\sqrt{5}$ (cm)

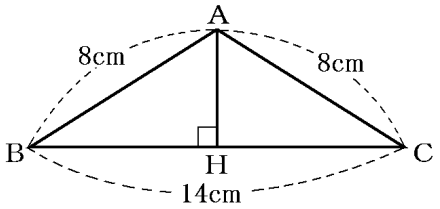
[二等辺三角形の面積]

[問題](3 学期)(**)

底辺が 14cm，等しい二辺が 8cm である二等辺三角形の面積を求めよ。

[解答欄]

[ヒント]



[解答] $7\sqrt{15}$ cm²

[解説]

<Point> 二等辺三角形の面積 頂点から底辺へ垂線を引く→高さを求める

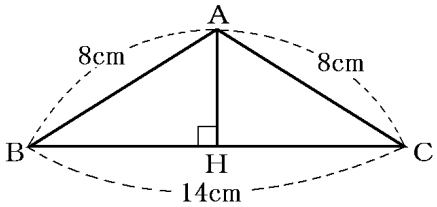
右図の△ABC で, 頂点 A から BC に垂線 AH を引く。

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので，H は BC の中点になる。よって，BH＝14÷2＝7(cm)

直角三角形 ABH で，三平方の定理より，

AH＝$\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{8^2-7^2}=\sqrt{15}$ (cm)

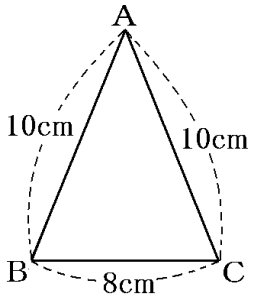
(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}$×BC×AH＝$\frac{1}{2}\times14\times\sqrt{15}=7\sqrt{15}$ (cm²)



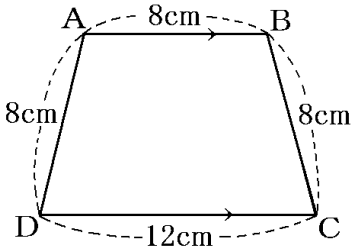
[問題](前期期末)(**)

次の三角形，台形の面積を求めよ。

(1)



(2)

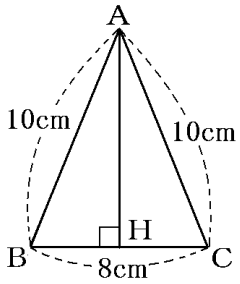


[解答欄]

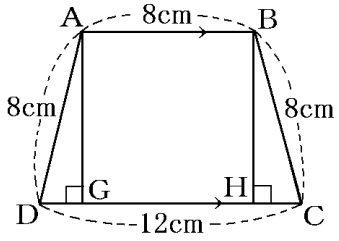
(1)	(2)

[ヒント]

(1)

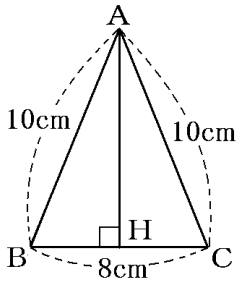


(2)



[解答](1) $8\sqrt{21}$ cm² (2) $20\sqrt{15}$ cm²

[解説]



(1) 右図の△ABC で，頂点 A から BC に垂線 AH を引く。

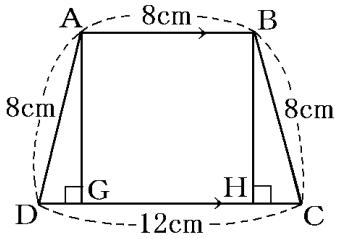
△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので，H は BC の中点になる。

よって，BH＝8÷2＝4(cm)

直角三角形 ABH で，三平方の定理より，

AH＝$\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{10^2-4^2}=\sqrt{84}=\sqrt{4\times21}=2\sqrt{21}$ (cm)

(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}$×BC×AH＝$\frac{1}{2}\times8\times2\sqrt{21}=8\sqrt{21}$ (cm²)



(2) 右図の台形 ABCD で, A, B から DC にそれぞれ垂線 AG, BH を引くと，CH＝DG＝(12－8)÷2＝2(cm)

直角三角形 BCH で，三平方の定理より，

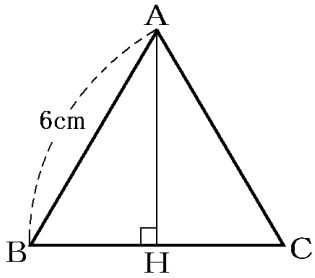
BH＝$\sqrt{BC^2-CH^2}=\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$ (cm)

(台形 ABCD の面積)＝$\frac{1}{2}$×(上底＋下底)×(高さ)

＝$\frac{1}{2}$×(AB＋DC)×BH＝$\frac{1}{2}\times(8+12)\times2\sqrt{15}=20\sqrt{15}$ (cm²)

[問題](2 学期期末)(**)

次の図のような，1 辺が 6cm の正三角形の面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

直角三角形 ABH は 30°　60°　90°　→1：2：$\sqrt{3}$→高さ AH

[解答] $9\sqrt{3}$ cm²

[解説]

<Point> 正三角形の頂点から底辺へ垂線を引く →30°　60°　90°　の直角三角形→1：2：$\sqrt{3}$→高さを求める

右図の正三角形 ABC で，

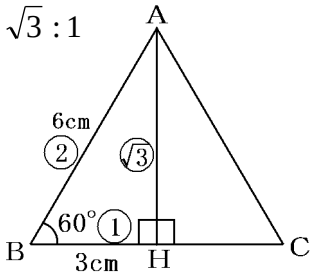
△ABH は 30°　60°　90°　の直角三角形になるので，AH：BH＝$\sqrt{3}:1$

BH＝$6\div2=3$(cm)なので，AH：$3=\sqrt{3}:1$

比の外項の積は内項の積に等しいので，

AH×1＝3×$\sqrt{3}$，AH＝$3\sqrt{3}$ (cm)

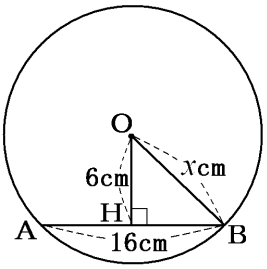
(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}$×BC×AH＝$\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$ (cm²)



[円の弦・接線]

[問題](3 学期)(*)

　次の図で，x の値を求めよ。



[解答欄]

$x=$

[ヒント]

円の中心から弦 AB におろした垂線 OH は線分 AB を二等分するので，BH＝8cm

[解答] $x=10$

[解説]

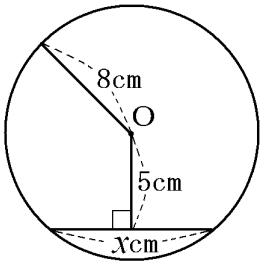
円の中心から弦 AB におろした垂線 OH は線分 AB を二等分するので，BH＝8cm

△OBH で，三平方の定理より，OB²＝OH²＋HB²，$x^2=36+64=100$

$x>0$ なので，$x=10$

[問題](3 学期)(*)

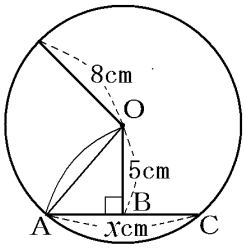
次の図で，x の値を求めよ。



[解答欄]

x ＝

[ヒント]



[解答] $x = 2\sqrt{39}$

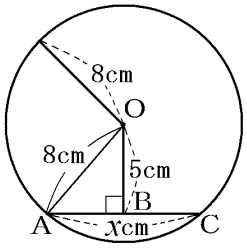
[解説]

右の△OAB で，三平方の定理より，

$AB^2 + BO^2 = OA^2$，$AB^2 + 25 = 64$，$AB^2 = 64 - 25 = 39$

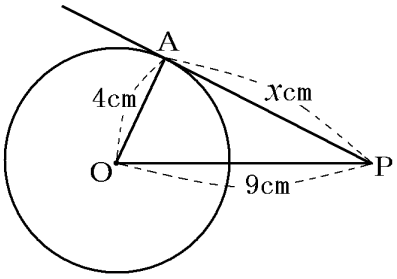
よって，$AB = \sqrt{39}$ cm

B は AC の中点になるので，$x = AC = 2AB = 2\sqrt{39}$



[問題](3 学期)(*)

次の図で，AP は円 O の接線である。x の値を求めよ。



[解答欄]

x ＝

[ヒント]
円の中心と接点を結んだ線分は接線に垂直になるので，∠OAP＝90°

[解答] $x=\sqrt{65}$
[解説]
円の中心と接点を結んだ線分は接線に垂直になるので，∠OAP＝90° よって，△OAP で三平方の定理より，$OA^2+AP^2=OP^2$，$16+x^2=81$，$x^2=81-16=65$，$x=\sqrt{65}$

【】座標平面上の長さ

[問題](3 学期)(*)

次の座標をもつ 2 点間の距離を求めよ。

A(4，4)，B(1，2)

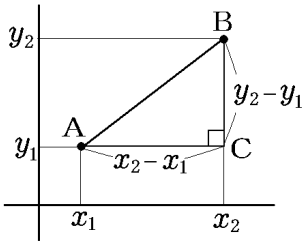
[解答欄]

[ヒント]

座標上の 2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ の距離は

(2 点間の距離)＝$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

の式で求めることができる。



[解答] $\sqrt{13}$

[解説]

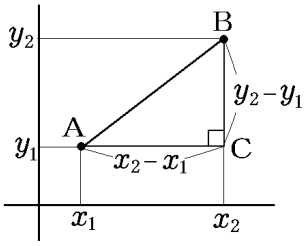
右図のように，座標上の 2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ がある。

このとき，AC＝x_2-x_1，BC＝y_2-y_1

△ABC は直角三角形なので，三平方の定理より，

$AB^2=AC^2+BC^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$

よって，AB＝$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$



この問題では，AB＝$\sqrt{(4-1)^2+(4-2)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

※A，B の x 座標(y 座標)のどちらからどちらを引くかは自由である。例えば，

AB＝$\sqrt{(1-4)^2+(2-4)^2}=\sqrt{(-3)^2+(-2)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

と計算することもできる。

また，x 座標(y 座標)がマイナスであっても，$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ の公式を使うことができる。例えば，C(−1，−5)，D(−3，2)のとき，

CD＝$\sqrt{(-1-(-3))^2+(-5-2)^2}=\sqrt{2^2+(-7)^2}=\sqrt{4+49}=\sqrt{53}$ となる。

[問題](3 学期)(*)

次の 2 点間の距離を求めよ。

(1) (1，1)，(4，5)　　(2) (−2，3)，(1，5)

[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) 5　(2) $\sqrt{13}$

[解説]

座標上の 2 点 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$ の距離は

(2 点間の距離)＝$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ の式で求めることができる。

(1) (2 点間の距離)＝$\sqrt{(4-1)^2+(5-1)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

(2) (2 点間の距離)＝$\sqrt{(1-(-2))^2+(5-3)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

[問題](3 学期)(**)

座標平面において 3 点 A(4，3)，B(−2，5)，C(2，−3)を頂点とする△ABC について，次の各問いに答えよ。

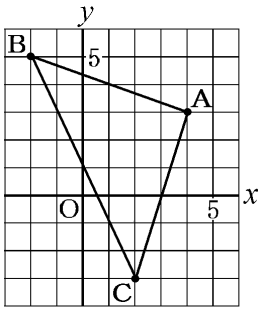
(1) 3 つの辺の長さをそれぞれ求めよ。

(2) ABC はどんな三角形か答えよ。

[解答欄]

(1)
(2)

[ヒント]

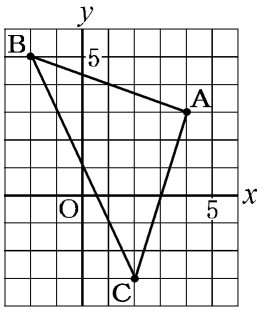


[解答](1) AB＝$2\sqrt{10}$，BC＝$4\sqrt{5}$，CA＝$2\sqrt{10}$　(2) ∠A が直角である直角二等辺三角形

[解説]

(1) (2 点間の距離)＝$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ の式で求める。

AB＝$\sqrt{(4-(-2))^2+(3-5)^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$



BC＝$\sqrt{(-2-2)^2+(5-(-3))^2}=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

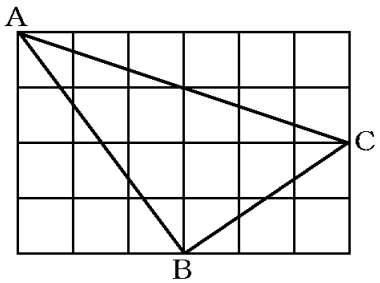
CA＝$\sqrt{(4-2)^2+(3-(-3))^2}=\sqrt{4+36}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

(2) (1 番長い辺)^2＝(他の 1 辺)^2＋(他の 1 辺)^2 が成り立つとき直角三角形になる。
BC^2＝80，AB^2＋CA^2＝40＋40＝80 なので，BC^2＝AB^2＋CA^2 となり，△ABC は∠A が直角の直角三角形。また，AB＝AC なので，△ABC は直角二等辺三角形である。

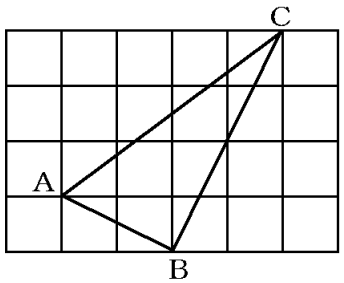
[問題](2 学期期末)(**)

下の図のように，方眼紙に書かれた△ABC がある。 △ABC は直再三角形といえるか。○，×で答えよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)

[解答](1) ×　(2) ○

[解説]

(1 番長い辺)^2＝(他の 1 辺)^2＋(他の 1 辺)^2 が成り立つとき直角三角形になる。

(1) 1 番長い辺は AC，図より AC^2＝$2^2+6^2=40$

AB^2＝$4^2+3^2=25$，BC^2＝$2^2+3^2=13$ なので AB^2＋BC^2＝38

ゆえに AC^2≠AB^2＋BC^2　よって，直角三角形ではない。

(2) 1 番長い辺は AC，図より AC^2＝$3^2+4^2=25$

AB^2＝$1^2+2^2=5$，BC^2＝$4^2+2^2=20$ なので AB^2＋BC^2＝25

ゆえに AC^2＝AB^2＋BC^2　よって，直角三角形である。

【】三平方の定理の逆

[問題](2 学期期末)(*)

次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形となるのはどれか。

ア 4cm，5cm，6cm　　イ $\sqrt{2}$ cm，2cm，$\sqrt{5}$ cm　　ウ 6cm，8cm，10cm

[解答欄]

[ヒント]

(1 番長い辺)²＝(他の 1 辺)²＋(他の 1 辺)² が成り立つとき直角三角形になる。

[解答]ウ

[解説]

<Point>(1 番長い辺)²＝(他の 1 辺)²＋(他の 1 辺)² が成り立つとき直角三角形になる

ア $6^2=36$，$5^2+4^2=41$，$6^2\neq 5^2+4^2$ なので直角三角形ではない。

イ $\left(\sqrt{5}\right)^2=5$，$2^2+\left(\sqrt{2}\right)^2=6$，$\left(\sqrt{5}\right)^2\neq 2^2+\left(\sqrt{2}\right)^2$ なので直角三角形ではない。

ウ $10^2=100$，$6^2+8^2=100$，$10^2=6^2+8^2$ なので直角三角形である。

[問題](2 学期期末)(*)

次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形はどれか。

ア 5cm，6cm，8cm　イ 5cm，12cm，13cm

ウ 2cm，$\sqrt{5}$ cm，3cm　エ 1.5cm，2.5cm，3.5cm

[解答欄]

[解答]イ，ウ

[解説]

(1 番長い辺)²＝(他の 1 辺)²＋(他の 1 辺)² が成り立つとき直角三角形になる。

ア $8^2=64$，$5^2+6^2=61$，$8^2\neq 5^2+6^2$ なので直角三角形ではない。

イ $13^2=169$，$5^2+12^2=169$，$13^2=5^2+12^2$ なので直角三角形である。

ウ $3^2=9$，$2^2+\left(\sqrt{5}\right)^2=9$，$3^2=2^2+\left(\sqrt{5}\right)^2$ なので直角三角形である。

エ $3.5^2=12.25$，$1.5^2+2.5^2=8.5$，$3.5^2\neq 1.5^2+2.5^2$ なので直角三角形ではない。

[問題](2 学期期末)(*)

次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形であるものをすべて記号で答えよ。

ア 4cm，5cm，6cm　イ 7cm，24cm，25cm

ウ $\sqrt{6}$ cm，2cm，$\sqrt{10}$ cm　　エ 6m，8m，10m

[解答欄]

[解答]イ，ウ，エ

[解説]

(1 番長い辺)^2＝(他の 1 辺)^2＋(他の 1 辺)^2 が成り立つとき直角三角形になる。

ア $6^2=36$，$4^2+5^2=41$，$6^2\neq 4^2+5^2$ なので直角三角形ではない。

イ $25^2=625$，$7^2+24^2=625$，$25^2=7^2+24^2$ なので直角三角形である。

ウ $\left(\sqrt{10}\right)^2=10$，$\left(\sqrt{6}\right)^2+2^2=10$，$\left(\sqrt{10}\right)^2=\left(\sqrt{6}\right)^2+2^2$ なので直角三角形である。

エ $10^2=100$，$6^2+8^2=100$，$10^2=6^2+8^2$ なので直角三角形である。

[問題](入試問題)(**)

2 辺の長さが 5cm，7cm の直角三角形がある。残りの 1 辺の長さとして考えられるものをすべて求めよ。

(福井県)

[解答欄]

[ヒント]

残りの 1 辺の長さを x cm とする。

x が一番長い辺であるときと，7 が一番長い辺であるときの 2 通りに分けて考える。

[解答] $2\sqrt{6}$ cm，$\sqrt{74}$ cm

[解説]

残りの 1 辺の長さを x cm とする。

$x>7$ のとき(x が一番長い辺であるとき)，

$x^2=5^2+7^2=25+49=74$，$x=\sqrt{74}$

$7>x$ のとき(7 が一番長い辺であるとき)，

$7^2=x^2+5^2$，$x^2=49-25=24$，$x=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

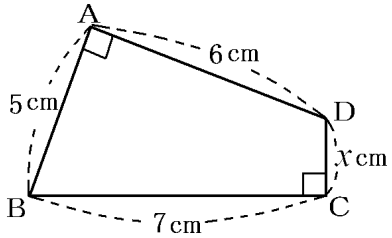
【】応用①：補助線など

【】補助線を引く

[四角形など]

[問題](2 学期期末)(**)

次の図の x の値を求めよ。



[解答欄]

$x =$

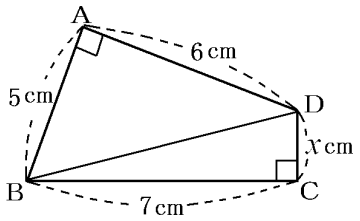
[ヒント]

BD を結ぶ→BD を求める→ x を求める。

[解答] $x = 2\sqrt{3}$

[解説]

まず，右図のように，BD を結ぶ。



△ABD で，三平方の定理より，

$BD^2 = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$

△BCD で，三平方の定理より，$BD^2 = x^2 + 7^2$

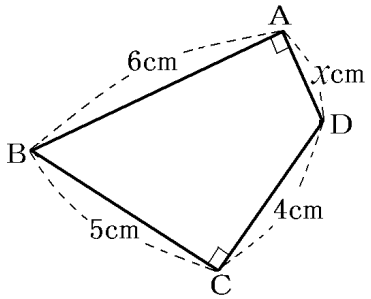
$x^2 + 7^2 = 61$，$x^2 = 61 - 49$，$x^2 = 12$ ，

$x = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$

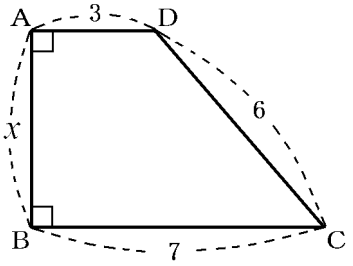
[問題](3 学期)(**)

次の図で，x の値を求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1) $x =$	(2) $x =$

[ヒント]

(1) BD を結ぶ。

(2) D から BC に垂線を引く。

[解答](1) $x=\sqrt{5}$　(2) $x=2\sqrt{5}$

[解説]

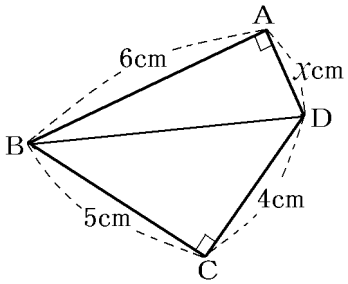
(1) BD を結ぶ。右図の△BCD で，三平方の定理より，

$BD^2=5^2+4^2=25+16=41$

△ABD で，三平方の定理より，$x^2+AB^2=BD^2$

$x^2+36=41$，$x^2=41-36=5$

よって，$x=\sqrt{5}$

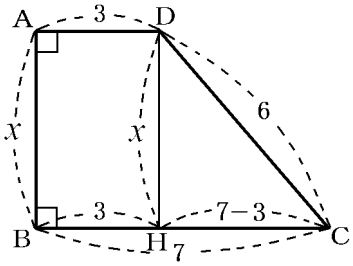


(2) D から BC に垂線 DH を引く。

四角形 ABHD は長方形になるので，DH＝AB＝x

△DCH で，三平方の定理より，$x^2+(7-3)^2=6^2$

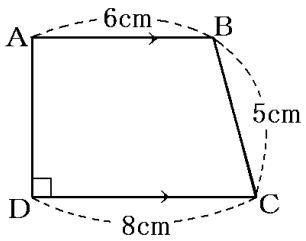
$x^2=36-16=20$，$x=\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=2\sqrt{5}$



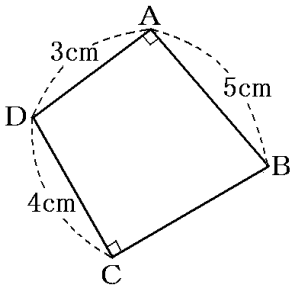
[問題](3 学期)(**)

次の四角形の面積をそれぞれ求めよ。

(1)



(2)



[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

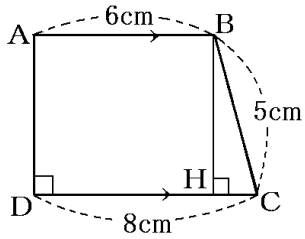
(1) B から DC に垂線をおろす。

(2) B と D を結ぶ。

[解答](1) $7\sqrt{21}$ cm²　(2) $\dfrac{15}{2}+6\sqrt{2}$ (cm²)

[解説]

(1) 右図の台形 ABCD で，B から CD に垂線 BH を引く。



CH＝8－6＝2(cm)

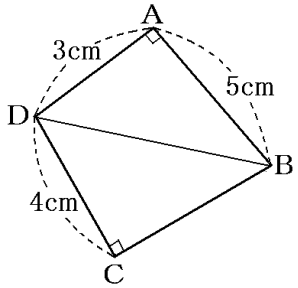
直角三角形 BCH で，三平方の定理より，

BH＝$\sqrt{BC^2-CH^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$ (cm)

(台形 ABCD の面積)＝$\frac{1}{2}$×(上底＋下底)×(高さ)

＝$\frac{1}{2}\times(6+8)\times\sqrt{21}=7\sqrt{21}$ (cm²)

(2) 右図のように，補助線 BD を引く。△ABD は直角三角形なので，BD＝$\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$ (cm)



△CBD は直角三角形なので，

BC＝$\sqrt{BD^2-CD^2}=\sqrt{34-16}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ (cm)

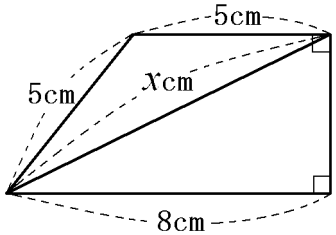
(△ABD の面積)＝$\frac{1}{2}\times5\times3=\frac{15}{2}$ (cm²)，(△CBD の面積)＝$\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times4=6\sqrt{2}$ (cm²)

よって，(四角形 ABCD の面積)＝$\frac{15}{2}+6\sqrt{2}$ (cm²)

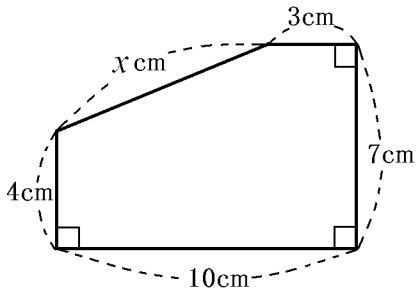
[問題](3 学期)(**)

次の x の値をそれぞれ求めよ。

(1)



(2)

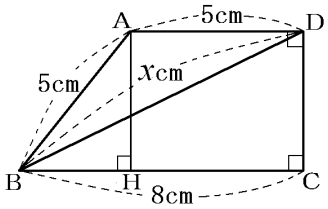


[解答欄]

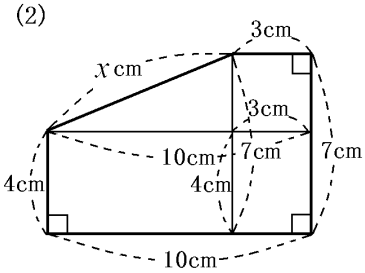
(1) x ＝	(2) x ＝

[ヒント]

(1)



(2)



[解答](1) $x=4\sqrt{5}$　(2) $x=\sqrt{58}$

[解説]

(1) 右図のように A から辺 BC に垂線 AH をおろすと，

HC＝5cm なので，BH＝8－5＝3(cm)

△ABH で，三平方の定理より，

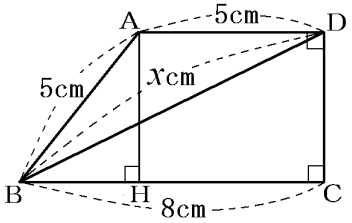
$AH^2+BH^2=AB^2$，$AH^2+9=25$，$AH^2=16$

よって，AH＝4cm，CD＝AH なので，CD＝4cm

△BCD で，三平方の定理より，$BD^2=BC^2+CD^2$，

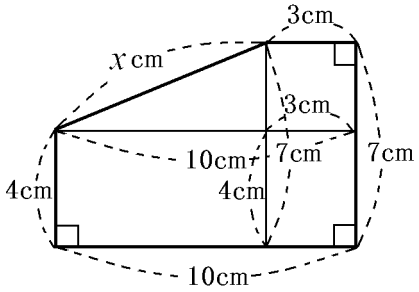
$x^2=64+16=80$

よって，$x=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$



(2) 右図で，三平方の定理より，

$x^2=(10-3)^2+(7-4)^2=58$　よって，$x=\sqrt{58}$

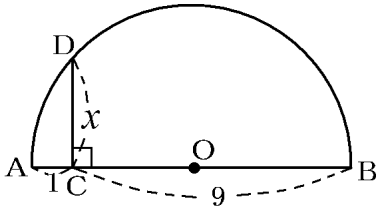


[円]

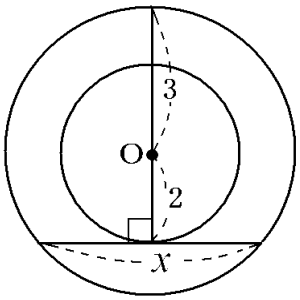
[問題](3 学期)(**)

下の図の x の値を求めよ。

(1)



(2)

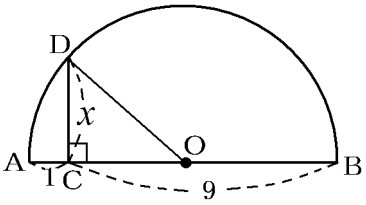


[解答欄]

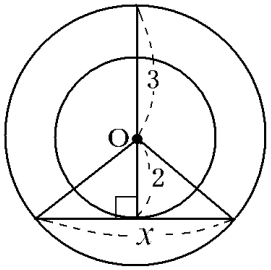
(1) $x=$	(2) $x=$

[ヒント]

(1)



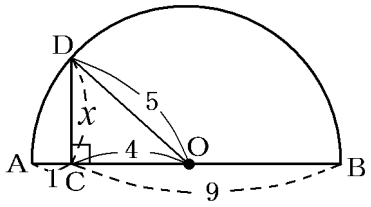
(2)



[解答](1)　$x=3$　(2)　$x=2\sqrt{5}$

[解説]

(1) OD を結んで，直角三角形 OCD に注目する。



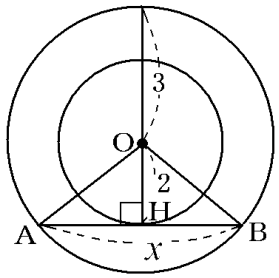
この円の半径は$(1+9)\div 2=5$なので，OD＝5

OC＝$5-1=4$

△OCD で，三平方の定理より，$CD^2+CO^2=OD^2$

$x^2+4^2=5^2$，$x^2=25-16=9$，$x=3$

(2) 右図の直角三角形 OAH に注目する。



△OAB は二等辺三角形で OH⊥AB なので H は AB の中点

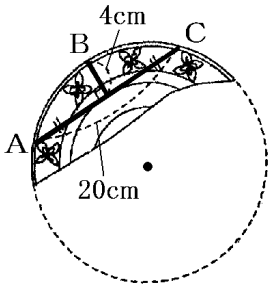
ゆえに AH＝$\frac{1}{2}x$　OA は半径なので OA＝3

$AH^2+OH^2=OA^2$，$\left(\frac{1}{2}x\right)^2+2^2=3^2$

$\frac{1}{4}x^2+4=9$，$x^2+16=36$，$x^2=36-16=20$，$x=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

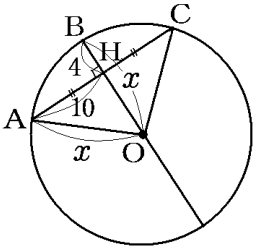
[問題](3 学期)(**)

　ある遺跡の発掘現場から，右の図のような円形の皿の破片が見つかった。この皿のもとの形は，図の ABC を弧とする円である。もとの形の円の直径を求めよ。



[解答欄]

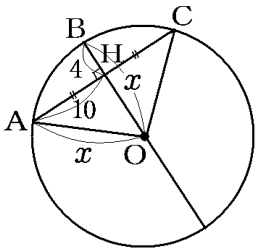
[ヒント]



[解答]29cm

[解説]

右図で，BH は弦 AC の垂直二等分線なので，円の中心 O を通る。



この円の半径を x cm とする。

△AOH で，AH＝20÷2＝10(cm)，

OH＝$x-4$(cm)である。

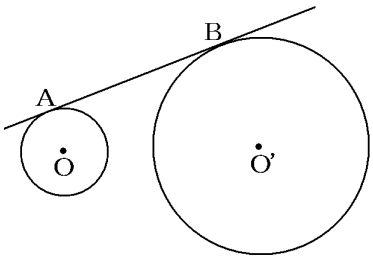
三平方の定理より，$OA^2=AH^2+OH^2$，$x^2=10^2+(x-4)^2$

$x^2 = 100 + x^2 - 8x + 16$，$8x = 116$，$x = 116 \div 8 = 14.5$

したがって，円の直径は，14.5×2＝29(cm)である。

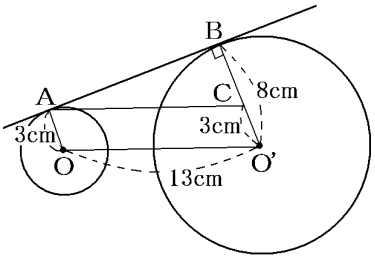
[問題](3 学期)(***)

半径 3cm の円 O と，半径 8cm の円 O'があり，OO'間の距離は 13cm である。図のように共通接線をひき，接点を A，B とする。このとき，線分 AB の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答]12cm

[解説]

<Point> 中心と接点を結ぶ→90°

右図のように，OA，OB をひくと，∠OBA＝90°

また，OO' // AC となる C を OB 上にとる。

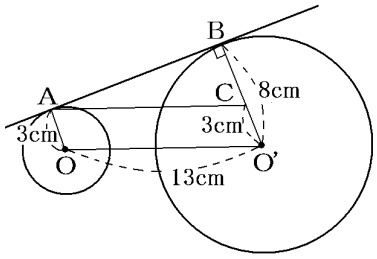
△ABC は直角三角形になり，

AC＝OO'＝13cm，BC＝8－3＝5cm

三平方の定理より，$AB^2 + BC^2 = AC^2$

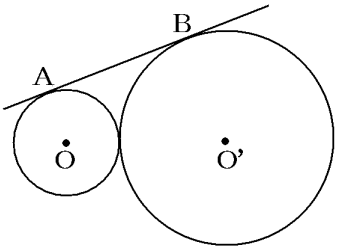
$AB^2 + 5^2 = 13^2$，$AB^2 = 169 - 25 = 144 = 12^2$

よって，AB＝12cm



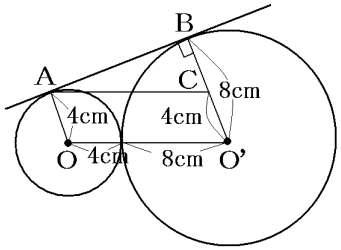
[問題](後期期末)(***)

半径 4cm の円 O と，半径 8cm の円 O'があり，OO'は外接している。図のように共通接線をひき，接点を A，B とする。このとき，線分 AB の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $8\sqrt{2}$ cm

[解説]

<Point> 中心と接点を結ぶ→90°

右図のように，OA，OB をひくと，∠OBA＝90°

また，OO' // AC となる C を OB 上にとる。

△ABC は直角三角形になり，

AC＝OO'＝4＋8＝12(cm)

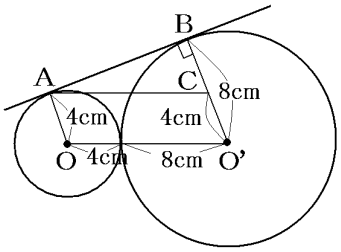
BC＝8－4＝4(cm)

三平方の定理より，$AB^2+BC^2=AC^2$

$AB^2+4^2=12^2$

$AB^2=12^2-4^2=144-16=128$

よって，AB＝$\sqrt{128}=\sqrt{64\times 2}=8\sqrt{2}$ (cm)

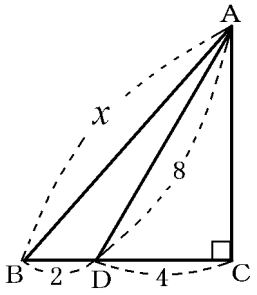


【】2 段構え

[長さ]

[問題](後期期末)(**)

次の x の値を求めよ。



[解答欄]

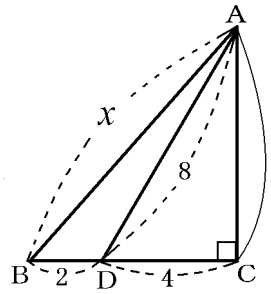
$x=$

[ヒント]

直角三角形 ADC で AC を求める→直角三角形 ABC で x を求める。

[解答] $x=2\sqrt{21}$

[解説]



△ADC で，三平方の定理より，

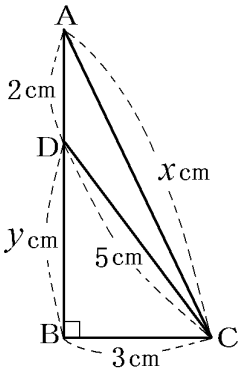
$AC^2+4^2=8^2$，$AC^2=64-16=48$

次に，△ABC で，三平方の定理より，$AB^2=BC^2+AC^2$，

$x^2=(2+4)^2+48=84$，$x=\sqrt{84}=\sqrt{4\times21}=2\sqrt{21}$

[問題](3 学期)(**)

次の x，y の値をそれぞれ求めよ。



[解答欄]

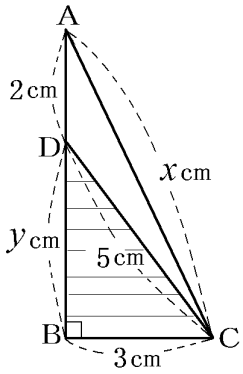
$x=$	$y=$

[ヒント]

直角三角形 BCD で y を求める→直角三角形 ABC で x を求める。

[解答] $x=3\sqrt{5}$　$y=4$

[解説]



△BCD で，三平方の定理より，

$y^2+3^2=5^2$，$y^2=25-9=16$　よって，$y=4$

△ABC で，三平方の定理より，$x^2=(2+y)^2+3^2$

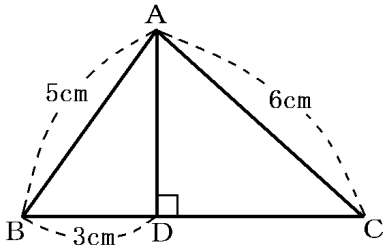
$y=4$ を代入すると，$x^2=6^2+3^2=36+9=45$

よって，$x=\sqrt{45}=\sqrt{9\times5}=3\sqrt{5}$

[問題](2 学期期末)(**)

右の図は△ABC の頂点 A から辺 BC に垂線 AD をひいたものである。このとき，DC の長さを求めよ。

(∠BAC は 90°ではない)



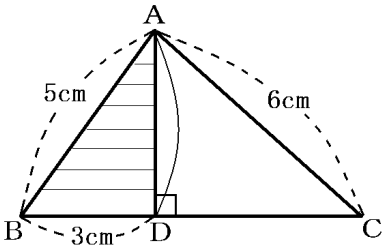
[解答欄]

[ヒント]

直角三角形 ABD で AD を求める→直角三角形 ADC で DC を求める。

[解答] $2\sqrt{5}$ cm

[解説]



△ABD で，三平方の定理より，

$AD^2+BD^2=AB^2$，$AD^2+9=25$，$AD^2=16$，

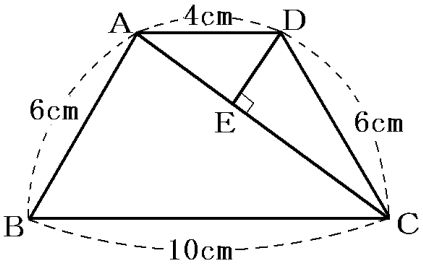
次に，△ADC で，三平方の定理より，

$AD^2+DC^2=AC^2$，$16+DC^2=36$

よって，$DC^2=20$，$DC=\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=2\sqrt{5}$ (cm)

[問題](3 学期)(***)

右の図で，四角形 ABCD は AD // BC であり，AB＝DC＝6cm，AD＝4cm，BC＝10cm である。このとき，次の各問いに答えよ。



(1) AC の長さを求めよ。

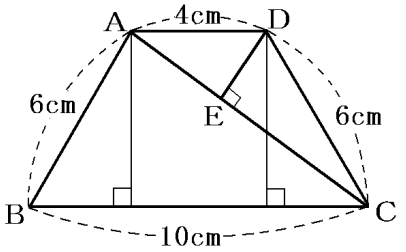
(2) 頂点 D から AC に垂線 DE をひくとき，DE の長さを求めよ。

[解答欄]

(1)	(2)

[ヒント]

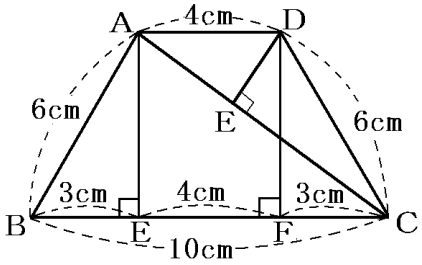
(1)



(2) △ACD の面積・AC の長さ→DE

[解答](1) $2\sqrt{19}$ cm　(2) $\dfrac{6\sqrt{57}}{19}$ cm

[解説]



(1) A から BC に垂線 AE を，D から BC に垂線 DF を引くと，四角形 AEFD は長方形になるので，

EF＝AD＝4cm となる。

また，△ABE≡△DCF なので，BE＝CF

よって，BE＝CF＝(10－4)÷2＝3cm

△ABE は直角三角形なので，三平方の定理より，

$AE^2+3^2=6^2$，$AE^2=36-9=27$，AE＝$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ (cm)

次に，△ACE も直角三角形なので，三平方の定理より，

$AC^2=AE^2+CE^2=27+(3+4)^2=27+49=76$　よって，AC＝$\sqrt{76}=2\sqrt{19}$ (cm)

(2) △ACD の面積に注目する。AD を底辺とすると，高さは EA と等しくなるので，

(△ACD の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺 AD)×(高さ AE)＝$\dfrac{1}{2}\times4\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ (cm^2)･･･①

AC を△ACD の底辺と考えると，高さは DE となる。

(△ACD の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺 AC)×(高さ DE)＝$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{19}\times DE=\sqrt{19}\times DE$･･･②

①，②より，$\sqrt{19}\times DE=6\sqrt{3}$

$DE=6\sqrt{3}\div\sqrt{19}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{19}}=\dfrac{6\sqrt{3}\times\sqrt{19}}{\sqrt{19}\times\sqrt{19}}=\dfrac{6\sqrt{57}}{19}$ cm

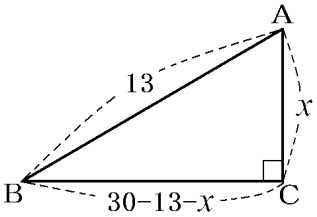
【】1 つの辺を x とおく

[問題](3 学期)(**)

周の長さが 30cm で，斜辺の長さが 13cm の直角三角形がある。この直角三角形の残りの 2 辺の長さを求めよ。(2 辺のうち 1 辺の長さを x cm として，方程式をたて，解け。)

[解答欄]

[ヒント]



[解答]5cm と 12cm

[解説]

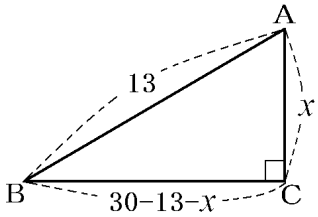
右の図のような直角三角形で，斜辺 AB＝13cm，

AC＝ x cm とすると，周の長さが 30cm なので，

BC＝30－13－ x ＝17－ x (cm)となる。

三平方の定理より，

$x^2+(17-x)^2=13^2$, $x^2+x^2-34x+17^2=13^2$ ，



$2x^2-34x+289-169=0$

$2x^2-34x+120=0$, $x^2-17x+60=0$, $(x-5)(x-12)=0$ よって， $x=5,\ 12$

$x=5$ のとき $17-x=12$， $x=12$ のとき $17-12=5$ これは問題にあてはまる。

よって，2 辺の長さは 5cm と 12cm

[問題](入試問題)(**)

直角三角形 ABC で，辺 AB の長さは，辺 BC の長さより 2cm 長く，辺 BC の長さは辺 CA の長さより 7cm 長い。このとき，直角三角形 ABC の斜辺の長さを求めよ。

(秋田県)

[解答欄]

[ヒント]

辺 AB＞辺 BC，辺 BC＞辺 CA より，辺 AB＞辺 BC＞辺 CA なので，直角三角形 ABC の斜辺は辺 AB である。

[解答]17cm

[解説]

辺 AB＞辺 BC，辺 BC＞辺 CA より，辺 AB＞辺 BC＞辺 CA なので，直角三角形 ABC の斜辺は辺 AB である。

したがって，三平方の定理より，(辺 BC)^2＋(辺 CA)^2＝(辺 AB)^2・・・①が成り立つ。

(辺 CA)＝x(cm)とおくと，「辺 BC の長さは辺 CA の長さより 7cm 長い」ので，

(辺 BC)＝$x+7$(cm)

また，「辺 AB の長さは，辺 BC の長さより 2cm 長い」ので，

(辺 AB)＝(辺 BC)＋2＝$x+7+2=x+9$(cm)

①より，$(x+7)^2+x^2=(x+9)^2$

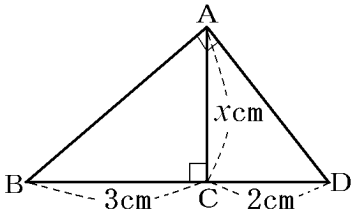
$x^2+14x+49+x^2=x^2+18x+81$，$x^2-4x-32=0$，$(x+4)(x-8)=0$

$x>0$ なので，$x=8$

よって，(斜辺)＝$x+9=8+9=17$(cm)

[問題](2 学期期末)(**)

次の図の x の値を求めよ。



[解答欄]

$x=$

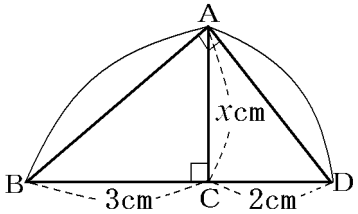
[ヒント]

直角三角形 ABC で AB^2 を x で表す，直角三角形 ACD で AD^2 を x で表す。

→直角三角形 ABD に着目。

[解答] $x=\sqrt{6}$

[解説]



△ABC で，三平方の定理より，AB^2＝BC^2＋AC^2＝$9+x^2$

また，△ACD で，三平方の定理より，

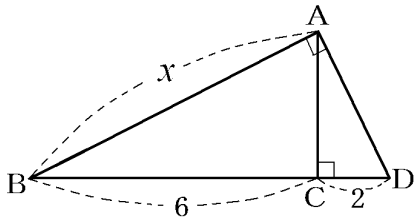
AD^2＝CD^2＋AC^2＝$4+x^2$

次に，△ABD で，三平方の定理より AB^2＋AD^2＝BD^2 なので，

$9+x^2+4+x^2=5^2$，$2x^2+13=25$，$2x^2=12$，$x^2=6$，$x=\sqrt{6}$

[問題](3 学期)(**)

次の図で，x の値を求めよ。



[解答欄]

$x=$

[ヒント]

直角三角形 ABC で AC^2 を x で表す，直角三角形 ABD で AD^2 を x で表す。

→直角三角形 ACD に着目。

[解答] $x=4\sqrt{3}$

[解説]

△ABC は直角三角形なので，

三平方の定理より，$AC^2=x^2-6^2=x^2-36$ ･･･①

△ABD も直角三角形なので，三平方の定理より，

$AD^2=8^2-x^2=64-x^2$ ･･･②

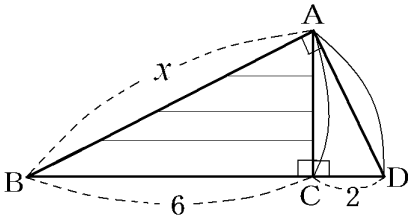
次に，△ACD も直角三角形なので，三平方の定理より，

$AD^2=AC^2+CD^2$,

①，②より，$64-x^2=x^2-36+2^2$

$-2x^2=-36+4-64$，$-2x^2=-96$，$x^2=48$，

$x=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

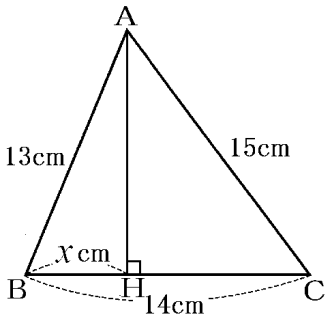


[問題](3 学期)(**)

右の図のように，AB＝13cm，BC＝14cm，CA＝15cm の△ABC がある。次の各問いに答えよ。

(1) 図の x の値を求めよ。

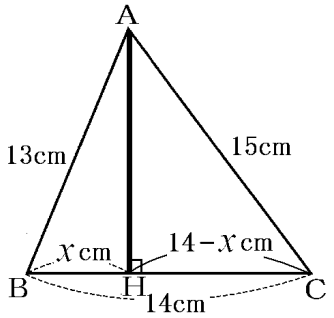
(2) △ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

(1)	(2)

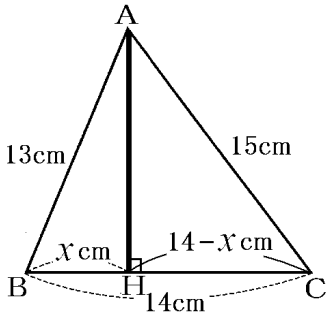
[ヒント]



[解答](1)　$x=5$　(2) 84cm²

[解説]

(1) AH² を x を使って，2 通りのやり方で表す。



まず，△ABH で，三平方の定理より，

$AH^2=AB^2-BH^2=13^2-x^2=169-x^2$

次に，△ACH で，三平方の定理より，

$AH^2=AC^2-CH^2=15^2-(14-x)^2$

$=225-(196-28x+x^2)=29+28x-x^2$

よって，$29+28x-x^2=169-x^2$，$28x=140$，$x=5$

この解は問題にあう。

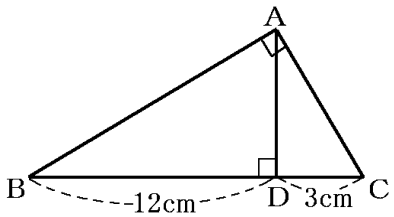
(2) (1)より，$AH^2=169-x^2=169-25=144=12^2$

AH＞0 なので，AH＝12(cm)

よって，(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}\times BC\times AH=\frac{1}{2}\times 14\times 12=84$(cm²)

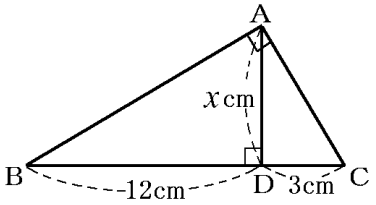
[問題](2 学期期末)(***)

次の図の△ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



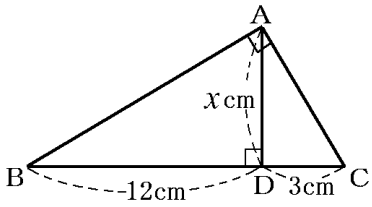
直角三角形 ABD で AB^2 を x で表す，直角三角形 ACD で AC^2 を x で表す。

→直角三角形 ABC に着目。

[解答]45cm²

[解説]

AD＝x(cm)とする。直角三角形 ABD で，三平方の定理より，



$AB^2=AD^2+BD^2=x^2+12^2=x^2+144$

直角三角形 ACD で，三平方の定理より，

$AC^2=AD^2+CD^2=x^2+3^2=x^2+9$

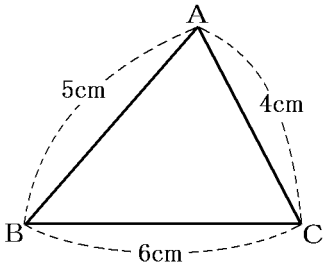
直角三角形 ABC で，三平方の定理より，$AB^2+AC^2=BC^2$

$x^2+144+x^2+9=15^2$，$2x^2+153=225$，$2x^2=72$，$x^2=36$　$x>0$ なので，$x=6$

(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}\times BC\times x=\frac{1}{2}\times 15\times 6=45$(cm²)

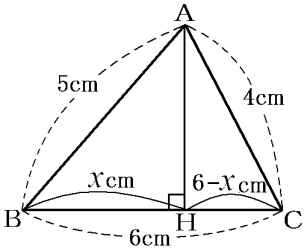
[問題](後期期末)(****)

右図の△ABC で，AB＝5cm，BC＝6cm，AC＝4cm のとき，△ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



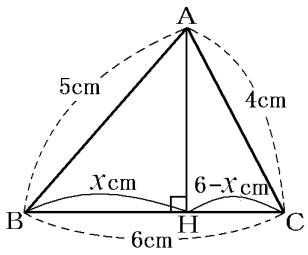
[解答] $\frac{15\sqrt{17}}{4}$ cm²

[解説]

右図のように，A より底辺 BC に垂線 AH をひき，

BH＝x (cm)とおく。

AH² を x を使って，2 通りのやり方で表す。



まず，△ABH で，三平方の定理より，

AH²＝AB²－BH²＝$5^2-x^2=25-x^2$

次に，△ACH で，三平方の定理より，

AH²＝AC²－CH²＝$4^2-(6-x)^2=16-(36-12x+x^2)=-20+12x-x^2$

よって，$-20+12x-x^2=25-x^2$，$12x=45$，$x=\dfrac{45}{12}=\dfrac{15}{4}$

AH²＝$25-x^2=25-\dfrac{225}{16}=\dfrac{400-225}{16}=\dfrac{175}{16}$

AH＞0 なので，AH＝$\sqrt{\dfrac{175}{16}}=\dfrac{\sqrt{25\times7}}{4}=\dfrac{5\sqrt{7}}{4}$

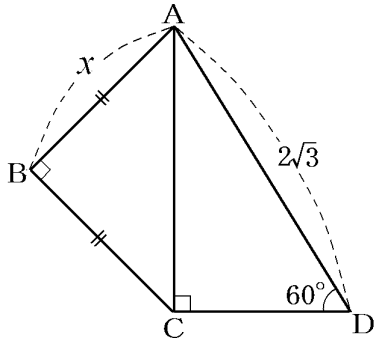
よって，(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×AH＝$\dfrac{1}{2}\times6\times\dfrac{5\sqrt{7}}{4}=\dfrac{15\sqrt{7}}{4}$ (cm²)

【】応用②：特殊な角

【】2 つの三角形の各辺の比

[問題](3 学期)(**)

次の図で x の値を求めよ。



[解答欄]

$x=$

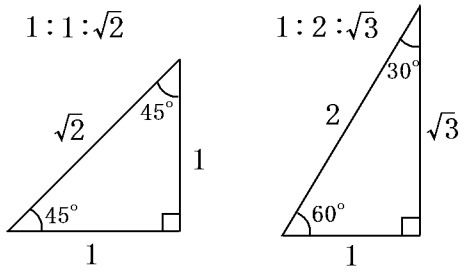
[ヒント]

△ADC は 30° 60° 90° →3 辺の比は 1：2：$\sqrt{3}$，

△ABC は直角二等辺三角形(45° 45° 90°)

→3 辺の比は 1：1：$\sqrt{2}$

AD＝$2\sqrt{3}$→AC→AB と求める。



[解答] $x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

[解説]

右図の△ADC は 30° 60° 90° の直角三角形なので，

AC：AD＝$\sqrt{3}$ ： 2

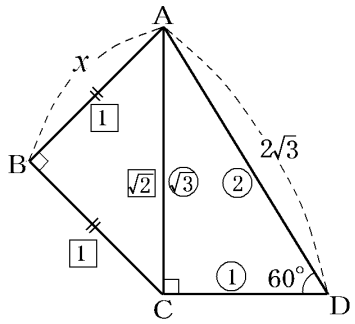
AD＝$2\sqrt{3}$ なので，AC：$2\sqrt{3}=\sqrt{3}$ ： 2

比の外項の積と内項の積は等しいので，

AC×2＝$2\sqrt{3}\times\sqrt{3}$，2AC＝6，AC＝3

次に，△ABC は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので，

AB：AC＝1：$\sqrt{2}$， $x:3=1:\sqrt{2}$

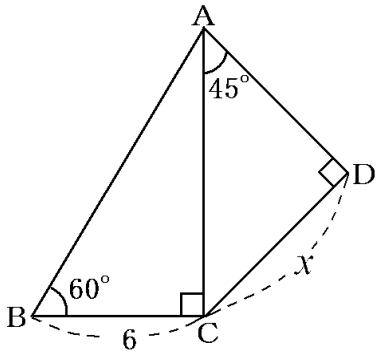


比の外項の積と内項の積は等しいので， $\sqrt{2}x=3,\ x=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

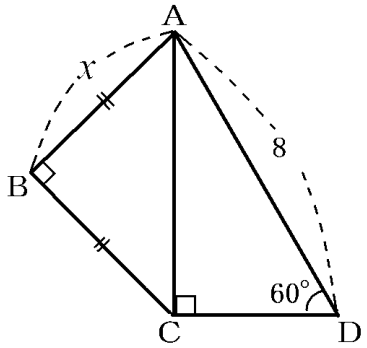
[問題](3 学期)(**)

次の図の x の値を求めよ。

(1)



(2)

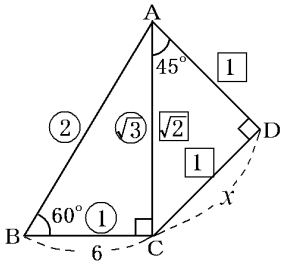


[解答欄]

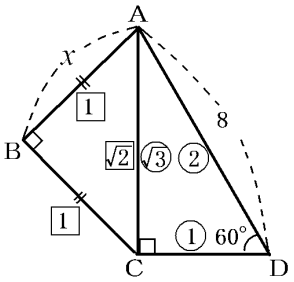
(1)	(2)

[ヒント]

(1)



(2)



[解答](1) $x=3\sqrt{6}$ (2) $x=2\sqrt{6}$

[解説]

(1) △ABC は 30° 60° 90° の直角三角形なので,

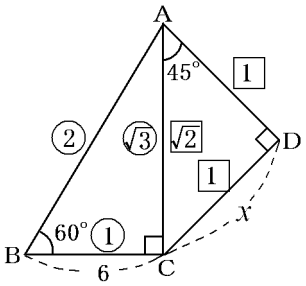
BC : AC＝$1:\sqrt{3}$, 6 : AC＝$1:\sqrt{3}$

比の内項の積は外項の積に等しいので, AC＝$6\sqrt{3}$

次に, △ACD は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので,

AC : CD＝$\sqrt{2}:1$, $6\sqrt{3}:x=\sqrt{2}:1$

比の内項の積は外項の積に等しいので,



$$x\times\sqrt{2}=6\sqrt{3}\times1,\quad \sqrt{2}x=6\sqrt{3},\quad x=\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{6}}{2}=3\sqrt{6}$$

(2) △ACD は 30° 60° 90° の直角三角形なので,

AC : AD＝$\sqrt{3}:2$, AC : 8＝$\sqrt{3}:2$

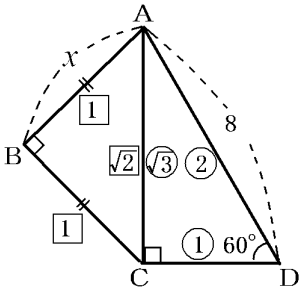
比の外項の積は内項の積と等しいので,

AC×2＝8×$\sqrt{3}$, 2AC＝$8\sqrt{3}$, AC＝$8\sqrt{3}\div2=4\sqrt{3}$

△ABC は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので,

AB : AC＝1 : $\sqrt{2}$, $x:4\sqrt{3}=1:\sqrt{2}$

比の外項の積は内項の積に等しいので, $x\times\sqrt{2}=4\sqrt{3}\times1$

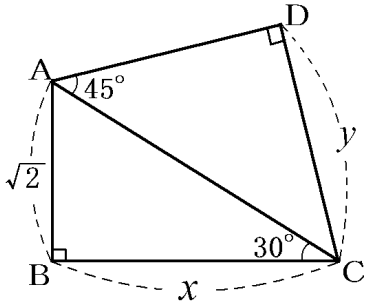


$$\sqrt{2}x=4\sqrt{3},\quad x=4\sqrt{3}\div\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{6}}{2}=2\sqrt{6}$$

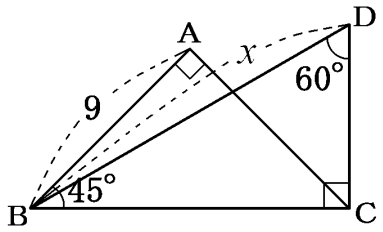
[問題](2 学期期末)(**)

次の図で x の値を求めよ。

(1)



(2)

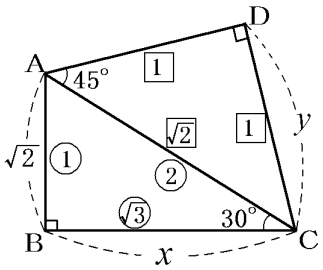


[解答欄]

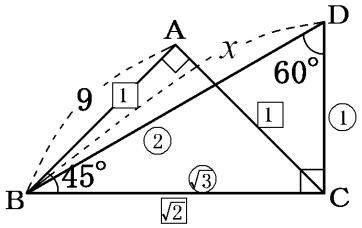
(1) $x=$	$y=$	(2) $x=$

[ヒント]

(1)



(2)



[解答](1) $x=\sqrt{6}$　$y=2$　(2) $x=6\sqrt{6}$

[解説]

(1) △ABC は 30°　60°　90°　の直角三角形なので,

AB : BC＝1 : $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$: x＝1 : $\sqrt{3}$

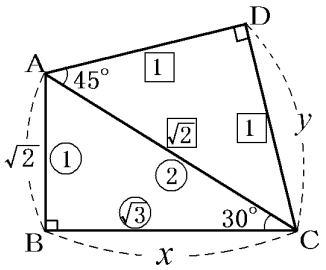
比の内項の積は外項の積に等しいので,

$x\times1=\sqrt{2}\times\sqrt{3}$, $x=\sqrt{6}$

また, △ABC で, AB : AC＝1 : 2, $\sqrt{2}$: AC＝1 : 2

比の内項の積は外項の積に等しいので,

AC×1＝$\sqrt{2}$ ×2, AC＝$2\sqrt{2}$



次に, ACD は, 45°　45°　90°　の直角二等辺三角形なので,

AC : CD＝$\sqrt{2}$: 1, $2\sqrt{2}$: y＝$\sqrt{2}$: 1

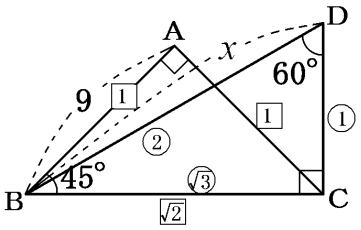
比の内項の積は外項の積に等しいので, $y\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}\times1$, $y=2\sqrt{2}\div\sqrt{2}=2$

(2) △ABC は 45°　45°　90°　の直角二等辺三角形なので,

AB : BC＝1 : $\sqrt{2}$, 9 : BC＝1 : $\sqrt{2}$,

比の内項の積は外項の積に等しいので,

BC×1＝9×$\sqrt{2}$, BC＝$9\sqrt{2}$



次に, △BCD は 30°　60°　90°　の直角三角形なので,

BD：BC＝$2:\sqrt{3}$，　x ： $9\sqrt{2}=2:\sqrt{3}$

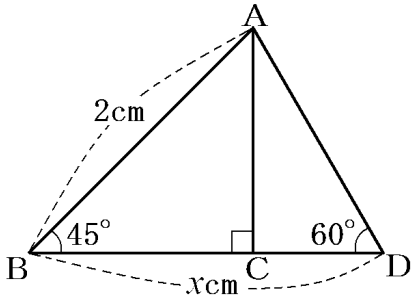
比の外項の積は内項の積に等しいので，

$x\times\sqrt{3}=9\sqrt{2}\times 2$，　$\sqrt{3}x=18\sqrt{2}$

$$x=\frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{18\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{18\sqrt{6}}{3}=6\sqrt{6}$$

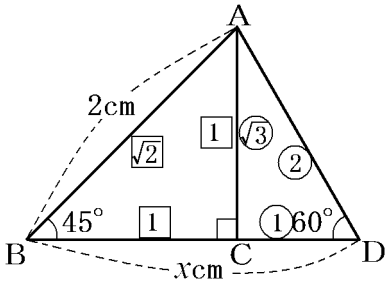
[問題](3 学期)(**)

次の図で x の値を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $x=\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

[解説]

△ABC は 45°　45°　90°　の直角三角形なので，

AC：AB＝1：$\sqrt{2}$，AC：2＝1：$\sqrt{2}$

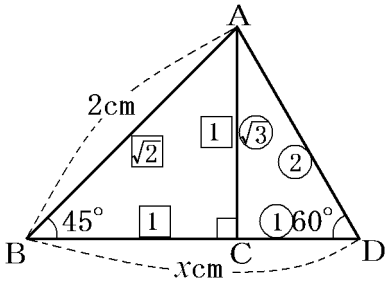
比の外項の積は内項の積に等しいので，

AC×$\sqrt{2}$ ＝2×1，AC＝$2\div\sqrt{2}=\sqrt{2}$ (cm)

また，BC＝AC＝$\sqrt{2}$ (cm)･･･①

次に，△ACD は 30°　60°　90°　の直角三角形なので，

AC：CD＝$\sqrt{3}$ ：1，　$\sqrt{2}$ ：CD＝$\sqrt{3}$ ：1



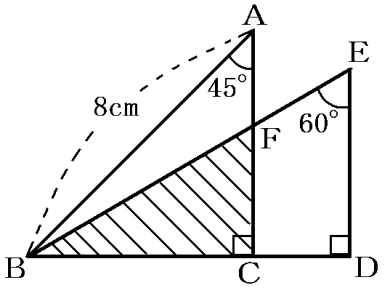
比の内項の積は外項の積に等しいので，

$\mathrm{CD}\times\sqrt{3}=\sqrt{2}\times 1$，$\mathrm{CD}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ (cm)･･･②

①，②より，$x=\mathrm{BC}+\mathrm{CD}=\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

[問題](2 学期期末)(**)

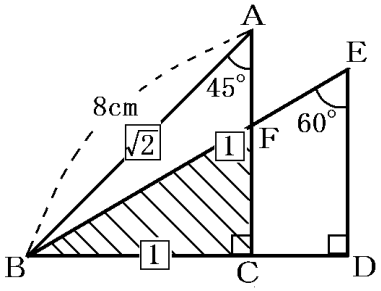
次の図のように 1 組の三角定規を重ねて置くとき，斜線で示した重なりの部分の面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

AB＝8cm→BC→CF



[解答] $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ (cm²)

[解説]

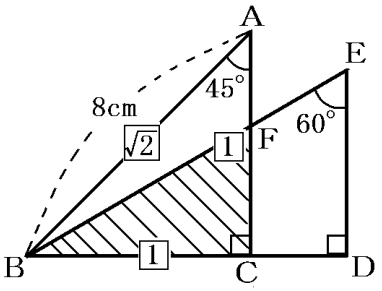
△ABC は 45°　45°　90°　の直角二等辺三角形なので，

BC：AB＝$1:\sqrt{2}$，BC：8＝$1:\sqrt{2}$，

比の外項の積は内項の積に等しいので，

$\mathrm{BC}\times\sqrt{2}=8\times 1$，$\sqrt{2}\,\mathrm{BC}=8$，

$\mathrm{BC}=\dfrac{8}{\sqrt{2}}=\dfrac{8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$ (cm)



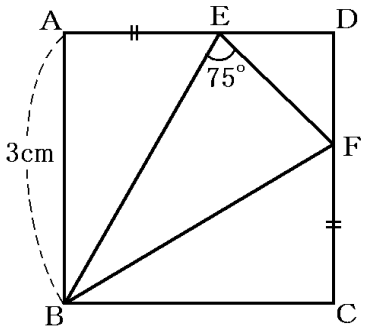
次に，∠FBC＝180°－90°－60°＝30°なので，
△FBC は 30°60°90°の直角三角形になる。
よって，FC：BC＝$1:\sqrt{3}$，FC：$4\sqrt{2}=1:\sqrt{3}$
比の外項の積は内項の積に等しいので，

$$FC\times\sqrt{3}=4\sqrt{2}\times1,\quad \sqrt{3}FC=4\sqrt{2},\quad FC=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{(cm)}$$

$$(\triangle FBC\text{ の面積})=\frac{1}{2}\times BC\times FC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times\frac{4\sqrt{6}}{3}=\frac{16\sqrt{12}}{6}=\frac{32\sqrt{3}}{6}=\frac{16\sqrt{3}}{3}\text{(cm}^2\text{)}$$

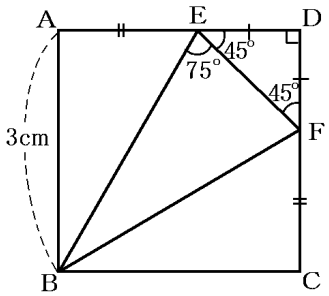
[問題](入試問題)(***)

右の図のように，正方形 ABCD があり，AE＝CF となるように，点 E，F をそれぞれ辺 AD，CD 上にとる。AB＝3cm，∠BFE＝75°とするとき，線分 EF の長さを求めよ。
(富山県)



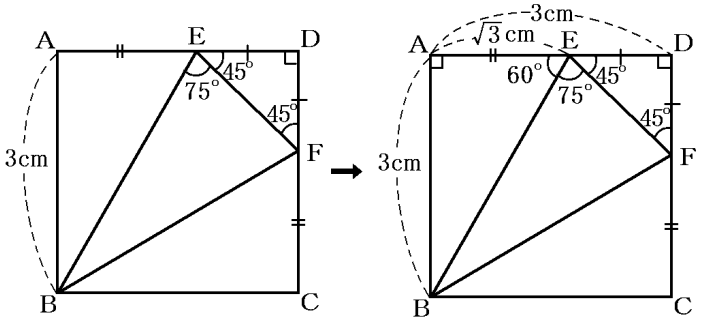
[解答欄]

[ヒント]



∠AEB に着目。

[解答] $3\sqrt{2}-\sqrt{6}$ (cm)
[解説]



AD＝CD(正方形の辺)，AE＝CF(仮定)なので，DE＝DF になる。

よって，△EFD は直角二等辺三角形で，

∠FED＝∠EFD＝(180°－90°)÷2＝45°

したがって，∠AEB＝180°－(75°＋45°)＝60°

よって，△ABE は 30° 90° 60° の直角三角形で，

AE：BE：AB＝1：2：$\sqrt{3}$

AE＝AB×$\frac{1}{\sqrt{3}}$＝$3\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ (cm)

ED＝AD－AE＝$3-\sqrt{3}$ (cm)

次に，△EFD は 45° 45° 90° の直角三角形なので，ED：FD：EF＝1：1：$\sqrt{2}$

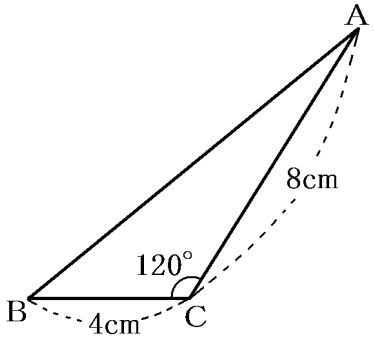
よって，EF＝ED×$\sqrt{2}$＝$\left(3-\sqrt{3}\right)\times\sqrt{2}=3\sqrt{2}-\sqrt{6}$ (cm)

【】補助線を引く

[高さ]

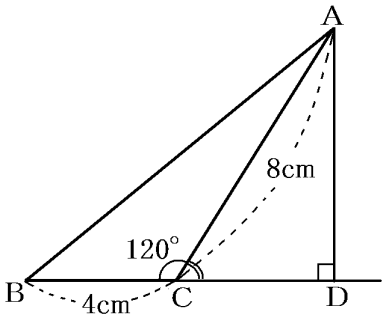
[問題](2 学期期末)(**)

次の図の△ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $8\sqrt{3}$ cm²

[解説]

右図のように，点 A から垂線 AD を引く。

△ABC で BC を底辺とすると，高さは AD になる。

∠ACD＝180°－120°＝60° なので

△ACD は 30° 60° 90° の直角三角形で，

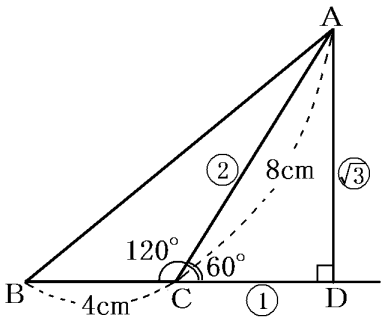
AC : AD＝ 2 : $\sqrt{3}$,

8 : AD＝ 2 : $\sqrt{3}$

比の内項の積は外項の積に等しいので，

$AD\times 2=8\times\sqrt{3}$ ， $2AD=8\sqrt{3}$,

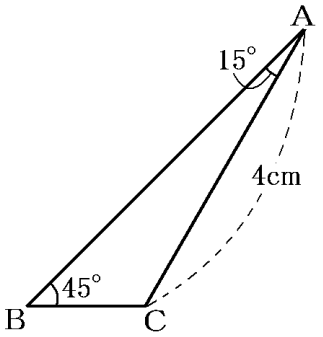
$AD=8\sqrt{3}\div 2=4\sqrt{3}$ (cm)



よって，(△ABC の面積)＝ $\frac{1}{2}\times BC\times AD=\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ (cm²)

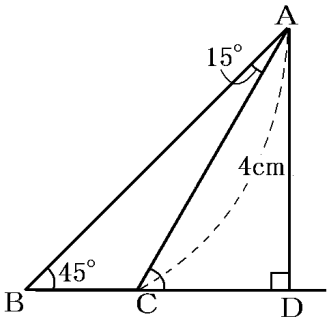
[問題](3 学期)(**)

次の図の△ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

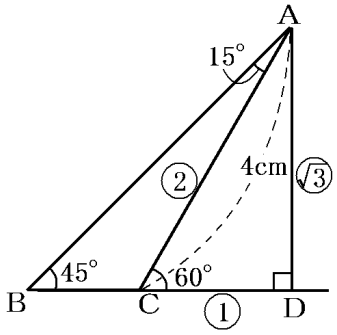
[ヒント]



[解答] $6-2\sqrt{3}$ cm²

[解説]

右図のように，点 A から BC の延長線上に垂線 AD を引く。



△ABC で BC を底辺とすると，高さは AD になる。

∠ACD＝45°＋15°＝60° なので，

△ACD は 30° 60° 90° の直角三角形になる。

よって，AC：AD＝2：$\sqrt{3}$，4：AD＝2：$\sqrt{3}$

比の内項の積は外項の積に等しいので，

AD×2＝4×$\sqrt{3}$，2AD＝$4\sqrt{3}$，

AD＝$4\sqrt{3}\div 2=2\sqrt{3}$(cm)

また，CD：AD＝1：2，CD：4＝1：2

比の外項の積は内項の積に等しいので，

CD×2＝4×1，2CD＝4，CD＝2(cm)

次に，△ABD は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形なので，BD＝AD＝$2\sqrt{3}$ cm

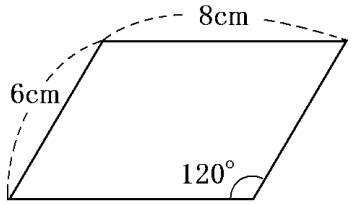
BC＝BD－CD＝$2\sqrt{3}-2$(cm)

(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}$×BC×AD＝$\frac{1}{2}\times\left(2\sqrt{3}-2\right)\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}-2\right)=6-2\sqrt{3}$ (cm²)

[問題](入試問題)(**)

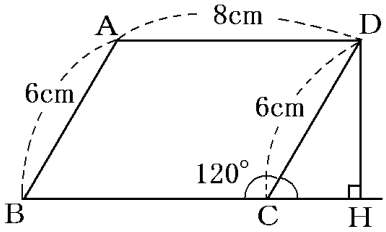
右の図の平行四辺形の面積を求めよ。

(青森県)



[解答欄]

[ヒント]



(平行四辺形の面積)＝(底辺 BC)×(高さ DH)

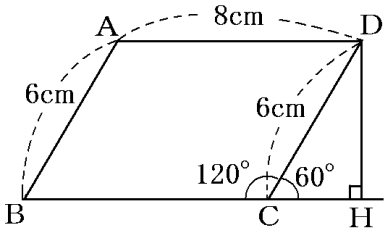
[解答] $24\sqrt{3}$ cm²

[解説]

右図のように，D から BC の延長線上に垂線 DH をおろすと，△DCH は 90° 60° 30° の直角三角形なので，

CH : CD ; DH＝1 : 2 : $\sqrt{3}$

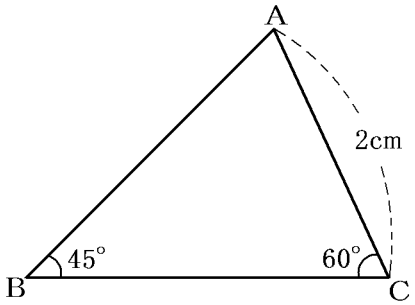
CD＝6cm なので，DH＝$6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ (cm)



(平行四辺形 ABCD の面積)＝(底辺 BC)×(高さ DH)＝$8\times 3\sqrt{3}=24\sqrt{3}$ (cm²)

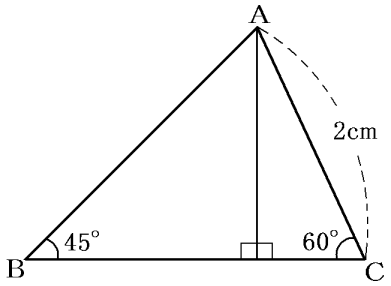
[問題](3 学期)(**)

次の△ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ cm²

[解説]

右図のように，点 A から垂線 AD を引く。

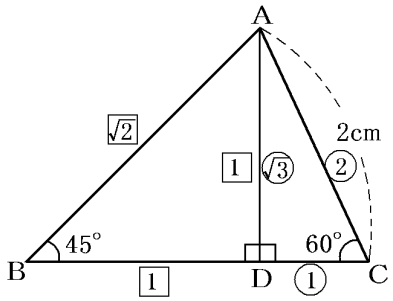
△ABC で BC を底辺とすると，高さは AD になる。

△ACD は 30°　60°　90°　の直角三角形なので，

AD：AC＝$\sqrt{3}$：2，AD：2＝$\sqrt{3}$：2

比の外項の積は内項の積に等しいので，

AD×2＝2×$\sqrt{3}$，2AD＝$2\sqrt{3}$，AD＝$\sqrt{3}$ (cm)



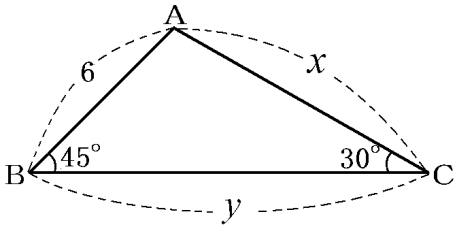
また，CD：AC＝1：2，CD：2＝1：2，CD＝1(cm)

次に，△ABD は 45°　45°　90°　の直角二等辺三角形なので，

BD＝AD＝$\sqrt{3}$ (cm)　よって，BC＝BD＋CD＝$\sqrt{3}+1$ (cm)

(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×BC×AD＝$\dfrac{1}{2}\times\left(\sqrt{3}+1\right)\times\sqrt{3}=\dfrac{\left(\sqrt{3}+1\right)\times\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ (cm²)

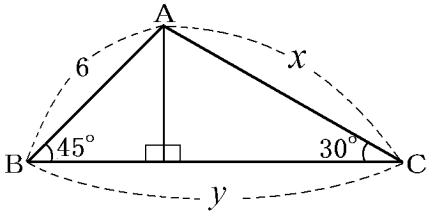
[問題](3 学期)(**)



[解答欄]

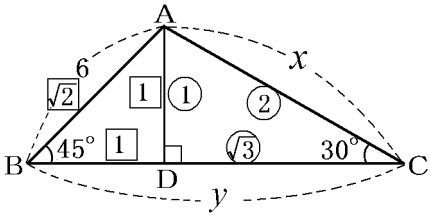
$x=$	$y=$

[ヒント]



[解答] $x=6\sqrt{2}$　$x=3\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

[解説]



右図のように，A から BC に垂線 AD を引く。

△ABD は，45°　45°　90°　の直角三角形なので，

AB：BD＝$\sqrt{2}$ ：1，

6：BD＝$\sqrt{2}$ ：1

比の内項の積は外項の積に等しいので，

BD×$\sqrt{2}$ ＝6×1，BD＝6÷$\sqrt{2}$

BD＝$\dfrac{6}{\sqrt{2}}=\dfrac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}\dfrac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

また，AD＝BD なので，AD＝$3\sqrt{2}$

次に，△ACD は 60°　30°　90°　の直角三角形なので，

AD：AC＝1：2，$3\sqrt{2}$ ：x＝1：2

比の内項の積は外項の積に等しいので，

$x\times1=3\sqrt{2}\times2$，$x=6\sqrt{2}$

また，AD：CD＝1：$\sqrt{3}$，$3\sqrt{2}$ ：CD＝1：$\sqrt{3}$

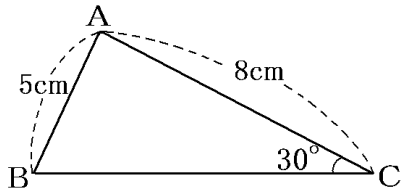
比の内項の積は外項の積に等しいので，

CD×1＝$3\sqrt{2}\times\sqrt{3}$，CD＝$3\sqrt{6}$

y＝BC＝BD＋CD＝$3\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

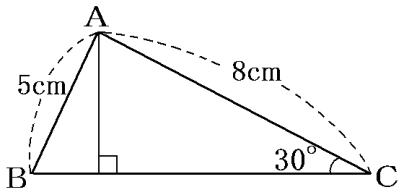
[問題](3 学期)(**)

次の△ABC の面積を求めよ。(注：∠A は 90°　ではない)



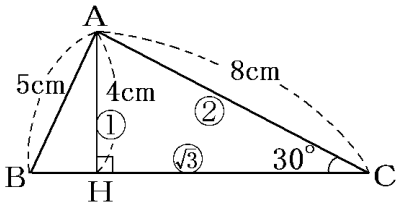
[解答欄]

[ヒント]



[解答] $6+8\sqrt{3}$ (cm²)

[解説]



頂点 A から辺 BC に垂線 AH を引く。

△ABC で BC を底辺とすると，高さは AH になる。

そこで，BC と AH を求めていく。

△ACH は 30°　60°　90°　の直角三角形なので，

AH：AC＝1：2，AH：8＝1：2

比の外項の積は内項の積に等しいので，

AH×2＝8×1，2AH＝8，AH＝4(cm)･･･①

また，CH：AC＝$\sqrt{3}$：2，CH：8＝$\sqrt{3}$：2

比の外項の積は内項の積に等しいので，

CH×2＝8×$\sqrt{3}$，2CH＝$8\sqrt{3}$，CH＝$4\sqrt{3}$ (cm)･･･②

次に，△ABH で，三平方の定理より，

BH＝$\sqrt{AB^2-AH^2}=\sqrt{25-16}=\sqrt{9}=3$ (cm)･･･③

①，②，③より，

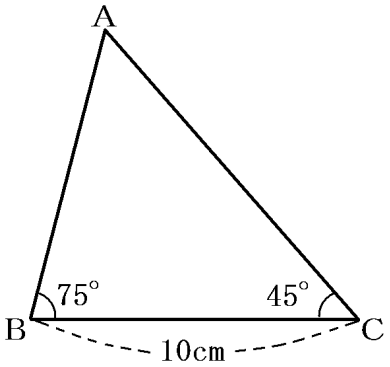
(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}$×BC×AH＝$\frac{1}{2}$×(BH＋CH)×AH

$=\frac{1}{2}\times\left(3+4\sqrt{3}\right)\times 4=2\left(3+4\sqrt{3}\right)=6+8\sqrt{3}$ (cm²)

[75°　の分割]

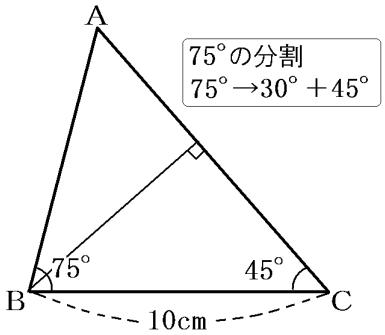
[問題](2 学期期末)(***)

　次の△ABC の面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

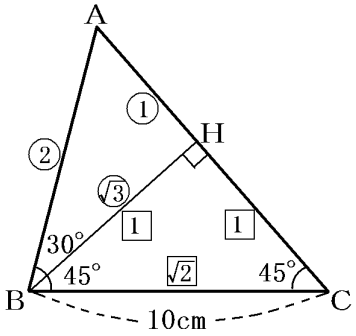


[解答] $\dfrac{25\sqrt{3}}{3}+25\,(\mathrm{cm}^2)$

[解説]

<Point> 75° を分割するように補助線を引く

A から BC に垂線を引いてもうまくいかない。75° が処理できないからである。そこで，B から AC に垂線 BH を引く。



∠CBH＝180° －90° －45° ＝45° なので，

△BCH は 45° 45° 90° の直角二等辺三角形で，

CH：CB＝$1:\sqrt{2}$，CH：10＝$1:\sqrt{2}$

比の外項の積は内項の積に等しいので，

$\mathrm{CH}\times\sqrt{2}=10\times1$，$\sqrt{2}\,\mathrm{CH}=10$，

$\mathrm{CH}=\dfrac{10}{\sqrt{2}}=\dfrac{10\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{10\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

HB＝CH＝$5\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$･･･①

次に△ABH に注目する。∠ABH＝75° －45° ＝30° なので

△ABH は 30° 60° 90° の直角三角形である。

よって，AH：HB＝$1:\sqrt{3}$，AH：$5\sqrt{2}=1:\sqrt{3}$

比の外項の積は内項の積に等しいので，

$\mathrm{AH}\times\sqrt{3}=5\sqrt{2}\times1$，$\sqrt{3}\,\mathrm{AH}=5\sqrt{2}$

$\mathrm{AH}=\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}\,(\mathrm{cm})$･･･②

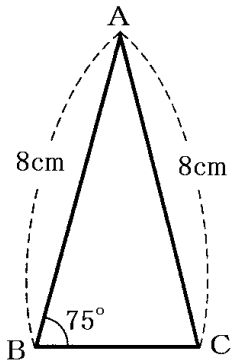
①，②より，(△ABC の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times\mathrm{AC}\times\mathrm{HB}=\dfrac{1}{2}\times(\mathrm{AH}+\mathrm{CH})\times\mathrm{HB}$

$$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{5\sqrt{6}}{3}+5\sqrt{2}\right)\times5\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times\frac{5\sqrt{6}}{3}\times5\sqrt{2}+\frac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times5\sqrt{2}$$

$$=\frac{25\sqrt{12}}{6}+\frac{25\times2}{2}=\frac{50\sqrt{3}}{6}+25=\frac{25\sqrt{3}}{3}+25\,(\mathrm{cm}^2)$$

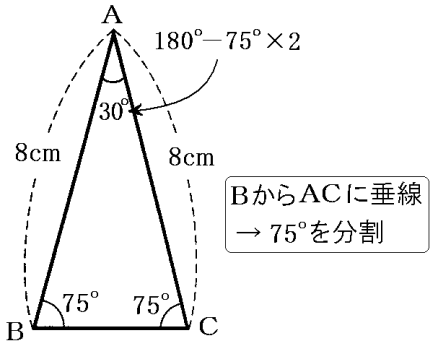
[問題](入試問題)(***)

右の図の△ABC は，AB＝AC＝8cm，∠B＝75°である。
△ABC の面積を求めよ。
(青森県)



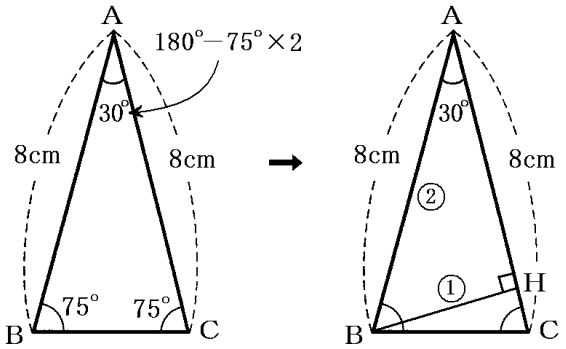
[解答欄]

[ヒント]



[解答]16cm²

[解説]



75°は辺の比がわかる特殊な角(30°60°45°)ではないので，A から BC に垂線をおろしても，うまくいかない。

そこで，∠A を計算すると，180°−75°×2＝30°となる。

B から辺 AC に垂線 BH をひいて，直角三角形 ABH をつくる。

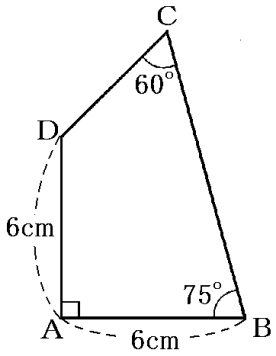
△ABH は，90°60°30°の直角三角形になるので，BH：AB：AH＝1：2：$\sqrt{3}$

AB＝8cm なので，BH＝$8\times\frac{1}{2}=4$(cm)

(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}$×(底辺 AC)×(高さ BH)＝$\frac{1}{2}$×8×4＝16(cm²)

[問題](入試問題)(***)

右の図の四角形 ABCD で，∠A＝90°，∠B＝75°，∠C＝60°である。AB＝AD＝6cm のとき，四角形 ABCD の面積を求めよ。



(長野県)

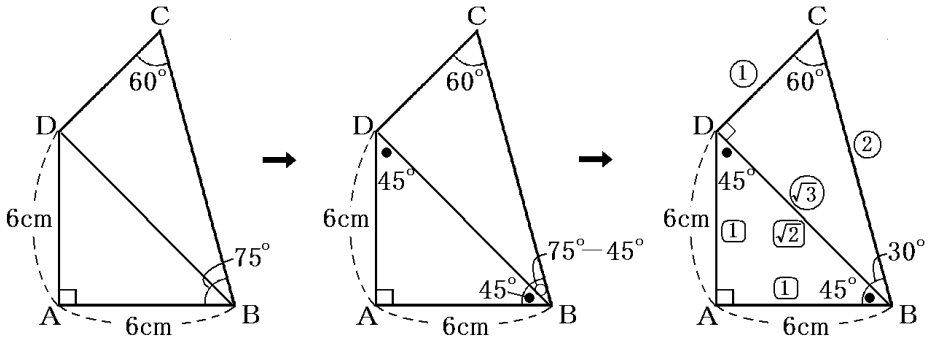
[解答欄]

[ヒント]

BD を結んで 75°を分割。

[解答] $18+12\sqrt{3}$ (cm²)

[解説]



BD を結んで 2 つの三角形に分ける。

仮定より AB＝AD なので，△BDA は直角二等辺三角形になり，

∠DBA＝∠BDA＝45°になる。

△BCD で，∠CBD＝75°－45°＝30°と計算できる。

→△BCD は 90°60°30°の直角三角形になることがわかる。

△BDA は 90°45°45°の直角三角形なので，AB：AD：BD＝1：1：$\sqrt{2}$

AB＝AD＝6cm なので，BD＝$6\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$ (cm)

次に，△BCD は 90°60°30°の直角三角形なので，CD：BC：BD＝1：2：$\sqrt{3}$

よって，CD＝BD×$\dfrac{1}{\sqrt{3}}=6\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{6}}{3}=2\sqrt{6}$ (cm)

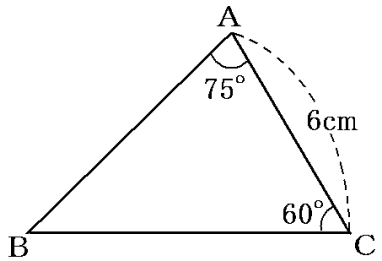
(四角形 ABCD の面積)＝(△BDA の面積)＋(△BCD の面積)

$=\dfrac{1}{2}\times AB\times AD+\dfrac{1}{2}\times BD\times CD$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times6+\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=18+6\sqrt{12}=18+6\sqrt{4\times3}=18+12\sqrt{3}$ (cm²)

[問題](後期期末)(***)

右の図のような△ABC がある。∠A＝75°，∠C＝60°で，AC の長さは 6cm である。AB の長さと BC の長さを求めよ。



[解答欄]

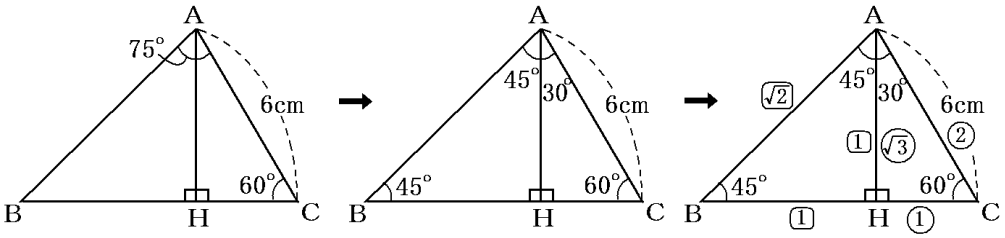
AB：	BC：

[ヒント]

A から BC に垂線を引いて 75°を分割。

[解答]AB：$3\sqrt{6}$ cm　BC：$3\sqrt{3}+3$(cm)

[解説]



A から BC に垂線 AH をおろす。

△ACH は 30°60°90°の直角三角形なので，

AH：AC＝$\sqrt{3}$：2，AH：6＝$\sqrt{3}$：2

比の外項の積は内項の積に等しいので，

AH×2＝6×$\sqrt{3}$，2AH＝$6\sqrt{3}$，AH＝$6\sqrt{3}\div 2=3\sqrt{3}$ (cm)

次に，△ABH は 45°45°90°の直角三角形なので，

AB：AH＝$\sqrt{2}$：1，AB：$3\sqrt{3}$＝$\sqrt{2}$：1

比の外項の積は内項の積に等しいので，AB＝$3\sqrt{3}\times\sqrt{2}=3\sqrt{6}$ (cm)

また，BH＝AH＝$3\sqrt{3}$ (cm)

ところで，△ACH で，CH＝AC÷2＝3(cm)

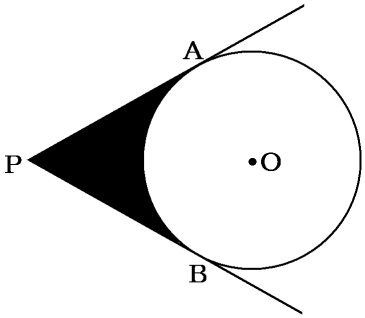
よって，BC＝BH＋CH＝$3\sqrt{3}+3$ (cm)

【】円・正多角形

[円]

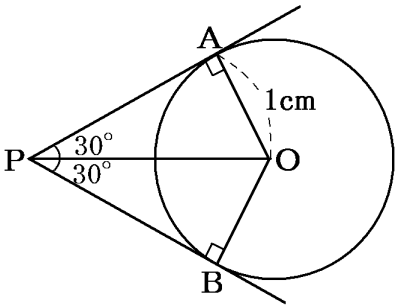
[問題](3 学期)(**)

右の図で，円 O の半径は 1cm，∠APB＝60°であるとき，影をつけた部分の面積を求めよ。



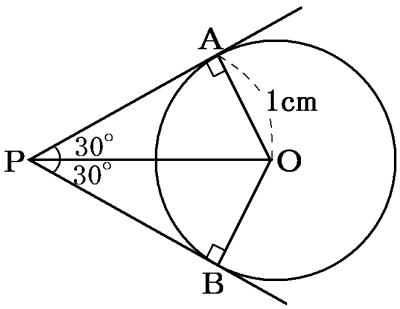
[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}$ (cm²)

[解説]



∠APB＝60°で OP は∠APB を二等分するので，

∠APO＝30°また，∠OAP＝90°

よって，△APO は 30°60°90°の直角三角形なので，

OA : AP＝1 : $\sqrt{3}$，OA＝1 なので AP＝$\sqrt{3}$ cm

ゆえに(△OAP の面積)＝$\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (cm²)

同様に(△OBP の面積)＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (cm²)

よって，(四角形 OAPB の面積)＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ (cm²)･･･①

次に，扇形 OAB について，

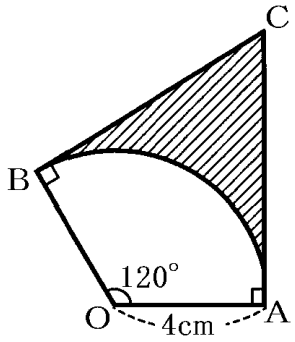
∠AOP＝∠BOP＝60°なので，中心角∠AOB＝120°

ゆえに(扇形 OAB の面積)＝$\pi\times1^2\times\dfrac{120}{360}=\dfrac{\pi}{3}$ (cm²)･･･②

①，②より，(影をつけた部分の面積)＝$\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}$ (cm²)

[問題](入試問題)(**)

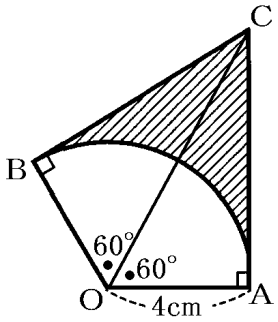
右の図のような，半径が 4cm，中心角が 120°のおうぎ形 OAB がある。点 A を通って線分 OA に垂直な直線と，点 B を通って線分 OB に垂直な直線をひき，その交点を C とする。次の各問いに答えよ。弧 AB と線分 AC，線分 BC とで囲まれた斜線部分の面積を求めよ。ただし，円周率を π とする。



(宮城県)(**)

[解答欄]

[ヒント]



[解答] $16\sqrt{3}-\frac{16}{3}\pi$ (cm²)

[解説]

OC を結ぶと，△OAC≡△OBC なので，

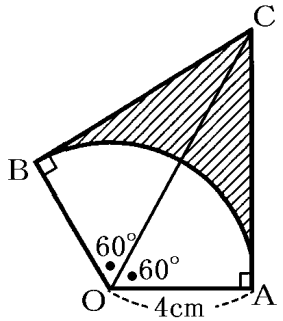
∠AOC＝∠BOC＝120°÷2＝60°

よって，△OAC は 30° 60° 90° の直角三角形で，

3 辺の比は 1：2：$\sqrt{3}$ になる。

よって，OA：AC＝1：$\sqrt{3}$

AC＝OA×$\sqrt{3}$＝4×$\sqrt{3}$＝$4\sqrt{3}$ (cm)　したがって，



(△OAC の面積)＝$\frac{1}{2}$×OA×AC＝$\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}$＝$8\sqrt{3}$ (cm²)

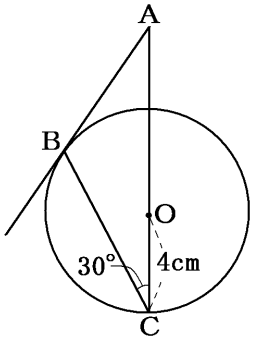
(おうぎ形 OAB の面積)＝π×(半径)²×$\frac{120}{360}$＝$16\pi\times\frac{1}{3}$＝$\frac{16}{3}\pi$ (cm²)　よって，

(斜線部分の面積)＝(四角形 OACB の面積)－(おうぎ形 OAB の面積)

$$=8\sqrt{3}\times2-\frac{16}{3}\pi=16\sqrt{3}-\frac{16}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$$

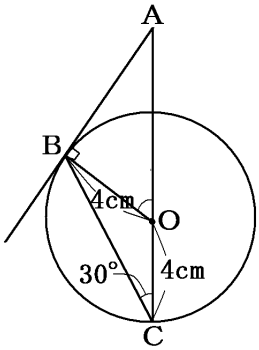
[問題](3 学期)(***)

右の図で，直線 AB は円の接線である。線分 AB の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $4\sqrt{3}$ cm

[解説]

OB を結ぶと，∠ABO＝90°

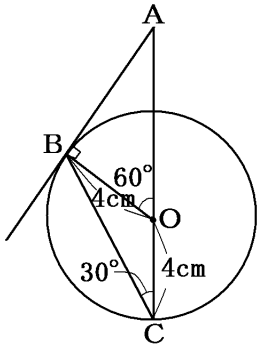
(中心角)＝(円周角)×2 なので，∠AOB＝30°×2＝60°

よって，△ABO は 30° 60° 90° の直角三角形なので，

AB : OB＝$\sqrt{3}$: 1，OB＝4 なので，AB : 4＝$\sqrt{3}$: 1

比の外項の積は内項の積に等しいので，

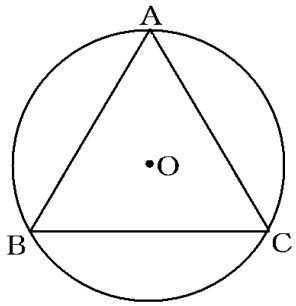
AB×1＝4×$\sqrt{3}$　よって，AB＝$4\sqrt{3}$ (cm)



[問題](入試問題)(**)

右の図のように，正三角形 ABC とその 3 つの頂点を通る円 O がある。この円の半径が 6cm のとき，辺 BC の長さを求めよ。

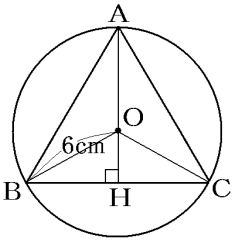
(佐賀県)



△ABCは正三角形
円Oの半径は6cm

[解答欄]

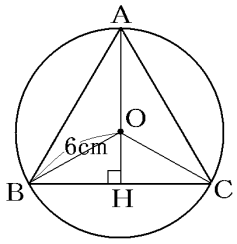
[ヒント]



[解答] $6\sqrt{3}$ cm

[解説]

右図のように AO を結んだ直線が BC と交わる点を H とすると，AH⊥BC となる。中心角は円周角の 2 倍であるので，



∠BOC＝∠BAC×2＝60°×2＝120°

∠BOH＝∠BOC÷2＝120°÷2＝60°

したがって，△OBH は 30° 60° 90° の直角三角形なので，

OH：OB：BH＝1：2：$\sqrt{3}$

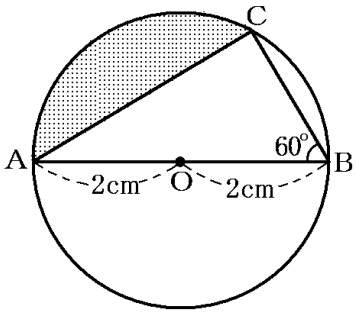
OB＝6cm なので，OH＝3cm，BH＝$3\sqrt{3}$ cm

BC＝BH×2＝$3\sqrt{3}\times 2=6\sqrt{3}$ (cm)

[問題](入試問題)(**)

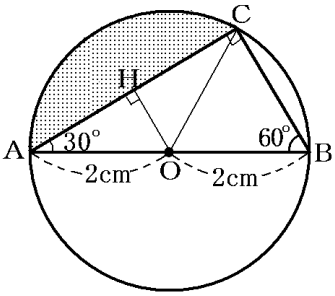
右の図のように，AB を直径とする円 O がある。円 O の半径が 2cm，∠CBA＝60° のとき，弧 AC と線分 AC とで囲まれた部分の面積を求めよ。円周率は π とする。

(栃木県)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$ (cm²)

[解説]

図1

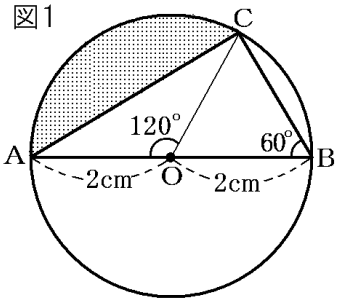
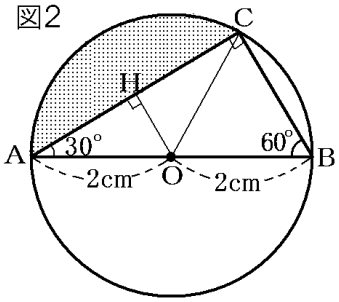


図2



(求める面積)＝(おうぎ形 OAC の面積)－(△OAC の面積)

図 1 で，中心角は円周角の 2 倍なので，∠AOC＝2∠ABC＝2×60°＝120°

(おうぎ形 OAC の面積)＝$\pi \times 2^2 \times \dfrac{120°}{360°} = \pi \times 4 \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{3}\pi$ (cm²)

図 2 のように，O から AC に垂線 OH を引くと，H は AC の中点になる。

△AOH は 30°　90°　60°　の直角三角形になるので，OH：OA：AH＝1：2：$\sqrt{3}$

OA＝2cm なので，OH＝1cm，AH＝$\sqrt{3}$ cm になる。また，AC＝AH×2＝$2\sqrt{3}$ cm

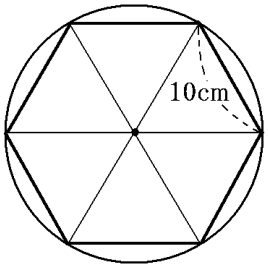
(△OAC の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺 AC)×(高さ OH)＝$\dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$ (cm²)

したがって，(求める面積)＝(おうぎ形 OAC の面積)－(△OAC の面積)＝$\dfrac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$ (cm²)

[正六角形など]

[問題](前期期末)(**)

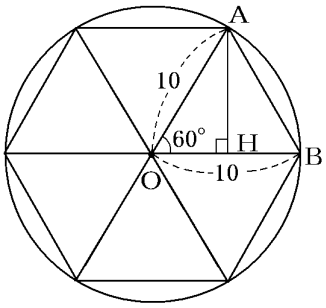
次の図を参考にして，1 辺の長さが 10cm である正六角形の面積を求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

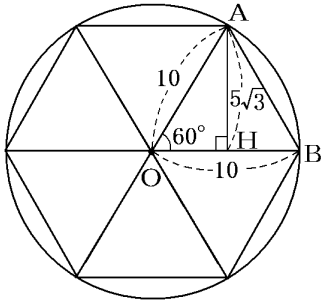
正六角形は対角線によって 6 つの正三角形に分けられる。



[解答] $150\sqrt{3}$ cm²

[解説]

<Point> 正六角形は対角線によって 6 つの正三角形に分けられる



右図のように，正六角形は対角線によって 6 つの正三角形に分けることができる。そのうちの正三角形 OAB の底辺を OB とすると高さは AH になる。△OAH は 30°　60°　90°　の直角三角形なので，AO：AH＝2：$\sqrt{3}$，10：AH＝2：$\sqrt{3}$

比の内項の積は外項の積に等しいので，

AH×2＝10×$\sqrt{3}$，2AH＝10$\sqrt{3}$，AH＝10$\sqrt{3}$÷2＝5$\sqrt{3}$ (cm)

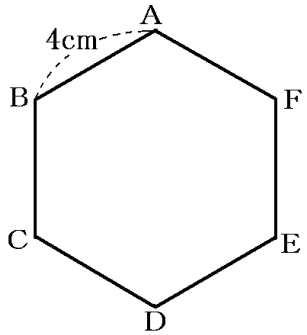
よって，(△OAB の面積)＝$\frac{1}{2}$×OB×AH＝$\frac{1}{2}$×10×5$\sqrt{3}$＝25$\sqrt{3}$ (cm²)

したがって，(正六角形の面積)＝25$\sqrt{3}$×6＝150$\sqrt{3}$ (cm²)

[問題](入試問題)(***)

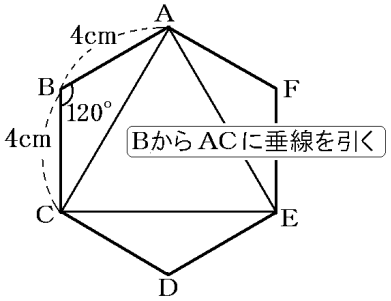
右の図のように，1 辺が 4cm の正六角形 ABCDEF がある。正六角形 ABCDEF の頂点 A，C，E を結んでできる三角形の面積を求めよ。

(北海道)



[解答欄]

[ヒント]



[解答] 12$\sqrt{3}$ cm²

[解説]

図1

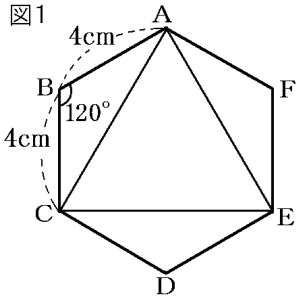


図2

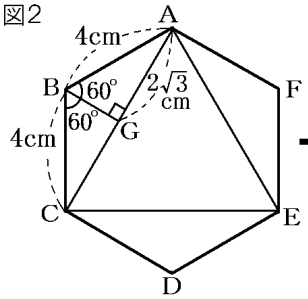


図3

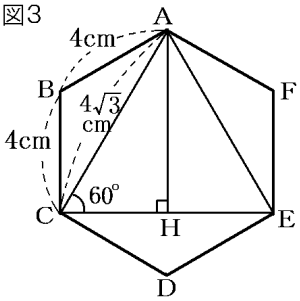


図 1 のように，頂点 A，C，E を結ぶ。△ABC，△CDE，△EFA は，すべて，2 辺が 4cm でその間の角が 120°の合同な三角形になる。したがって，△ACE は正三角形になる。正三角形の面積は 1 辺の長さがわかれば計算できる。

そこで，図 2 のように頂点 B から AC に垂線 BG をおろす。BG は∠ABC の二等分線になるので，∠ABG＝120°÷2＝60°である。したがって，△ABG は 30°90°60°の直角三角形になるので，3 辺の比は，BG：AB：AG＝1：2：$\sqrt{3}$ になる。

AB＝4cm なので AG＝$4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ (cm)になり，AC＝$2\sqrt{3}\times2=4\sqrt{3}$ (cm)になる。

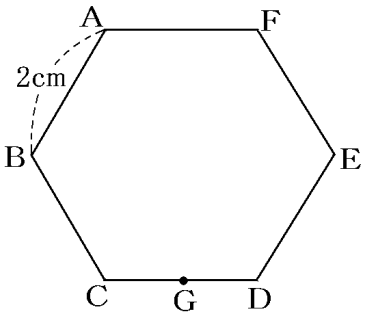
図 3 で，正三角形 ACE の頂点 A から CE に垂線 AH をおろすと，△ACH は 30°90°60°の直角三角形になり，3 辺の比は，CH：AC：AH＝1：2：$\sqrt{3}$ になる。

AC＝$4\sqrt{3}$ (cm)なので，AH＝$4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6$ (cm)になる。CE＝AC＝$4\sqrt{3}$ cm なので，

(△ACE の面積)＝$\frac{1}{2}\times$CE×AH＝$\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times6=12\sqrt{3}$ (cm²)

[問題](入試問題)(***)

右の図のような，1辺の長さが2cmの正六角形ABCDEFがある。次の各問いに答えよ。



(1) 正六角形ABCDEFの面積を求めよ。

(2) 点Gは，辺CDの中点である。点Aと点Gを結ぶ。四角形ABCGの面積を求めよ。

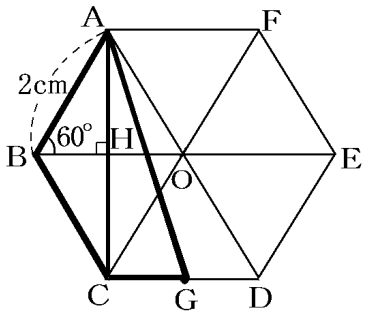
(香川県改)

[解答欄]

(1)	(2)

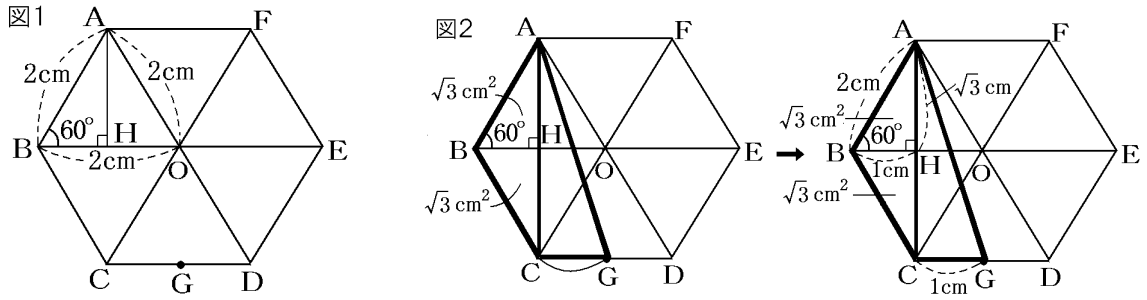
[ヒント]

(2)



[解答](1) $6\sqrt{3}$ cm²　(2) $2\sqrt{3}$ cm²

[解説]



(1) 図 1 のように，正六角形は，対角線によって 6 つの正三角形に分けられる。
まず，図 1 の正三角形 ABO の面積を求める。A から BO に垂線 AH を引くと，
△ABH は 90°　60°　30°　の直角三角形になるので，3 辺の比は，

BH : AB : AH＝1 : 2 : $\sqrt{3}$ で，AB＝2cm なので，AH＝$2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ (cm)となる。

よって，(△ABO の面積)＝$\frac{1}{2}\times$BO×AH＝$\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$ (cm²)となる。

(正六角形 ABCDEF の面積)＝(△ABO の面積)×6＝$\sqrt{3}\times6=6\sqrt{3}$ (cm²)

(2) 図 2 のように，四角形 ABCG を△ABC と△ACG に分けて考える。
△ABC で，AC を底辺とすると，高さは BH になる。
(1)より，AC＝AH×2＝$\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}$ (cm)，BH＝1(cm)なので，

(△ABC の面積)＝$\frac{1}{2}\times$AC×BH＝$\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times1=\sqrt{3}$ (cm²)となる。･･･①

次に，△ACG で，底辺を CG とすると高さは AC になる。

(△ACG の面積)＝$\frac{1}{2}\times$CG×AC＝$\frac{1}{2}\times1\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$ (cm²)となる。･･･②

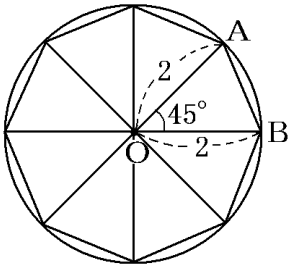
①，②より，(四角形 ABCG の面積)＝(△ABC の面積)＋(△ACG の面積)
＝$\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ (cm²)

[問題](前期期末)(***)

　半径が 2cm の円に内接する正八角形の面積を求めよ。

[解答欄]

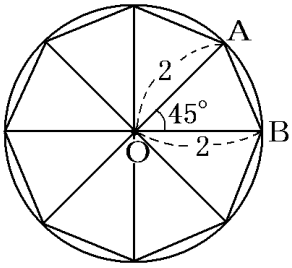
[ヒント]



A から OB に垂線 AH をおろす。

[解答] $8\sqrt{2}$ cm²

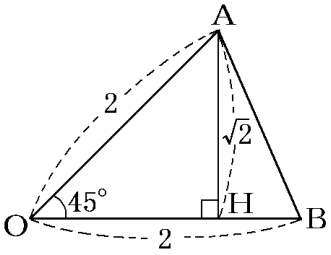
[解説]



右図のように，正八角形は対角線によって 8 個の二等辺三角形に分けることができる。

そのうちの△OAB をとって考える。

∠AOB＝360°÷8＝45° したがって，△OAB は頂角が 45° で，OA＝OB＝2cm の二等辺三角形である。



A から OB に垂線 AH をおろす。OB を底辺とすると，AH が高さになる。

△AOH は 45° 45° 90° の直角三角形なので，AH : OH : AO＝1 : 1 : $\sqrt{2}$ である。

AO＝2 なので，AH＝$2 \div \sqrt{2} = \sqrt{2}$ (cm)である。

よって，(△AOH の面積)＝OB×AH÷2＝$2 \times \sqrt{2} \div 2 = \sqrt{2}$ (cm²)

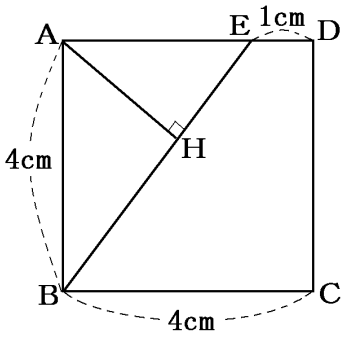
したがって，(正八角形の面積)＝$\sqrt{2} \times 8 = 8\sqrt{2}$ (cm²)

【】応用③：その他

【】三平方と相似

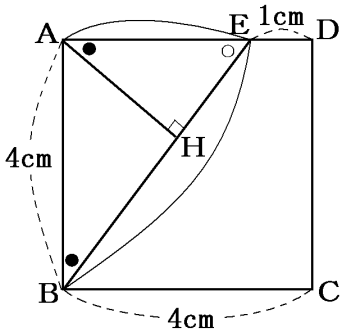
[問題](3 学期)(***)

右の図のように，1 辺の長さが 4cm の正方形 ABCD があり，AD 上に DE＝1cm となる点 E をとる。A から BE に垂線をひき，BE との交点を H とするとき，EH の長さを求めよ。



[解答欄]

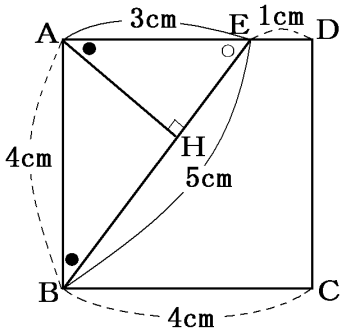
[ヒント]



直角三角形 BEA の BE を求める。△AEH∽△BEA に着目。

[解答] $\frac{9}{5}$cm

[解説]



△AEH と△BEA において，

∠AHE＝∠BAE＝90°　･･･①

∠AEH＋∠EAH＝90°，∠AEH＋∠ABE＝90°なので，

∠EAH＝∠ABE･･･②

①，②より 2 角が等しいので，△AEH∽△BEA

相似な三角形の対応する辺の比は等しいので，

AE：BE＝EH：EA･･･③

△BEA は直角三角形なので，三平方の定理より，

$BE^2=4^2+3^2=25$ で BE＝5

③より，3：5＝EH：3

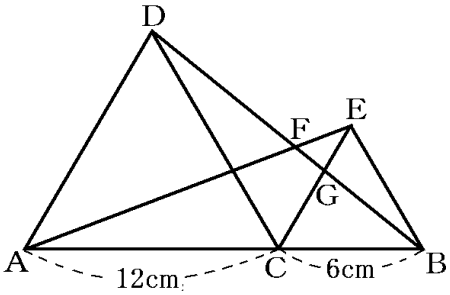
比の内項の積は外項の積に等しいので，5×EH＝3×3

よって，EH＝3×3÷5＝$\frac{9}{5}$(cm)

[問題](入試問題)(***)

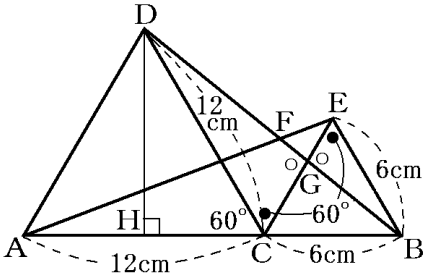
右の図のように，線分 AB 上に点 C をとり，AC, CB を, それぞれ 1 辺とする正三角形△ACD と△CBE を AB の同じ側につくる。また, AE と BD の交点を F, CE と BD の交点を G とする。AC＝12cm，CB＝6cm とする。BG の長さを求めよ。

(長野県)



[解答欄]

[ヒント]



△DCG∽△BEG→DG：BG

直角三角形 BDH に着目→DB を求める。

[解答] $2\sqrt{7}$ cm

[解説]

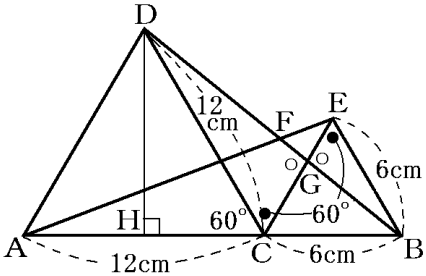
△DCG∽△BEG(2 角が等しい)で,

DC：BE＝12：6＝2：1 なので,

DG：BG＝2：1 になる。･･･①

したがって，DB の長さがわかれば BG の長さを求めることができる。

そこで，D から AC に垂線 DH を引く。



△CDH は 90°30°60°の直角三角形なので，3 辺の比は 2：1：$\sqrt{3}$ になる。

よって，CH＝$12\times\frac{1}{2}=6$ (cm)，DH＝$12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$ (cm)

直角三角形 BDH で，BH＝6＋6＝12(cm)，DH＝$6\sqrt{3}$ cm なので，三平方の定理より,

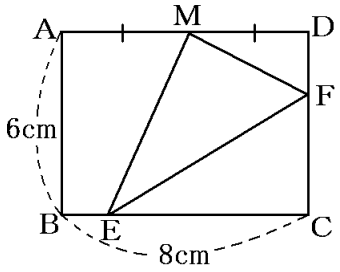
DB＝$\sqrt{BH^2+DH^2}=\sqrt{12^2+\left(6\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{144+108}=\sqrt{252}=\sqrt{36\times7}=6\sqrt{7}$ (cm)

①より，BG＝DB×$\frac{1}{3}=6\sqrt{7}\times\frac{1}{3}=2\sqrt{7}$ (cm)

【】折り返し

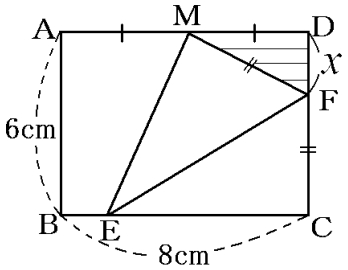
[問題](3 学期)(***)

AB＝6cm，BC＝8cm の長方形 ABCD を右の図のように，頂点 C が辺 AD の中点 M と重なるように折る。このとき，DF の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



直角三角形 FDM に着目。

[解答] $\frac{5}{3}$cm

[解説]

DF＝x cm とおくと，FC=$6-x$(cm)

EF を折り目として FC が FM に重なるので，

MF＝FC，ゆえに MF＝$6-x$(cm)

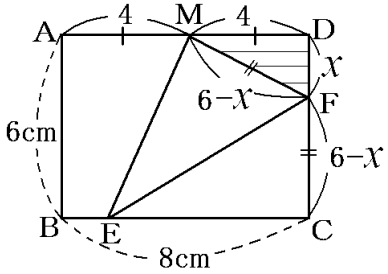
M は AD の中点なので MD＝8÷2＝4(cm)

△FDM は直角三角形なので，三平方の定理より

$FD^2+DM^2=FM^2$

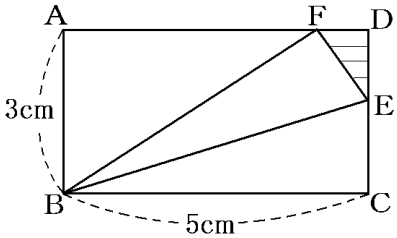
ゆえに $x^2+16=(6-x)^2$

$x^2+16=x^2-12x+36$，$12x=20$，$x=20\div12=\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$(cm)



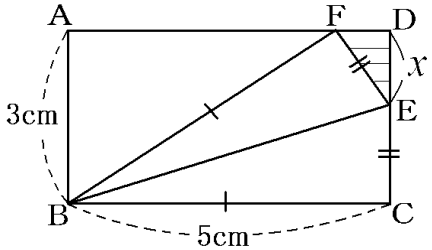
[問題](3 学期)(***)

次の図は，長方形 ABCD を，BE を折り目として折り返したとき，頂点 C が辺 AD 上の点 F に移ったところを示したものである。AB＝3cm，BC＝5cm のとき，△DFE の面積を求めよ。



[解答欄]

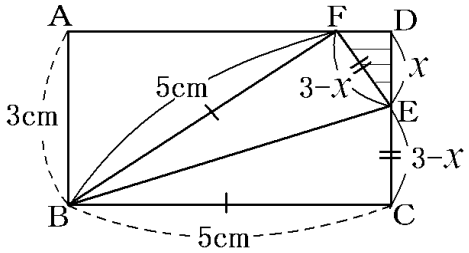
[ヒント]



直角三角形 DFE に着目。

[解答] $\frac{2}{3}$ (cm²)

[解説]



DF と DE の長さがわかれば，△DFE の面積を求めることができる。そこで，まず DF を求める。

BE を折り目として△BEC を△BEF に折り返しているので，BF＝BC＝5(cm)

直角三角形 BFA で，三平方の定理より，

AF＝ $\sqrt{BF^2 - BA^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$ (cm)　よって，DF＝AD－AF＝5－4＝1(cm)

次に，DE の長さを求めるために，DE＝ x cm とおく。

BE を折り目として△BEC を△BEF に折り返しているので，EF＝EC となる。

EC＝DC－DE＝3－ x (cm)　よって，EF＝3－ x (cm)

直角三角形 DEF で，三平方の定理より，DE²＋DF²＝EF²　よって， $x^2 + 1^2 = (3 - x)^2$

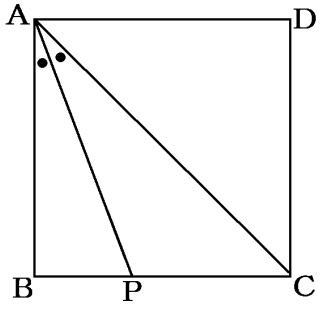
$x^2 + 1 = 9 - 6x + x^2$，$x^2 + 6x - x^2 = 9 - 1$，$6x = 8$，$x = 8 \div 6 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ (cm)

よって，(△DEF の面積)＝DF× x ÷2＝ $1 \times \frac{4}{3} \div 2 = \frac{2}{3}$ (cm²)

【】角の二等分

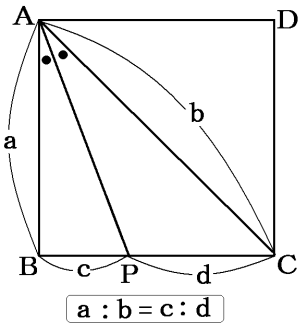
[問題](3 学期)(**)

右の図のように 1 辺の長さが 3cm の正方形がある。∠BAC の二等分線と辺 BC との交点を P とするとき線分 BP の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

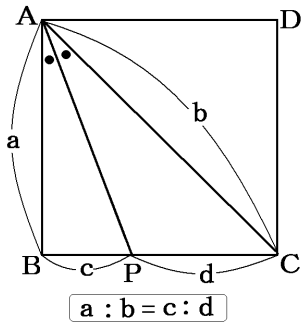


[解答] $3\sqrt{2}-3$(cm)

[解説]

△ABC は直角三角形なので，三平方の定理より，

AC＝$\sqrt{AB^2+CB^2}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{3^2\times 2}=3\sqrt{2}$ (cm)



次に，AP は∠BAC の二等分線なので，

AB：AC＝BP：PC,

3：$3\sqrt{2}$＝BP：PC

比の外項の積は内項の積に等しいので，

3×PC＝BP×$3\sqrt{2}$,

PC＝$3\sqrt{2}$ BP÷3＝$\sqrt{2}$ BP

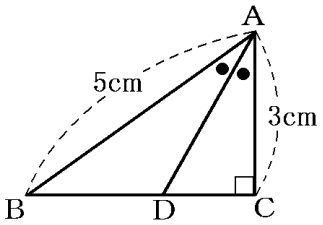
ところで，BP＋PC＝3 なので，BP＋$\sqrt{2}$ BP＝3

$\left(\sqrt{2}+1\right)$BP＝3

よって，BP＝$\dfrac{3}{\left(\sqrt{2}+1\right)}=\dfrac{3\times\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}=\dfrac{3\sqrt{2}-3}{2-1}=3\sqrt{2}-3$(cm)

[問題](後期期末)(**)

右の図のように，∠C＝90°の直角三角形 ABC の∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。AC＝3cm，AB＝5cm のとき，BD の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]

角の二等分線の性質より，

AB：AC＝BD：CD

[解答] $\frac{5}{2}$ cm

[解説]

△ABC は直角三角形なので，三平方の定理より，

BC＝$\sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{25-9} = \sqrt{16}$ ＝4(cm)

AD は∠A の二等分線なので，　BD：CD＝AB：AC

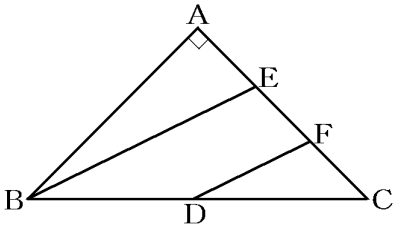
BD：CD＝5：3

BC＝4cm なので，BD＝$4 \times \frac{5}{5+3} = \frac{5}{2}$(cm)

【】三平方と中点連結

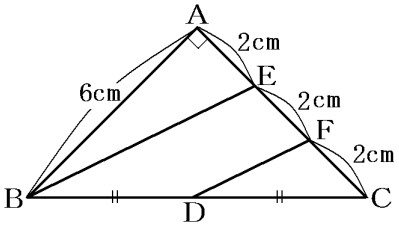
[問題](3 学期)(**)

右の図で，△ABC は∠A＝90°の直角二等辺三角形で，D は辺 BC の中点である。また，E，F は辺 AC 上の点で，AE＝EF＝FC である。AB＝6cm のとき，線分 DF の長さを求めよ。



[解答欄]

[ヒント]



[解答] $\sqrt{10}$ cm

[解説]

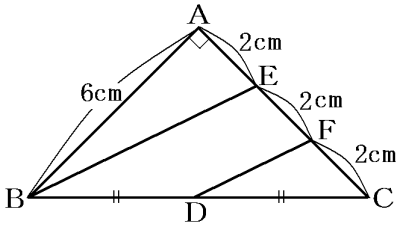
AC＝AB＝6cm で，AE＝EF＝FC なので，

AE＝EF＝FC＝2cm

△ABE は直角三角形なので，三平方の定理より，

$BE^2 = AB^2 + AE^2 = 36 + 4 = 40$

よって，BE＝$\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ cm

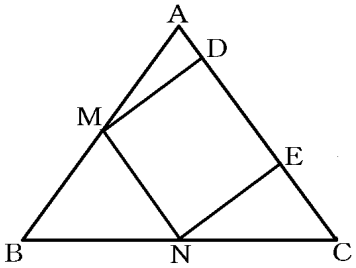


次に，△CBE で D は CB の中点で，F は CE の中点なので，中点連結定理より，

DF＝$\frac{1}{2}$BE　よって，DF＝$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} = \sqrt{10}$ cm

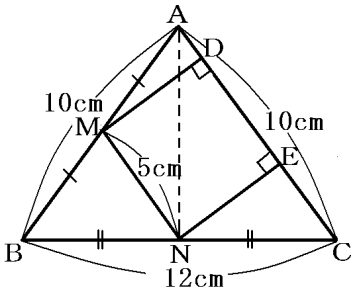
[問題](2 学期期末)(***)

右の図のような AB＝AC＝10cm，BC＝12cm の△ABC において，辺 AB，BC の中点をそれぞれ M，N とする。2 点 M，N から辺 AC にひいた垂線と辺 AC との交点をそれぞれ D，E とする。このとき，長方形 MNED の面積を求めよ。



[解答欄]

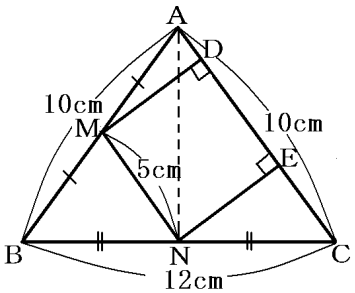
[ヒント]



△CAN∽△CNE

[解答]24cm²

[解説]



△BAC で，M は BA の中点で，N は BC の中点なので中点連結定理より，

$MN=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 10=5(cm)$

△CAN と△CNE において

△ABC は二等辺三角形なので AN⊥BC

ゆえに∠ANC＝90°

また，仮定より∠NEC＝90°

ゆえに∠ANC＝∠NEC･･･①

∠C は共通･･･②

①，②より 2 角が等しいので，△CAN∽△CNE

相似な図形の対応する辺の比は等しいので，

NE：AN＝NC：AC

NE：AN＝6：10＝3：5･･･③

ところで，△CAN は直角三角形なので，三平方の定理より，

$AN=\sqrt{AC^2-CN^2}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8(cm)$

③より NE：8＝3：5

比の外項の積は内項の積に等しいので，

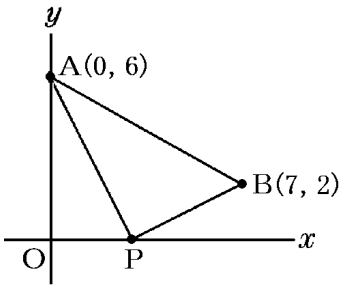
$NE\times 5=8\times 3$，$NE=8\times 3\div 5=\frac{24}{5}(cm)$

ゆえに，(長方形 MNED の面積)＝$NE\times MN=\frac{24}{5}\times 5=24(cm^2)$

【】座標平面

[問題](入試問題)(**)

右の図のように，x 軸上の点 P と 2 点 A(0，6)，B(7，2)を結んで△ABP をつくる。このとき，△ABP が，∠APB＝90°の直角三角形となるような点 P の x 座標をすべて求めよ。ただし，点 P の x 座標は正とする。



(三重県)

[解答欄]

[ヒント]

点 P の座標を(a，0)とおく。

△ABP が∠APB＝90°の直角三角形となることより，$AP^2+BP^2=AB^2$

[解答]3，4

[解説]

点 P の座標を(a，0)とおく。

△ABP が∠APB＝90°の直角三角形となることより，$AP^2+BP^2=AB^2$

$AP^2=(a-0)^2+(0-6)^2=a^2+36$

$BP^2=(a-7)^2+(0-2)^2=a^2-14a+49+4=a^2-14a+53$

$AB^2=(7-0)^2+(2-6)^2=49+16=65$

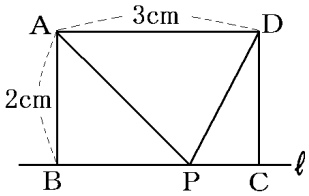
よって，$a^2+36+a^2-14a+53=65$

$2a^2-14a+24=0,\ a^2-7a+12=0,\ (a-3)(a-4)=0$

よって，$a=3,\ 4$

[問題](入試問題)(***)

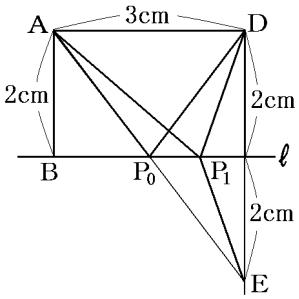
図のように，AB＝2cm，AD＝3cm の長方形 ABCD を辺 BC が直線 l 上にくるようにおく。また，点 P は l 上を動く点とする。2 つの線分 AP，PD の長さの和 AP＋PD が最小となるとき，AP＋PD の長さは何 cm か。



(長崎県)

[解答欄]

[ヒント]



P が P_0 の位置にあるとき，AP＋PD は最小になる。

[解答]5cm

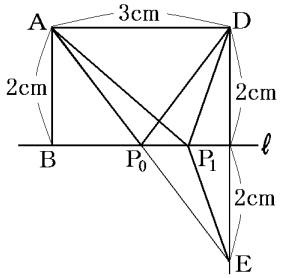
[解説]

右図のように l について D と対称な点 E をとる。

A と E を結んだ直線が l と交わる点を P_0 とすると，

P_0 が AP＋PD を最小にする点になる。

まず，その理由を説明しよう。



$AP_0+P_0D=AP_0+P_0E=AE$

l 上に点 P_1 をとると，$AP_1+P_1D=AP_1+P_1E$

三角形 AP_1E で，1 辺は他の 2 辺の和よりも小さいので，

$AE<AP_1+P_1E$ となるので，$AP_0+P_0D<AP_1+P_1D$

したがって，P が P_0 の位置にあるとき，P が l 上の他の位置にあるときより AP＋PD は小さくなる。すなわち，P が P_0 の位置にあるとき，AP＋PD は最小になる。

次に，　直角三角形 AED において，三平方の定理より，

$$AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5\,(\mathrm{cm})$$

$AP_0+P_0D=AP_0+P_0E=AE=5$(cm)である。

【FdData 中間期末製品版のご案内】

詳細は，[FdData 中間期末ホームページ]に掲載（[Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ）

◆印刷・編集

この PDF ファイルは，FdData 中間期末を PDF 形式に変換したサンプルで，印刷はできないように設定しております。製品版の FdData 中間期末は Windows パソコン用のマイクロソフト Word(Office)の文書ファイルで，印刷・編集を自由に行うことができます。

◆FdData 中間期末の特徴

中間期末試験で成績を上げる秘訣は過去問を数多く解くことです。FdData 中間期末は，実際に全国の中学校で出題された試験問題をワープロデータ(Word 文書)にした過去問集です。各教科(社会・理科・数学)約 1800～2100 ページと豊富な問題を収録しているため，出題傾向の 90%以上を網羅しております。

FdData 中間期末を購入いただいたお客様からは,「市販の問題集とは比べものにならない質の高さですね。子どもが受けた今回の期末試験では，ほとんど同じような問題が出て今までにないような成績をとることができました。」,「製品の質の高さと豊富な問題量に感謝します。試験対策として，塾の生徒に FdData の膨大な問題を解かせたところ，成績が大幅に伸び過去最高の得点を取れました。」などの感想をいただいております。

◆サンプル版と製品版の違い

ホームページ上に掲載しておりますサンプルは，印刷はできませんが，製品の全内容を掲載しており，どなたでも自由に閲覧できます。問題を「目で解く」だけでもある程度の効果をあげることができます。しかし，FdData 中間期末がその本来の力を発揮するのは印刷ができる製品版においてです。印刷した問題を，鉛筆を使って一問一問解き進むことで，大きな学習効果を得ることができます。さらに，製品版は，すぐ印刷して使える「問題解答分離形式」，編集に適した「問題解答一体形式」，暗記分野で効果を発揮する「一問一答形式」(理科と社会)の 3 形式を含んでいますので，目的に応じて活用することができます。

※FdData 中間期末の特徴(QandA 方式) ([Shift]＋左クリック→新規ウィンドウ)

◆FdData 中間期末製品版(Word 版)の価格(消費税込み)

※以下のリンクは[Shift]キーをおしながら左クリックすると，新規ウィンドウが開きます

数学 1 年，数学 2 年，数学 3 年：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)

理科 1 年，理科 2 年，理科 3 年：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)

社会地理，社会歴史，社会公民：各 7,800 円(統合版は 18,900 円) ([Shift]＋左クリック)

※Windows パソコンにマイクロソフト Word がインストールされていることが必要です。(Mac の場合はお電話でお問い合わせください)。

◆ご注文は，メール(info2@fdtext.com)，または電話(092-811-0960)で承っております。

※注文→インストール→編集･印刷の流れ，※注文メール記入例　([Shift]＋左クリック)

【Fd 教材開発】 Mail： info2@fdtext.com　Tel ：092-811-0960